

Usos Y Prácticas Presentes En La Escuela Secundaria En Torno A La Noción De Ecuación Lineal

Guillermo López González, Iván López Flores, Carolina Carrillo García
logg640718@gmail.com, ivan.lopez.flores@gmail.com, cgcarolin@hotmail.com
Universidad Autónoma de Zacatecas

Resumen

Los estudios revisados sobre *ecuaciones lineales*, desde diferentes enfoques privilegian la construcción del concepto como lo más importante del conocimiento matemático, y no atienden los *usos y las prácticas* de la ecuación lineal en situación escolar que son fundamentales para la construcción del conocimiento.

Esta investigación intenta identificar los *usos y las prácticas* presentes en la escuela secundaria en torno a la noción de ecuación lineal desde un enfoque de la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa.

Para lograr el objetivo propuesto se analizará el contenido curricular considerado en la Reforma Integral de Educación Básica 2011, los libros de texto autorizados por la Secretaría de Educación Pública, y la práctica de los profesores de matemáticas a través de una entrevista y de sus planeaciones sobre la ecuación lineal.

Palabras Clave: ecuación lineal, socioepistemología, usos y prácticas.

Introducción

La Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB) implementada en 2011 y los Programas de Estudio que de ella se derivan, se centran en el desarrollo de competencias con el fin de que cada estudiante pueda desenvolverse en una sociedad que le demanda nuevos desempeños para relacionarse en un marco de pluralidad y democracia, y en un mundo global e interdependiente (SEP, 2011).

Uno de los propósitos del estudio de las matemáticas para el nivel secundaria es que los alumnos modelen y resuelvan problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado, de funciones lineales o de expresiones generales que definen patrones (SEP, 2011).

Sin embargo, los alumnos de secundaria presentan grandes dificultades en la transición del pensamiento aritmético al algebraico (Hernández y Filloy, 2014), estas dificultades se observan en el salón de clase cuando se abordan conceptos matemáticos considerados en el Programa 2011 vigente, donde se plantea un modelo educativo y un enfoque del proceso de enseñanza-aprendizaje con base en el desarrollo de competencias.

En el nivel secundaria se aborda el tema de Patrones y Ecuaciones, en particular el concepto de ecuación lineal, el cual se considera como un conocimiento que articula este saber con otros tópicos matemáticos donde adquieren significados distintos en los diferentes niveles educativos de la educación básica, media y superior, como la estadística, álgebra lineal, el cálculo y la geometría.

La educación institucionalizada en este nivel básico está orientada hacia un modelo de conocimiento donde la atención está puesta en los conceptos y deja de lado el sentido sociocultural en la construcción del conocimiento matemático, y mira a la matemática escolar como un producto acabado que siempre ha existido (Cen, 2006).

Esta investigación intenta identificar los *usos y las prácticas* presentes en la escuela secundaria en torno a la noción de ecuación lineal desde un enfoque de la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa, y propone construir un marco de referencia que otorgue evidencia de esos usos y prácticas en tanto a su funcionamiento y forma.

Antecedentes

La enseñanza del álgebra y, sobre todo, las dificultades de los estudiantes cuando intentan aprender los conceptos matemáticos de esta disciplina, han recibido por parte de los investigadores mucha atención. En el caso particular de las **ecuaciones lineales**, existen estudios que se exponen desde diversos enfoques: atendiendo al proceso cognitivo de los estudiantes, el diseño de propuestas didácticas para facilitar el aprendizaje, y aquellas que reflexionan sobre la importancia del análisis histórico-epistemológico de las matemáticas para la enseñanza y la didáctica de esta ciencia.

La mayoría de las investigaciones que estudian el **proceso cognitivo** de los estudiantes, generalmente propician el diseño y rediseño de las actividades didácticas en el aula.

García y Rendón (2011) buscan identificar los diferentes *registros de representación semióticos* implicadas en la comprensión y conceptualización de las ecuaciones lineales por alumnos de segundo grado del nivel secundaria. Analizan cómo los alumnos construyen los significados de álgebra para identificar si hay una estructura semántica en la forma en que logran sus aprendizajes.

Otros estudios utilizan el enfoque de los *procesos cognitivos*, con la finalidad de diseñar *propuestas didácticas* para facilitar el aprendizaje.

Desde el enfoque de la teoría APOE de Ed Dubinsky, Oktac y Trigueros (2010) proporcionan un análisis teórico de las construcciones involucradas en los distintos conceptos de álgebra lineal, como los espacios vectoriales, transformaciones lineales, *base y sistemas de ecuaciones lineales*. Los resultados mostraron que la construcción de un esquema para la variable que incluye la interpretación y la diferenciación entre sus distintos usos, así como la construcción de la noción de solución de una ecuación como objeto, son prerequisites indispensables para hacer las construcciones necesarias en la construcción de un esquema para los sistemas de ecuaciones.

En el *Modelo Teórico Local* se incorpora al estudio de la adquisición del lenguaje algebraico el elemento semiótico de los *Sistemas Matemáticos de Signos (SMS)*, lo cual permite el análisis de las interrelaciones del lenguaje algebraico con el lenguaje natural y con el de la aritmética (Fillooy, Puig y Rojano, 2008).

Hernández y Filloy (2014) se enfocan en la componente de *procesos cognitivos* y en el *uso de la variable como incógnita específica* de problemas aritméticos-algebraicos, para identificar las dificultades que muestran los alumnos en el tratamiento de las ecuaciones lineales en segundo grado de educación secundaria, al expresar algebraicamente una situación problema de las ecuaciones de la forma $a+x = b$ y $ax = b$.

Otros enfoques, muestran investigaciones que utilizan los **recursos tecnológicos** para el diseño de **propuestas didácticas** para facilitar la comprensión y aprendizaje del objeto matemático ecuaciones lineales.

Rojano (2010) analiza resultados de un estudio con alumnos de secundaria en el que se utiliza un *modelo virtual dinámico e interactivo* de la balanza para la enseñanza de la resolución de ecuaciones de primer grado.

García y Vargas (2014), analizan el papel que juega el uso de *manipulables tecnológicos* (balanzas concretas y balanzas simuladas utilizando *GeoGebra*) como recurso didáctico para propiciar la comprensión del significado de ecuaciones lineales en estudiantes de secundaria.

Las investigaciones que reflexionan sobre la importancia del **análisis histórico-epistemológico** de las matemáticas para la enseñanza y la didáctica de esta ciencia, se centran en la identificación y clasificación de los errores y dificultades que cometen los alumnos al transitar del pensamiento aritmético al razonamiento algebraico, *el origen de estos errores* y cómo el uso de *la historia* puede facilitar el aprendizaje de los alumnos.

Kieran (1992, citado por Socas, 2011, p.7) presenta un documento sobre las investigaciones en álgebra, en el que realiza un análisis histórico-epistemológico

del álgebra, una descripción del contenido del álgebra escolar, una reflexión y discusión de las demandas psicológicas hechas sobre el aprendiz de álgebra por el contenido matemático, y una descripción breve del panorama de la perspectiva de enseñanza. Este análisis histórico del desarrollo del simbolismo algebraico y sus reglas de transformación le permite hacer distinción entre: usar letras para representar incógnitas en *resolución de ecuaciones*; usar letras para representar *datos*, expresando *soluciones generales*, y usar letras como herramienta para proveer reglas que expresen las *relaciones* numéricas, que surgen en lenguaje algebraico en momentos históricos diferentes.

Kieran y Filloy (1989) presentan un resumen bastante completo sobre las principales investigaciones relativas a los errores que efectúan los alumnos cuando resuelven ecuaciones y problemas algebraicos y los cambios conceptuales necesarios en la fase de transición entre el pensamiento aritmético y el pensamiento algebraico.

A partir de las aportaciones de los autores citados, se observa que abordan el tema desde diferentes enfoques: atendiendo al proceso cognitivo de los estudiantes; al diseño de propuestas didácticas para facilitar el aprendizaje ligadas a la dimensión cognitiva, al contenido, al proceso de aprendizaje, y al uso de tecnologías; y aquellas investigaciones que reflexionan sobre la importancia del análisis histórico-epistemológico de las matemáticas para la enseñanza y la didáctica de esta ciencia.

Problemática y planteamiento del problema

Las investigaciones revisadas sobre *ecuaciones lineales*, desde diferentes enfoques privilegian la construcción del concepto como lo más importante del conocimiento matemático, y no atienden los *usos y las prácticas* de la ecuación lineal en situación escolar que son fundamentales para la construcción del conocimiento. Tal vez porque esos estudios proporcionan resultados acerca de generar habilidades cognitivas para la construcción del concepto matemático, o porque propician el diseño de actividades didácticas en el aula como nuevas

estrategias de enseñanza, que resuelven y atienden una problemática específica.

Cantoral y Farfán (2003) plantean “una didáctica en escenarios socioculturales”, donde identifican que ciertas problemáticas de la matemática escolar no tienen respuesta si las investigaciones no agregan aspectos sociales, como ejemplo aquellas que se centran en el currículo y reflexionan sobre los elementos que éstos deben contener sin considerar las necesidades sociales que el sistema educativo espera cubrir con la escuela, tal y como lo aborda Sánchez (2012) en su estudio “El Currículo de la Educación Básica en México: ...”

La mirada socioepistemológica de la Matemática Educativa, dota a la investigación de una aproximación sistémica y situada, que permite incorporar las cuatro componentes fundamentales en la construcción del conocimiento: su naturaleza epistemológica, su dimensión sociocultural, los planos de lo cognitivo y los modos de transmisión del conocimiento vía la enseñanza (Cantoral, 2013).

Esta teoría asume como tesis esencial que las prácticas sociales han sido y son las que van generando conocimiento matemático que va modificándose para establecerse tal y como lo conocemos en la actualidad; las prácticas sociales son la fuente de la reorganización de la obra matemática y del rediseño del discurso matemático escolar (Cantoral y Farfán, 2003)

Desde este enfoque, Suárez y Cordero (2010) establecieron el concepto de *uso de las gráficas en la modelación* como parte del marco teórico de su investigación y plantean la hipótesis sobre la naturaleza de la construcción social del conocimiento del Cálculo asociado a la variación y el cambio. El resultado de esta investigación es el diseño de una epistemología para la modelación escolar caracterizada a través de un *uso* de las gráficas.

Cordero y Flores (2007) consideran a las prácticas sociales como elementos constituyentes del conocimiento matemático y ofrecen indicadores para desarrollar una matemática funcional en el sistema educativo. El estudio se

centró en el “uso” que se les da a las gráficas con respecto a sus funcionamientos y sus formas según las situaciones específicas, mediante el análisis en el discurso de los libros de texto del nivel básico (primaria y secundaria), el cual consiste en comprender a la graficación como una práctica social en su proceso institucional y no como una representación del concepto de función.

Esta investigación pretende dar respuesta a la siguiente pregunta: ***¿cuáles son los usos y las prácticas presentes en la escuela secundaria en torno a la noción de ecuación lineal?***

Para dar contestación a esta pregunta se plantea el problema desde un enfoque de los principios de la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa: la normatividad de la práctica social, la racionalidad contextualizada, el relativismo epistemológico y la resignificación progresiva.

Objetivo general

Identificar los usos y las prácticas presentes en la escuela secundaria en torno a la noción de ecuación lineal.

Para lograr el objetivo propuesto, se trazan los siguientes ***objetivos particulares***:

1. Revisar el currículo de secundaria para identificar los usos y prácticas de la ecuación lineal.
2. Examinar los libros de texto de secundaria para identificar los usos y prácticas de la ecuación lineal.
3. Analizar la práctica del profesor a través de una entrevista y de sus planeaciones para identificar los usos y prácticas utilizadas de la ecuación lineal.

Marco Teórico

La naturaleza del enfoque que se plantea en este trabajo, son las formulaciones de la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME), que se ocupa del estudio de fenómenos didácticos ligados al saber matemático asumiendo la legitimidad de toda forma de saber, sea este popular, técnico o culto, pues considera que ellas, en su conjunto, constituyen la sabiduría humana (Cantoral, 2013).

La TSME asume que no basta con estudiar las relaciones entre profesores, alumnos y conocimiento escolar, desatendiendo las múltiples dimensiones del saber, así como tampoco resulta suficiente con estudiar las restricciones institucionales de tipo pedagógico general descuidando aquellas otras restricciones ligadas específicamente al saber matemático. Esta teoría tiene un aporte fundamental: modela la construcción social del conocimiento matemático y su difusión institucional, esto es, modeliza las dinámicas del saber o “conocimiento puesto en uso” (Cantoral, 2013).

La dimensiones del saber

En Cantoral (2013) encontramos una descripción conceptual sobre las dimensiones del saber del modelo de la TSME:

La dimensión didáctica está directamente relacionada con la costumbre didáctica, trata con la matemática escolar como objeto de estudio y sirve fundamentalmente para localizar y explicitar el discurso matemático escolar.

La dimensión epistemológica se ocupa del análisis en profundidad de las circunstancias que hicieron posible la construcción del conocimiento matemático, su razón de ser; pero sobre todo, que lo hicieran público.

La dimensión cognitiva analiza las formas de apropiación y significación progresivas que experimentan quienes se encuentran en situación de construcción de conocimiento. Se ubica al nivel de los procesos mentales que

presentan los actores educativos en su acción por conocer, tanto en los procesos de razonamiento relativos a un saber, o en el pensamiento en un sentido más amplio.

La dimensión social y cultural se ocupa de los usos del saber en situaciones específicas. Está mucho más centrada en los roles que juegan los actores y en el papel que tiene el saber en sus tareas principales: la construcción de consensos, los usos y las prácticas, y la elaboración y adaptación de instrumentos mediadores.

Los principios de la Teoría Socioepistemológica

La TSME descansa en cuatro principios fundamentales (Cantoral, 2013): el *principio de la racionalidad contextualizada*, el *principio del relativismo epistemológico*, el principio de la *resignificación progresiva* o de la *apropiación situada* y el *principio normativo de la práctica social*.

Las prácticas sociales son los cimientos de la construcción del conocimiento (*normatividad de las prácticas sociales*), y el contexto influye sensiblemente en el tipo de racionalidad con la cual un individuo o grupo construye conocimiento en tanto lo signifique y ponga en uso (*racionalidad contextualizada*). Una vez que este conocimiento es puesto en uso, es decir, se consolida como un saber, su validez será relativa a un entorno, ya que de ellos emergió su construcción y sus respectivas argumentaciones, lo cual dota a ese saber de un *relativismo epistemológico*. Así, a causa de la propia evolución y de su interacción con los diversos contextos, se resignificarán estos saberes enriqueciéndoles con variantes significativas (*resignificación progresiva*).

Cordero y Flores (2007) discuten la noción de “usos” desde la TSME y lo centran en los significados:

El “uso” es la función orgánica que se manifiesta por las “tareas” que componen la situación, y la forma del “uso” serán las clases de esas “tareas”. Las tareas pueden ser actividades, acciones, ejecuciones y

alternancias de dominios. Cuando la alternancia de tareas sucede se genera una nueva función orgánica que debatirá con las formas de los usos. A este acto de “uso” se le llamará resignificación...

Esta investigación se centrará en la dimensión sociocultural que se ocupa de los usos del saber en situaciones específicas; se propone mirar los usos y las prácticas de la ecuación lineal con respecto a sus funciones y sus formas en situaciones específicas en la escuela secundaria, mediante el análisis en el discurso del currículo vigente instituido por la SEP, en los libros de texto y en la planeación del profesor.

Método

Por las características de la investigación que se pretende realizar, según la clasificación de Kothari (2004), será de tipo analítica, aplicada, cualitativa y conceptual.

Se utilizará una combinación de métodos y técnicas de recolección de información y datos, que facilitarán el cumplimiento de los objetivos planteados en la investigación:

A. Investigación bibliográfica

Análisis de documentos. Revisión y análisis del Programa de Estudio 2011 vigente, libros de texto autorizados por la SEP, planes de clase de los profesores, revistas especializadas, congresos, simposios y tesis.

B. Investigación de campo

Entrevista. La entrevista será *no estructurada o de profundidad*, con preguntas abiertas; *dirigida*, en cuanto que se tendrá una lista de aspectos a ser explorados y permite cierta sistematización de la información; *de investigación*, se pretende conocer la opinión del entrevistado; y será *individual*. Las entrevistas serán audio-grabadas y se realizarán en las escuelas (contexto

escolar), dirigida a cinco maestros de secundaria con un experiencia mínima de tres años en la enseñanza de las matemáticas.

Las entrevistas permiten obtener información del profesor acerca de los elementos que utiliza para abordar el tema de ecuaciones lineales, su conceptualización y su funcionalidad, cómo problematiza el concepto y las estrategias que recurre para enseñar.

En esta fase de la investigación se están diseñando los instrumentos que se utilizarán para la obtención de datos, se estima tenerlos en octubre próximo de acuerdo al cronograma.

Conclusiones

Como resultado de los estudios revisados sobre la *ecuación lineal*, centran la atención en la construcción del concepto matemático desde diferentes enfoques, dejando de lado la parte humana en la construcción del conocimiento. Esta investigación busca identificar los usos y prácticas que pueden manifestarse en las actividades generadas por las prácticas institucionales que formulen epistemologías no centradas en los conceptos pero sí en los usos.

El enfoque que se propone complementa a las investigaciones realizadas, provee una mirada distinta a la construcción del conocimiento mediante un análisis sistémico y situado en la escuela secundaria.

Referencias

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. España: Gedisa.

Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D., y Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7 (3), 91-116.

- Cen, C. (2006). *Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato* (Tesis de Maestría inédita). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México, D.F.
- Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10 (1), 7-38.
- Filloy, E.; Puig, L. y Rojano, T. (2008). El estudio teórico local del desarrollo de competencias algebraicas. *Enseñanza de las Ciencias*, 25 (3), 327-342.
- García, P. y Rendón, J. (2011). Comprensión y conceptualización en el proceso de enseñanza-aprendizaje de ecuaciones lineales. En *XI Congreso Nacional de Investigación Educativa. Educación y Conocimientos Disciplinarios. Ponencia*. Mexico, D.F.: Consejo Mexicano de Investigación Educativa, A.C.
- García, P. y Vargas, J. (2014). El uso de manipulables para propiciar la comprensión del significado de ecuaciones lineales y cuadráticas, y de sistemas de ecuaciones lineales en la escuela secundaria. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 27(1), (pp. 879-887). México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa, A.C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, A.C.
- Hernández, P. y Filloy, E. (2014). Dificultades en las ecuaciones lineales en segundo grado de educación secundaria. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 27, (pp. 889-896). México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa, A.C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, A.C.
- Kieran, C. y Filloy, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las Ciencias*, 7 (3), 229 - 240.

Kothari, C. (2004). *Research Methodology. Methods & Techniques*. Second Revised Edition. New Delhi: New Age International (P) Ltd., Publishers.

Oktac y Trigueros (2010). ¿Cómo se aprenden los conceptos en álgebra lineal? *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13 (4-II), 373-385.

Rojano, M. (2010). Modelación concreta en álgebra: balanza virtual, ecuaciones y sistemas matemáticos de signos. *NUMEROS, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 75 (1), 5-20.

Segura (2004). Sistema de ecuaciones lineales: una secuencia didáctica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 7 (1), 49-78.

SEP (2011). *Programas de estudio. Educación básica. Secundaria. Matemáticas*. México: CONALITEG.

Socas, M. (2011). La enseñanza del álgebra en la educación obligatoria. Aportaciones de la investigación. *NUMEROS, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 77 (1), 5-34.