

EL USO EXPERIMENTAL DEL GEOGEBRA EN UN CONTEXTO DE FORMACIÓN DOCENTE EN MATEMÁTICA

Ivonne C. Sánchez S., Juan Luis Prieto G.

ivonne.sanchez@aprenderenred.com.ve, juan.prieto@aprenderenred.com.ve

Grupo Tecnologías en la Educación Matemática, Universidad del Zulia

Resumen

En los últimos años, las actividades mediadas por tecnologías digitales han tenido mayor presencia en la Educación Matemática. Una de estas actividades es la diagramación con GeoGebra, cuya finalidad es la obtención de dibujos dinámicos que modelen objetos de la realidad, utilizando para ello las herramientas de construcción y medida que integra el GeoGebra. Sin embargo, poco se conoce sobre este uso para resolver las tareas de diagramación. En este sentido, el objetivo de este trabajo es describir parte de una experiencia de diagramación con GeoGebra en un contexto de formación docente, centrando la atención en el “uso experimental” del software por parte de estos sujetos. Para lograr esto usamos el enfoque experimental planteado en el marco teórico Humanos-con-medios, propuesto por Borba y Villareal (2005), para analizar un uso experimental del GeoGebra por parte de los profesores para dar respuesta a una tarea de diagramación.

Palabras Clave: Formación de profesores, Diagramación, Uso experimental del GeoGebra.

Introducción

En las últimas décadas, las tecnologías digitales han tenido más presencia en la matemática escolar. Como consecuencia, autores

como Villareal (2012) sugieren lograr en los estudiantes su *alfabetización tecnológica*. La presencia de las tecnologías digitales en las clases de matemática se ha hecho notar especialmente en actividades de interpretación de gráficos, la solución de ecuaciones e inecuaciones, razonamiento espacial, entre otras. Con el tiempo, otra clase de actividades no convencionales, basadas en tecnologías, han sido exploradas en clases de matemática, con el fin de promover un aprendizaje contextualizado. Nos referimos a la elaboración de diagramas y simuladores para el estudio de fenómenos de la realidad y otras disciplinas científicas (Hilton y Honey, 2011; Rubio, Prieto y Ortiz, 2016).

Recientemente nos hemos dedicado a explorar el potencial de estas actividades para promover aprendizaje matemático en estudiantes y profesores en servicio. Decidimos utilizar al GeoGebra dada la capacidad de multi-representación de los objetos matemáticos que este ofrece (Fioriti, 2012; Hohenwarter, 2006). Aunque el uso eficiente del GeoGebra ha sido un aspecto clave en el trabajo de diagramación, poco se conoce sobre (a) las formas en que los sujetos utilizan sus herramientas para resolver las tareas asociadas, y (b) el aprendizaje derivado de estas experiencias. Por esta razón, seguidamente se describe parte de una experiencia de diagramación con GeoGebra en un contexto de formación docente en matemática, centrando la atención en el “uso experimental” del software por parte de estos sujetos.

Diagramación con Geogebra

Según la Real Academia Española, *diagramar* es una acción que consiste en elaborar un esquema, gráfico o dibujo con el fin de mostrar las relaciones entre las diferentes partes de un conjunto (Real Academia Española, 2014). Si este conjunto es un objeto de la realidad, entonces la *diagramación* tiene que ver con la elaboración de un dibujo alusivo a este objeto, cuya particularidad es ser un *modelo geométrico* creado a través de cierta tecnología. Cuando el dibujo es elaborado a través de un software de geometría dinámica, este se considera un *dibujo dinámico*, es decir, un dibujo construido en base a la teoría geométrica que subyace en él y que conserva las propiedades espaciales impuestas en su construcción cuando es arrastrado por alguno de sus elementos libres (Laborde, 1997).

La diagramación con GeoGebra tiene el propósito es obtener un *dibujo dinámico* que modele objetos de la realidad, tales como, las fachadas de una iglesia, un museo u otras estructuras públicas. Realizar esta actividad supone resolver un conjunto de tareas de diagramación que están relacionadas con la representación de las formas que componen al objeto que se diagrame. Al resolver estas tareas, es posible que los sujetos lleven a cabo procesos de *experimentación con el GeoGebra*, caracterizados a continuación.

Experimentación en la diagramación

En el campo de la Educación Matemática, Borba y Villareal (2005) proponen el marco teórico *Humanos-con-Medios* desde el cual se

considera al conocimiento matemático como el resultado de una construcción de un grupo de “seres humanos pensantes” que resuelven problemas apoyados en diversos medios (Santa y Jaramillo, 2015). Para Villareal (2012), los medios de construcción del conocimiento matemático son esenciales en la actividad cognitiva de los sujetos, ya que tienen la fuerza de transformar los contenidos y los estilos de aprendizaje. Estos medios incluyen la oralidad, la escritura y los dispositivos materiales que forman parte del colectivo pensante. Dentro de esta última clase se ubican las tecnologías digitales, cuyas implicaciones en la Educación Matemática son por todos conocidas (Hoyles y Lagrange, 2010).

La actividad de Diagramación con GeoGebra puede ser estudiada desde el marco antes mencionado, ya que permite entender como válida la producción de conocimiento matemático en colectivos de profesores en formación, involucrados en experiencias de diagramación mediadas por una tecnología específica (el GeoGebra). Además, consideramos que el desarrollo de esta actividad se apoya en las capacidades de visualización y experimentación de los profesores, por lo tanto, estos dos procesos son fundamentales en la construcción y reorganización del conocimiento. La experimentación consiste en la generación y validación de conjeturas, originadas en procedimientos tentativos y ensayos direccionados (Borba y Villareal, 2005). En nuestro caso, el uso experimental con el GeoGebra en la diagramación se asume como un proceso de creación y validación de conjeturas sobre las propiedades y relaciones de los objetos

geométricos constituyentes de un dibujo dinámico, apoyado en el “ensayo y error” y la exploración de construcciones auxiliares.

Metodología

Participantes y contexto

En la investigación participaron 12 profesores de matemática, cursantes del Programa Nacional de Formación de Profesores de Educación Media (Micromisión Simón Rodríguez), impulsado por el Ministerio del Poder Popular para la Educación de Venezuela. Bajo la dirección de un formador, los profesores cursaban la unidad curricular *Forma y Dimensión I y su Didáctica*. Las sesiones de trabajo de esta unidad se llevaron a cabo de manera presencial, una vez a la semana, con una duración de cuatro horas (04). Una de las competencias que debían alcanzar los participantes era desarrollar procesos de indagación y análisis de las propiedades de las formas en el entorno. Para desarrollar esta competencia se les asignó a los participantes diagramar un objeto de la realidad con GeoGebra.

Los últimos encuentros de la unidad curricular fueron dedicados a validar las construcciones realizadas por los profesores en sus diagramaciones. La investigación se sitúa en uno de estos encuentros, en donde una profesora (Alicia) compartió su forma de construir un rectángulo representativo de una franja de la Bandera de Venezuela (ver Figura 1). En ese momento, estaban presentes los 12 profesores, sin embargo, quienes intervinieron en la discusión de la revisión de la

diagramación fueron cuatro profesores (Adrián, Natalia, Víctor y Gerardo) y su formador.



Figura 1. Bandera Nacional de Venezuela

Datos e instrumentos

La participación de Alicia fue registrada en formato de vídeo, con una duración de 29 minutos. Este registro revela *episodios* de la diagramación en los cuales se reflexiona y discute sobre la validez de las construcciones del rectángulo, en relación a la teoría geométrica asociada. En los episodios, las reflexiones y discusiones de los participantes toman la forma de discursos orales que reflejan maneras de llevar a cabo la experimentación con el GeoGebra para construir el dibujo dinámico. Los datos de esta investigación provienen de las transcripciones de estos episodios realizada por uno de los investigadores de este trabajo.

Análisis

El análisis de los datos se llevó a cabo en tres momentos. En el primero, se identificaron los episodios que dan cuenta de alguna forma de experimentación con GeoGebra en la diagramación de la bandera.

Para ello, los investigadores visualizaron el vídeo centrando la atención en la generación y validación de conjeturas durante la resolución de las tareas de diagramación. Luego, los episodios identificados fueron transcritos. En el segundo momento, se analizaron las transcripciones de los episodios, atendiendo a los criterios que se muestran en la Tabla 1. Finalmente, en el tercer momento se establecieron acuerdos en cuanto a los resultados del segundo momento y se decidió la forma de presentarlos aquí.

Tabla 1. Instrumento para el análisis de los datos

N°	Tiempo de duración	Finalidad del episodio	Descripción del episodio	Evidencia empírica	Comentarios del investigador
1					
2					
...					
<i>n</i>					

Nota. $n \in \mathbb{N}^*$

Resultados

En el caso de Alicia, la experimentación con GeoGebra se orientó hacia el reconocimiento de la simetría axial como la transformación idónea para la representación del rectángulo alusivo a la franja amarilla de la bandera, a partir del rectángulo correspondiente a la franja azul (dibujado previamente). Es importante destacar que, al

inicio del encuentro, Alicia manifestó haber aplicado una simetría central al rectángulo que representa a la franja azul con la intención de dibujar el rectángulo de la franja amarilla. Sin embargo, al no obtener el resultado esperado, ella desistió de su empeño. Las preguntas del formador pusieron de manifiesto las dificultades de Alicia para reconocer el tipo de simetría aplicada en su trabajo, lo que llevó a que los esfuerzos se dirigieran a conocer la simetría a utilizar y su aplicación directa sobre el dibujo dinámico de la profesora.

En relación a lo anterior, se identificaron dos episodios: el primero, en el cual se descarta la simetría central como la opción para representar el rectángulo de la franja amarilla y, el segundo, relacionado con el reconocimiento de las condiciones para aplicar la simetría axial con el GeoGebra. Por cuestiones de espacio, vemos conveniente mostrar los resultados del análisis del segundo episodio. Este episodio parte de una discusión cuyo foco de atención fue la identificación de las condiciones necesarias para aplicar una simetría axial y cuáles de estas condiciones ya estaban garantizadas en la vista gráfica del GeoGebra. Al respecto, los profesores lograron identificar “sin problemas” al *objeto a reflejar* (rectángulo de la franja azul), mas, sin embargo, la identificación del *eje de simetría* no fue una cuestión sencilla para los profesores, es por ello que estos se vieron en la necesidad de generar y validar conjeturas a través del “ensayo y error”. La primera conjetura, generada por Alicia, consistió en *asumir al eje x como eje de simetría*, la cual fue validada a través del GeoGebra aplicando la simetría, obteniendo como resultado que el rectángulo homólogo se localizaba por debajo del eje x y no en el lugar deseado.

Ante esta situación, se generaron otras tres conjeturas, las dos primeras no cumplían las condiciones para resolver el problema, más, sin embargo, la última sí, la cual consistió en *asumir a la recta que contiene a los extremos superiores del rectángulo azul como eje de simetría*, la validación de esta conjetura a través del GeoGebra les permitió a los profesores detectar que el homólogo estaba por encima del rectángulo azul. En la siguiente conversación se evidencia lo anteriormente comentado.

Formador (00:20:11-00:20:19): *Ahora te pregunto [refiriéndose a Alicia] ¿cuál es el eje de reflexión?*

Alicia (00:20:19-00:20:21): *Es éste [señalando el eje x].*

Formador (00:20:24-00:21:08): *Gerardo, por favor, selecciona el rectángulo y luego el eje x... Ahora díganme dónde se ubica el rectángulo homólogo pues no lo veo. Gerardo, aleja el zoom en la vista gráfica. No se aprecia al rectángulo homólogo por encima de la franja azul. ¿Qué pasó? ¿Por qué [el rectángulo] aparece aquí [señalando por debajo del eje x]?*

Natalia (00:21:08-00:21:10): *Porque el eje de simetría debió ser el eje y.*

Formador (00:21:10-00:21:38): *Veamos si eso es cierto. Gerardo, regresa y aplica simetría axial al rectángulo, usando el eje y como eje de simetría. [...] Natalia, observa dónde aparece el rectángulo homólogo [el rectángulo homólogo se ubicó a la izquierda del eje*

y] El eje de simetría no es el eje x que pensaba Alicia, ni el eje y que pensaba Natalia. Entonces, ¿dónde está localizado este eje?

Alicia (00:21:38-00:21:58): ¿Será la recta paralela [al eje x] que pasa por (5,3)?

Formador (00:21:58-00:21:38): Veamos. Gerardo, selecciona el rectángulo y luego la recta que nos dice Alicia. Aleja la vista gráfica. ¿Alicia, por qué no lo veo [al rectángulo]?

Alicia (00:21:58-00:22:19): Entonces debería ser esta recta [señalando la recta que contiene a los extremos superiores del rectángulo azul].

Formador (00:22:19-00:22:38): Muy bien Alicia, éste es el eje de simetría. ¿Se fijan? el GeoGebra es una aplicación útil para experimentar. Puede ocurrir que alguien no sepa qué es una simetría axial, pero se puede experimentar con la herramienta para darnos cuenta de cuáles son los elementos que necesito para aplicarla correctamente.

Conclusiones

En esta investigación hemos descrito una forma de uso experimental del GeoGebra en un contexto de formación docente. Este uso se evidenció al momento de aplicar la herramienta *Simetría Axial* a un rectángulo para representar una de las franjas de la bandera nacional de Venezuela. Con base en los resultados, podemos

constatar que el uso experimental del GeoGebra, como proceso de creación y validación de conjeturas, ocurre en la diagramación cuando los sujetos conjeturan sobre las características de los objetos geométricos construidos en la interfaz y exploran con el software tales construcciones para darles validez, de manera similar a lo hecho por profesores de matemática en formación durante un estudio realizado por Villa-Ochoa, Vélez, Rojas y Borba (2013).

Sin embargo, el tipo de experimentación reportada fue de “ensayo y error” ya que los profesores formulaban conjeturas que eran validadas por medio del GeoGebra. Al no ser correctos sus resultados, estos sujetos producían nuevas conjeturas que pasaban a ser validadas hasta obtener la respuesta deseada. Estos resultados son diferentes a los reportados por Zbiek, Heid, Blume y Dick (2007), en la cual describen una actividad de exploración poco estructurada, en donde el trabajo de los estudiantes es determinado por procedimientos de manejo del software preestablecidos.

Los resultados de esta investigación son un aporte a nuestra comprensión del uso experimental del GeoGebra en situaciones de diagramación. A pesar de ello, vemos necesario profundizar en este tipo de análisis desde lo teórico y metodológico, con el fin de lograr mejores resultados en la promoción de este proceso y legitimar la matemática puesta en escena.

Referencias Bibliográficas

- Borba, M., & Villareal, M. (2005). *Humans-with-Media and the reorganization of mathematical thinking. Information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*. New York, E.U.: Springer.
- Fioriti, G. (2012). Prólogo. En R. Ferragina (Ed.), *GeoGebra entra al aula de matemática*. Buenos Aires, Argentina: Miño y Dávila.
- Hilton, M., & Honey, M. A. (2011). *Learning Science Through Computer Games and Simulations*. Washington, DC: Committee on Science Learning: Computer Games, Simulations, and Education & National Research Council.
- Hohenwarter, M. (2006, julio). Dynamic investigation of functions using GeoGebra. En J. Böhm (ed.), *Proceedings DES-TIME-2006: Dresden International Symposium on Technology and its Integration into Mathematics Education 2006* (pp. 1-5). Dresden, Alemania.
- Hoyles, C., & Lagrange, J. B. (Eds.) (2010). *Mathematics Education and Technology—Rethinking the Terrain. The 17th ICMI Study*. New York: Springer.
- Laborde, C. (1997). Cabri-geómetra o una nueva relación con la geometría. En L. Puig. (Ed.), *Investigar y Enseñar. Variedades de la Educación Matemática* (pp.33-48). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Real Academia Española. (2014). Diagramar. En *Diccionario de la lengua española* (23.a ed.). Recuperado de <http://dle.rae.es/?id=DeGUkEe>

Rubio, L., Prieto, J. L., & Ortiz, J. (2016). La matemática en la simulación con GeoGebra. Una experiencia con el movimiento en caída libre. *International Journal of Educational Research and Innovation*, 2, pp. 90- 111.

Santa, Z., & Jaramillo, C. (2015, mayo). *Producción de conocimiento geométrico de un colectivo – con –doblado de papel: el caso de la trisección de un ángulo*. Ponencia presentada en la XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Chiapas, México.

Villa-Ochoa, J. A., Vélez, L., Rojas, C., & Borba, M. C. (2013). Visualización de conceptos matemáticos: Geogebra en la reorganización de los modos de producción de conocimiento matemático. En E. Flórez & J. Hoyos (Eds.), *Una visión de las Ciencias Básicas. Modelación y Formación aplicada a casos reales* (pp. 65-80). Medellín: Sello Editorial Universidad de Medellín.

Villareal, M. (2012). Tecnologías y educación matemática: necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza. *Revista Virtual Educación y Ciencia*, 3(5), pp. 73-94.

Zbiek, R. M., Heid, M. K., Blume, G. W., & Dick, T. P. (2007). Research on technology in mathematics education: A perspective of

constructs. En K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 1169-1207). New York: Information Age Publishing & National Council of Teachers of Mathematics.