

# Comprensión De Estudiantes Normalistas De Matemáticas Sobre Ideas Fundamentales De Estocásticos Mediante La Webquest Como Estrategia De Enseñanza

Saúl Elizarrarás Baena  
Escuela Normal Superior de México

## **Resumen**

En el presente reporte de investigación de tipo cualitativo (Eisner, 1998; Martínez, 2004), se interpreta y analiza la comprensión de estudiantes normalistas de Matemáticas sobre juegos de azar e ideas fundamentales de estocásticos (Heitele, 1975) y sus argumentos son relacionados con la etapa de subjetividad correspondiente (Frawley, 1999), mediante la WebQuest (WQ) como estrategia para el desarrollo de su pensamiento estocástico, previo a la enseñanza. Los resultados muestran que la comprensión de ideas fundamentales de estocásticos fue muy limitada, pues carecieron de argumentos sólidos que pudieran establecer la relación entre el objeto, el signo y el concepto (Steinbring, 2005).

**Palabras clave:** comprensión, estocásticos, estrategia, enseñanza, formación docente.

## **1. Planteamiento del problema**

El término estocásticos refiere a la conjugación de la probabilidad y estadística, de manera que se interrelacionen e incluso, estableciendo conexiones con otros temas de las diferentes ramas de las Matemáticas, pues los temas de estocásticos permiten una amplia gama de aplicaciones en otras disciplinas científicas afines.

De forma más o menos regular, los estudiantes normalistas de Matemáticas tienen dificultades para comprender ideas fundamentales de estocásticos, lo cual promete difícil que en el futuro inmediato y mediano, puedan cristalizar su propia actividad profesional con los alumnos de la escuela secundaria para la asignatura de las Matemáticas. De este modo se pretende identificar sus dificultades de

comprensión sobre ideas fundamentales de estocásticos mediante el uso de la WQ como estrategia de enseñanza.

## **2. Referentes teóricos y conceptuales**

En general, la investigación se compone de los aspectos siguientes: epistemológico (Heitele, 1975), cognitivo (Fischbein, 1975; Frawley, 1999) y social (Steinbring, 2005). Asimismo, se considera la perspectiva sobre la resolución de problemas y el desarrollo de competencias sociocognitivas en entornos virtuales (Monereo, 2005), tal es el caso de la WebQuest como estrategia para la enseñanza y el aprendizaje (Adell, 1999).

### **2.1. Ideas fundamentales de estocásticos**

Desde una perspectiva epistemológica, Heitele (1975) enfatiza que para estocásticos es más urgente que en otras ramas de las Matemáticas, una lista de ideas fundamentales, por lo que propone las siguientes: medida de probabilidad, espacio muestra, regla de la adición, regla del producto e independencia, equidistribución y simetría, combinatoria, modelo de urna y simulación, variable estocástica, ley de los grandes números y muestra. El autor señala que estas ideas deben ser incorporadas en la currícula escolar de todos los niveles educativos para que sean enseñadas de forma gradual y sistemática desde el nivel preescolar hasta el superior; estas ideas sin un carácter estructuralista, deben proporcionar en el individuo modelos explicativos en cada etapa de su desarrollo, tan eficientes como sea posible y que conforme a los distintos niveles cognoscitivos se deben distinguir por su forma lingüística y por sus niveles de elaboración.

Un aspecto trascendental en la comprensión de las ideas fundamentales de estocásticos son las intuiciones, definidas por Fischbein (1975) como adquisiciones cognitivas que intervienen directamente en las acciones prácticas o mentales, con características globales, inmediatas, estructurales, extrapolatorias y

autoevidentes; el autor las clasifica en primarias (experiencia del individuo, correctas, o incorrectas como sesgos) y secundarias (resultantes de la educación).

Derivado de lo anterior, Frawley (1999) unifica a internalistas y externalistas al considerar al ser humano como máquina y como persona, pues afirma que nada es completamente social ni totalmente individualista; por lo que caracteriza *tres tipos de subjetividad*: el procesamiento no consciente que refleja la experiencia personal, la conciencia que utiliza de forma simple modelos simbólicos para interpretar e informar cualidades de la experiencia) y la metaconciencia que refiere a la toma de conciencia del yo y la organización deliberada de la experiencia.

Por su parte, Steinbring (2005) señala que las intuiciones probabilísticas se desarrollan de forma gradual y lenta, condicionados por los acontecimientos que se dan en el aula al interactuar los alumnos con el profesor; de este modo, destaca la importancia de que haya una selección de situaciones convenientes que privilegien la comprensión de estocásticos vía el enfoque frecuencial. El autor propone un triángulo epistemológico compuesto de tres elementos: concepto, objeto y signo; en este sentido, pone de relevancia la naturaleza de la comprensión de un concepto y establece que es imposible deducir el significado de uno de los vértices sin considerar los otros dos.

## **2.2. Definición y estructura de una WebQuest**

Desde una perspectiva particular, estructuralmente una WebQuest (WQ) es una serie de pasos que deben llevarse a cabo para satisfacer los propósitos de la planificación de la enseñanza de una temática en particular (ver Figura 1).

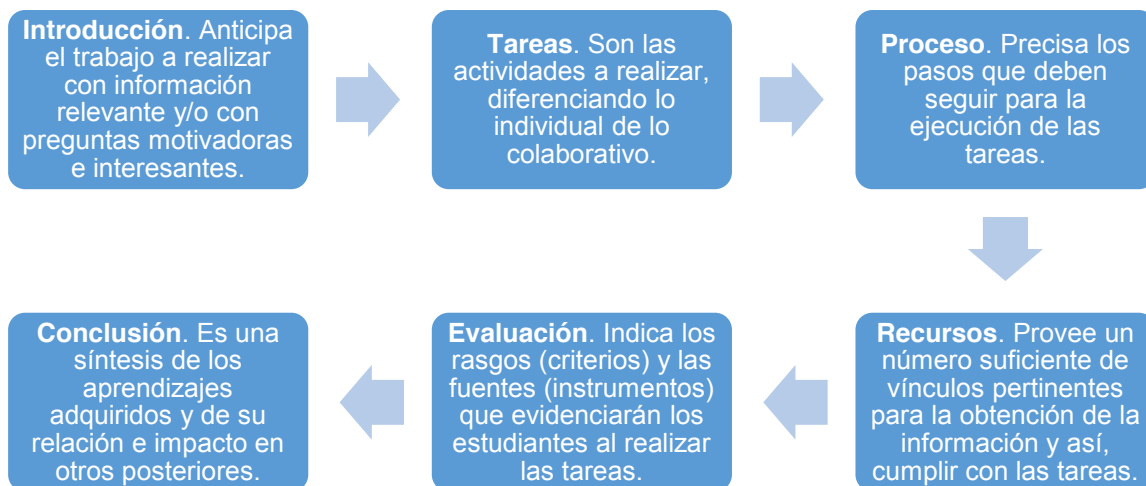


Figura 1. Elementos que componen la estructura de una WQ.

En la parte central de una WQ, se debe reconocer que son un conjunto actividades de aprendizaje que permiten a los estudiantes interactuar social y cognitivamente en el marco de elaboración de proyectos colaborativos que estratégica y potencialmente, posibilitan el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo mediante el despliegue pertinente de las habilidades digitales sobre el uso educativo de las Tecnologías de la Información y Comunicación.

Adell (2004) señala que en una WQ la planificación del docente debe plasmar de forma explícita el trabajo colaborativo de los estudiantes, quienes durante el proceso realizarán una amplia gama de actividades como leer, comprender y sintetizar información seleccionada de Internet o de otras fuentes, organizar la información recopilada, elaborar hipótesis, valorar y enjuiciar ideas y conceptos, producir textos, dibujos, presentaciones multimedia, etc. El autor enfatiza que se deben proponer diversos recursos accesibles a través de Internet y, de ser necesario, se proporcionará una serie de ayudas o andamios de recepción, transformación y producción de información que les ayudarán a asimilar y acomodar la nueva información y a elaborar el producto final.

### 2.3. Desarrollo de competencias sociocognitivas y pensamiento crítico

Monereo (2005) enfoca el concepto de competencia como competir, este se asimila a ser "adecuado o apto" para una determinada actividad, es decir, ser competitivo. Para el autor, alguien competente es una persona que sabe leer con gran exactitud qué tipo de problema es el que se le plantea y cuáles son las estrategias que deberá activar para resolverlo. Asimismo, plantea que mediante la WQ se pueden desarrollar las competencias sociocognitivas básicas que él propone de forma interrelacionada (ver Figura 2), poniendo especial atención no sólo en el resultado sino también en el proceso; de este modo, el estudiante debe desempeñar un papel activo y sobre todo en el caso del aprendizaje de las Matemáticas, pues al resolver problemas se favorece el razonamiento lógico, la flexibilidad y la reversibilidad del pensamiento; cuyas importancia y trascendencia se deben ver reflejadas en una perspectiva y prospectiva crítica de la realidad de un mundo tan cambiante en el que día a día se vive y se convive, por lo que se necesita una base científica, racional y sobre todo ética.

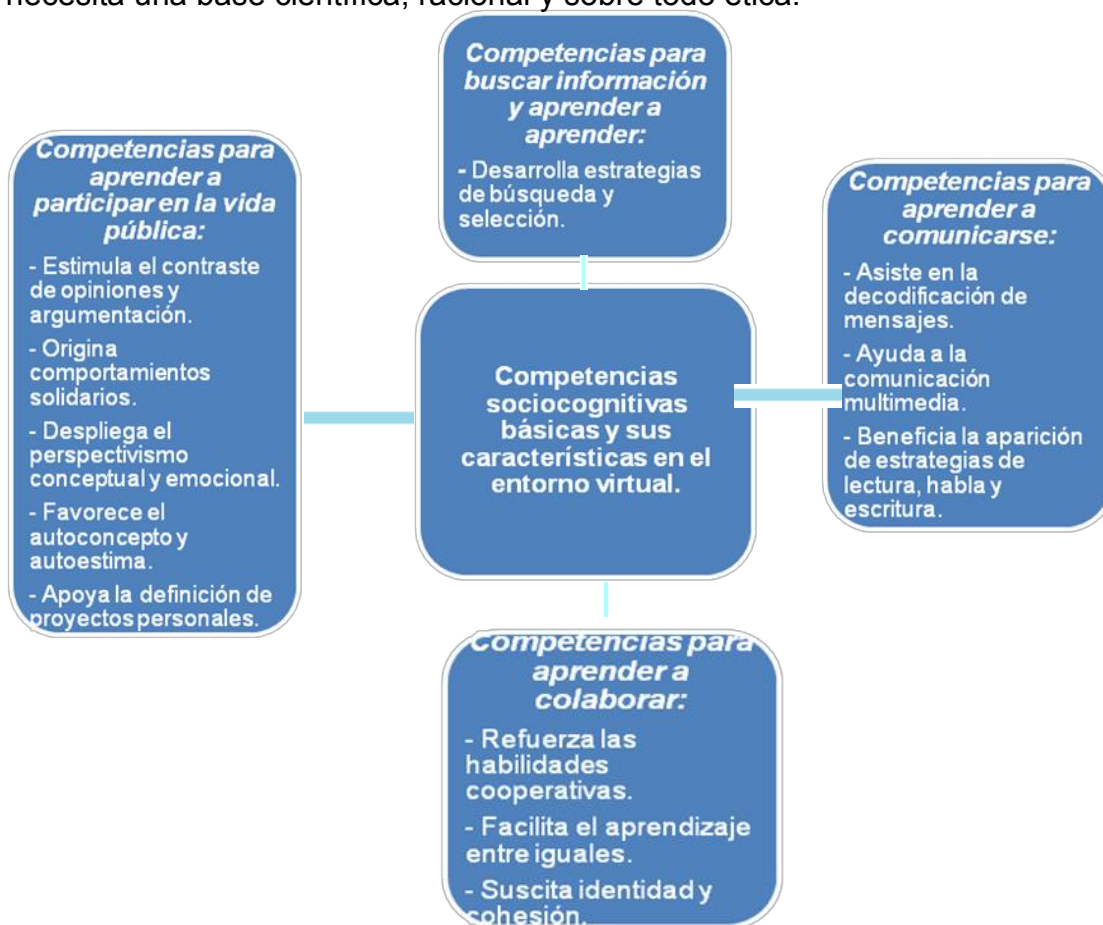


Figura 2. Competencias sociocognitivas y sus características en el entorno virtual.

El pensamiento crítico es aquel que tiene como punto de partida la reflexión, lo cual desencadena en el planteamiento de alternativas para la toma de decisiones; Campos (2007) lo define como un proceso mental disciplinado que hace uso de estrategias y formas de razonamiento que usa la persona para evaluar argumentos o proposiciones, tomar decisiones y aprender nuevos conceptos. De este modo, se hace imprescindible destacar la importancia de la interrogación en la autorregulación como un proceso de pensamiento que implica ser consciente para planear, identificar y evaluar. La interrogación permite precisar el logro de las metas en función de utilizar los recursos y cambios necesarios. La autorregulación depende de la interrogación en el sentido de que las preguntas que se puedan plantear para el estudiante, le permitirán la especificación de hacia dónde se debe dirigir para el logro de los propósitos de su propio aprendizaje; asimismo, le permiten orientar de manera clara y ordenada los recursos cognitivos que debe movilizar para el desarrollo de las competencias.

A modo de ejemplo, el tema de nociones de probabilidad y en particular, la comprensión de la idea de azar podría ser iniciada a partir de la formulación de las preguntas siguientes: ¿Qué conozco sobre el azar y la probabilidad? ¿Cómo puedo relacionar esta información con la resolución de los problemas planteados? ¿Qué conclusiones puedo formular entre lo que sabía y lo que debo aprender?

Referente al proceso, podría plantearse las preguntas siguientes: ¿Qué pasos debo seguir para resolver cada uno de los problemas? ¿Cuánto comprendí de los datos contenidos en el problema? ¿Qué estrategias utilice para resolverlo? ¿Qué dificultades me han surgido? ¿Cómo puedo superarlas?

Derivado de lo anterior, es necesario concientizar a los estudiantes de sus errores y sobre todo trabajar en estos a partir de las preguntas siguientes: ¿En cuáles procedimientos matemáticos te equivocaste? ¿Cómo debiste haber procedido para resolver correctamente el problema? ¿Podrías utilizar las ideas fundamentales de estocásticos para resolver los problemas planteados?

### **3. Enfoque metodológico y organización de la investigación**

La metodología es de tipo cualitativa bajo la perspectiva de Eisner (1998) y Martínez (2004), el enfoque metodológico es la etnografía educativa, el método utilizado es el de observación participante; se utilizó como técnica de registro de la información a la bitácora a modo de diario de campo. Los referentes teóricos devinieron en criterios de análisis y, en otros casos, dadas las características de las respuestas proporcionadas por los participantes de este estudio, se propusieron algunas categorías de interpretación.

En su fase inicial, este estudio se llevó a cabo en una de las aulas de la ENSM del Turno Vespertino, con un grupo de doce estudiantes normalistas que cursaban el sexto semestre de la Licenciatura en Educación Secundaria de la Especialidad en Matemáticas, conforme al Programa de Estudio vigente (SEP, 1999). Cabe destacar que aun cuando se contaba con autorización por parte de las autoridades educativas de la ENSM citadas anteriormente, el acceso al aula fue mediado por el investigador quien también fungía como docente.

#### 4. Interpretación y análisis de resultados

Se consideró la célula de análisis (Ojeda, 2006): *ideas fundamentales de estocásticos, otros conceptos matemáticos, recursos semióticos de la información, términos utilizados, situaciones y contextos planteados.*

Con base en lo anterior, en la Tabla 1, se presenta el análisis previo al que fue sometido la WQ denominada La Lotería y El Azar propuesta por Delgadillo (2008), la cual fue realizada por los (las) participantes de forma autónoma y sin enseñanza previa.

Tabla 1. Análisis previo de la WebQuest sobre juegos de azar.

Situaciones y contextos planteados	Otros conceptos matemáticos	Términos utilizados	Registros semióticos	Ideas fundamentales
• Quinielas deportivas	• Operaciones básicas con números	Probar suerte, premio, azar,	• Lengua natural	• Medida de probabilidad

---

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lotería</li> <li>• Zodiaco</li> <li>• Melate</li> </ul>	<p>enteros: adición, sustracción, multiplicación y división.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cálculo de porcentaje.</li> <li>• Fracciones.</li> </ul>	<p>probabilidad, oportunidades, combinaciones, repartos, acertar, combinaciones, posibles, ventajas, elecciones, esperanza matemática</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Figuras o imágenes</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Espacio muestra</li> <li>• Regla de la adición</li> <li>• Independencia Regla del producto</li> <li>• Equidistribución y simetría</li> <li>• Combinatoria</li> <li>• Modelo de urna y simulación</li> <li>• Variable aleatoria</li> <li>• Ley de los grandes números</li> <li>• Muestra</li> </ul>
--	--	---	--	---

---

En la Figura 3, se presenta la introducción propuesta para la WQ denominada La lotería y el Azar. A modo de que los alumnos, se interesen y generen reflexiones previas, se propone información relacionada con el excesivo gasto promedio anual de los españoles en los juegos de azar; se continúa con preguntas orientadoras que pudieran permitir a los estudiantes centrar su atención en aspectos nodales.



**La Lotería y el Azar**

**INTRODUCCIÓN**

**¿De qué se trata?**

El azar forma parte de nuestra vida cotidiana y se nos manifiesta de forma espontánea a través de múltiples situaciones y fenómenos; pero en otras muchas ocasiones somos nosotros quienes necesitamos convocarlo. El ejemplo más corriente son los juegos de azar; pocas personas podrán decir que se han resistido a la tentación de probar suerte con algunos de estos juegos, según el Instituto Nacional de Estadística (INE), cada español se gasta de media al año en juegos de azar unos 642 euros.

De todos los juegos que organiza el Organismo Nacional de Loterías y Apuestas del Estado (ONLAE): Lotería Nacional, Quiniela, Lotería Primitiva, Bonoloto, el Gordo, Euromillones, la Quiniela, el Quinigol y la Lotería Hípica.

¿Cuál crees que depende en mayor medida del azar? ¿Qué juego ofrece más oportunidades de obtener premio?

¿Qué probabilidad hay de que toque en cada uno de ellos?

¿Tienen la misma probabilidad de salir en la primitiva las combinaciones (1,2,3,4,5,6) y (2,7,15,22,34,47)?

Este año el gordo ha acabado en 5, ¿Elegirías para el sorteo del año que viene esta terminación?

¿Crees que existen "patrones" dentro del azar?

¿Crees que los repartos de premios son realmente proporcionales a la dificultad de acertar en cada categoría?

Todas estas preguntas tienen respuesta con **las leyes de la probabilidad y la estadística**

Web: [estadisticaparatodos.es](http://estadisticaparatodos.es) Contacto © Copyleft 2008 Titapp

Figura 3. Introducción propuesta en la WQ (La Lotería y el Azar).

La tarea central consiste en que los alumnos desarrollaran una serie de preguntas y/o temas para un informe, los cuales a continuación se citan y de forma inmediata, se ejemplifican algunas de las respuestas proporcionadas por los participantes:

*La influencia del azar, ¿hay jugadores con más ventajas que otros?*

Para esta pregunta, hubo una estudiante (E<sub>1</sub>) que pudo identificar ideas fundamentales de estocásticos tales como: medida de probabilidad, espacio muestra y regla de la adición; por lo que se puede ubicar en la segunda etapa que propone Frawley (1999) denominada la conciencia.

Esto depende del número de boletos que cada persona compre, es decir si una persona compra un solo boleto tendrá una probabilidad de  $\frac{1}{120000}$

mientras que otra persona que compre cinco boletos tendrá una posibilidad de  $\frac{5}{120000}$ .

Otra respuesta justificada de modo parcial, bajo el supuesto de que todos los participantes compren un solo boleto es la proporcionada por otra participante (E<sub>6</sub>) y de este modo, sólo relacionó de modo informal la idea de equidistribución y simetría, por lo que se le puede ubicar en la frontera entre el procesamiento no consciente y la conciencia.

No, puesto que todos tienen la misma probabilidad de ganar ya que al comprar un boleto se convierte en una parte de un todo.

Un aspecto del que también hubo respuestas interesantes por parte de los estudiantes normalistas fue el siguiente:

*El análisis matemático del juego en sí (relativo a los posibles resultados, probabilidades de acertar los distintos premios, etc.)*

A este respecto, una estudiante (E<sub>1</sub>) estableció la relación que hay entre los premios y el número de boletos comprados, con lo cual tuvo un acercamiento a la comprensión de las ideas siguientes: muestra y ley de los grandes números; derivado de lo anterior, se le puede ubicar en la frontera entre el procesamiento no consciente y la conciencia.

Las probabilidades aumentarán según el número de premios que se otorguen y el número de boletos que se adquieran.

Para tomar como punto de reflexión, un aspecto que se incorporó refirió a las intuiciones y/o creencias de los participantes

*La actuación de los propios jugadores, ¿sus elecciones pueden tener influencia en el juego en sí?*

En este sentido, se presentaron algunas de las respuestas esperadas en las cuales descartaron ideas fundamentales de estocásticos tales como: regla del

producto e independencia y modelo de urna y simulación (E<sub>5</sub>). Así, se les pudo ubicar en el procesamiento no consciente.

La gente juega con mayor o menor frecuencia, considerando que pueden dividirse en dos tipos: los «números favoritos» y los «números no favoritos». Por tanto cualquier jugador que analice esos datos puede aprovecharlos en su favor.

Asimismo, se les pidió que pudieran utilizar la esperanza matemática para comprender que la probabilidad de ganar un premio es mínima y demás reflexiones que se derivan en este sentido (ver figura 4).

*Esperanza matemática del juego, es decir, la relación entre el premio obtenido y la probabilidad de acertar.*

Las respuestas proporcionada no fueron las esperadas, por lo que se descartó la comprensión de ideas fundamentales de estocásticos tales como: muestra y ley de los grandes números (E<sub>1</sub>); por lo que al ejemplo de respuesta, se les ubicó en la frontera entre el procesamiento no consciente y la conciencia.

$$\frac{1}{120000} \times 6,000,000 = \frac{6,000,000}{120000} = 50$$

Cabe mencionar que en esta parte como tal no entendí el concepto de esperanza matemática según la definición de la webquest ya que no me da un valor entre el intervalo [0,2], según la esperanza matemática se maneja entre ese rango.

De forma complementaria a la interpretación y análisis anterior, se puede considerar que el desarrollo del trabajo colaborativo y autónomo no se desarrolló de manera esperada y en consecuencia, tampoco las competencias sociocognitivas. Cabe señalar que los estudiantes normalistas no estaban lo suficientemente familiarizados con el uso de la WQ como estrategia de enseñanza para lograr los aprendizajes esperados.

The infographic is titled "La Lotería y el Azar" in a large, stylized font at the top. Below the title, the word "CONCLUSIÓN" is written in red capital letters. Underneath, the question "¿Qué aprendimos?" is posed. The main body of text discusses the factors of lotteries and the mathematical analysis of games of chance. On the left side, there is a vertical navigation menu with five items: "INTRODUCCIÓN", "TAREA", "PROCESO", "RECURSOS", "EVALUACIÓN", and "CONCLUSIÓN", each in a dark green box with white text. At the bottom of the infographic, there is a footer with the website "estadisticaparatodos.es", a contact link, and a copyright notice for 2008.

# La Lotería y el Azar

## CONCLUSIÓN

¿Qué aprendimos?

Los factores analizables en las loterías son tres:

1. **Las normas del juego** (reparto y porcentajes de premios);
2. **El análisis matemático del juego** en sí (relativo a los posibles resultados, probabilidades de acertar los distintos premios, etc.) utilizando el cálculo de probabilidades, con eventuales incursiones en la combinatoria y estadística;
3. **La actuación de los propios jugadores**, dado que sus elecciones tienen influencia en el juego en sí, desde la recaudación total al reparto de premios dependiendo de la combinación ganadora y de cuánta gente la acierte.

Analizar los juegos de azar matemáticamente es complicado pero divertido. Las probabilidades de las loterías por sí mismas son irrelevantes. Lo que realmente importa es **la esperanza matemática del juego**. Casi siempre, cualquier juego real de apuestas tiene esperanza menor que 1: lo más probable es perder dinero y es por eso que dicen que **las loterías son un impuesto del gobierno al desconocimiento de las matemáticas**.

El motivo por el que se juega es probablemente por el simple placer de apostar y soñar con ganar un premio de escándalo. Estamos dispuestos a perder una cantidad pequeña de dinero casi con seguridad a cambio de la posibilidad, por pequeña que sea, de hacernos ricos de la noche a la mañana.

Web : [estadisticaparatodos.es](http://estadisticaparatodos.es) | Contacto © Copyleft 2008 Titapg

Figura 4. Conclusión de la WQ

## 5. A modo de conclusiones

En general los participantes manifestaron dificultades de comprensión con ideas fundamentales de estocásticos: medida de la probabilidad, espacio muestra y regla de la adición; aunque también hubo dos o tres casos que dieron muestras de un dominio suficiente pero no deseado o esperado.

En el corto plazo, con esta WQ se familiarizo a los participantes con el uso de esta estrategia de enseñanza; en el mediano plazo, se pudieron desarrollar nociones sobre ideas de probabilidad y azar. Con esta WQ los estudiantes normalistas movilizaron algunos conocimientos previos, por lo que desarrollaron el aprendizaje autónomo y respecto al trabajo colaborativo, fue un aspecto que descartado por la mayoría de los participantes, pues a pesar de que se les indicó que debían conformar equipos de tres personas, los trabajos fueron enviados vía correo electrónico en forma individual y sólo uno de estos fue realizado por dos personas.

Es imprescindible que los estudiantes normalistas puedan familiarizarse con el uso de las WQ no sólo para comprender ideas fundamentales de estocásticos sino también para que puedan desarrollar competencias sociocognitivas relacionadas con el trabajo colaborativo y autónomo y a su vez, podrán movilizar el pensamiento pedagógico que les permita diseñar estrategias de enseñanza con el uso de las TIC y sobre todo que las puedan aplicar con los estudiantes de secundaria de modo más o menos exitoso.

Finalmente, es necesario continuar desarrollando proyectos de investigación relacionados con el uso de las Tecnologías de la Información para reflexionar y analizar la comprensión y la enseñanza de estocásticos en la formación docente inicial de futuros profesores de Matemáticas para la educación básica y en particular, el nivel secundaria; sobre todo resulta importante acceder al aula con egresados de la Escuela Normal Superior de México con la finalidad de dar seguimiento a su desempeño e impacto en los aprendizajes esperados propios de temas relacionados con la probabilidad y la estadística.

## **Referencias**

- Adell, J. (2004). Internet en el aula: las WebQuest. *Revista electrónica de tecnología educativa*, Volume 17, Issue 04
- Campos, A. (2007). *Pensamiento crítico. Técnicas para su desarrollo*. Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Delgadillo, J. A. (2008). WebQuest: La Lotería y el Azar. Recuperado el 31 de enero de 2015 de la url: <http://www.estadisticaparatodos.es/webquest/loterias/>
- Eisner, E. (1998). *El ojo ilustrado. Indagación cualitativa y mejora de la práctica educativa*. España: Paidós.
- Fischebein, E. (1975). *The intuitive Sources of Probabilistic Thinking*. Holanda: Reidel.
- Frawley, W. (1999). *Vygotsky y la ciencia cognitiva*. España: Paidós.

Heitele, D. (1975). *An epistemological View on Fundamental Stochastic Ideas*. Educational Studies in Mathematics, 6, pp. 187-205. Holanda: Reidel.

Martínez, M. (2004). *El paradigma emergente: hacia una nueva racionalidad científica*. México: Trillas.

Monereo, C. (2005). Internet un espacio idóneo para desarrollar las competencias básicas. *En Monereo et al, Internet y competencias básicas. Aprender a colaborar, a comunicarse, a participar, a aprender* (pp. 5-25). México: Graó.

Ojeda, A. M. (2006). Estrategia para un perfil nuevo de docencia: un ensayo en la enseñanza de estocásticos. *Matemática Educativa, treinta años: una mirada fugaz, una mirada externa y comprensiva, una mirada actual*. (Fillooy, E., ed.). Santillana; Cinvestav del IPN. México, págs. 195-214.

SEP (1999). *Programas de Estudio. Licenciatura en Educación Secundaria. Matemáticas*, México: SEP.

Steinbring, H. (2005). *The Construction of New Mathematical Knowledge in Classroom Interaction. An Epistemological Perspective*. Springer, USA: NCTM.