

TRANSPOSICIÓN INTERNA EN LAS MATEMÁTICAS: UN ACERCAMIENTO A LA PRÁCTICA DOCENTE

Trejo Trejo Elia, Trejo Trejo Natalia
Universidad Tecnológica del Valle del Mezquital
elitret@hotmail.com, natrejo4@gmail.com

Resumen

En este artículo se muestran los primeros resultados sobre una aproximación a la transposición interna realizada en la enseñanza de un sistema de ecuaciones algebraico lineales. Para el análisis de la información se articulan elementos de la Teoría de la Transposición Didáctica, la Matemática en el Contexto de las Ciencias y el modelo del Conocimiento Didáctico del Contenido. Los resultados se presentan a la luz de a) los conocimientos del contenido de la disciplina a enseñar; b) conocimientos de la didáctica específica; c) conocimientos del estudiante y d) conocimientos del contexto de formación y desarrollo profesional del estudiante. En el análisis se muestran evidencia del distanciamiento entre el saber a enseñar y el saber de aplicación; de igual manera, las creencias del facilitador, el tiempo didáctico, el tiempo cognitivo y la noosfera influyen fuertemente en la práctica del facilitador.

Palabras Clave: transposición interna; sistema de ecuaciones algebraico lineales; práctica docente.

Introducción

Con el Enfoque Basado en Competencias (EBC), adoptado desde hace casi una década en el nivel de Técnico Superior Universitario (TSU), se espera que los estudiantes sean capaces de acceder al conocimiento y

específicamente al conocimiento matemático, para la solución de problemas de índole cotidiano, técnico, laboral y/o profesional.

Bajo este modelo educativo se plantea al docente, ahora facilitador, como un elemento fundamental en donde una de sus principales funciones es diseñar y conducir estrategias de aprendizaje que permitan al estudiante la integración de los conocimientos, fomentando la transferencia del conocimiento. En ese sentido, surge la investigación mediante la cual nos aproximamos a la práctica del facilitador de matemáticas para analizar cómo influye en el aprendizaje de las matemáticas. Para realizar el análisis se recurre a la observación de la transposición didáctica interna realizada por dos facilitadores de matemática frente al saber “sistema de ecuaciones algebraicas lineales”.

Planteamiento del problema

Siendo el facilitador un elemento clave, en el diseño, ejecución, seguimiento y evaluación de las situaciones didácticas, es importante preguntarse ¿Cómo afecta la práctica del facilitador de matemáticas en el proceso de desarrollo de competencias en los estudiantes? En términos de Chevallard (1991) y Camarena (2001) se busca explicar el proceso de transposición didáctica interna y transposición contextualizada.

Marco teórico

Dada la naturaleza de la investigación se requiere integrar elementos de las Teorías Transposición Didáctica (TD), Matemática en Contexto de las

Ciencias (MCC) y Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC), mismos que se describen a *grosso modo*.

Matemática en Contexto de las Ciencias (MCC)

La Matemática en Contexto de las Ciencias (MCC) es una teoría que ha desarrollado una línea de pensamiento hacia conocimientos integrados, incidiendo en la interdisciplinariedad dentro del ambiente de aprendizaje y con formación integral (Camarena, 2012). En la MCC se concibe al proceso de aprendizaje y de la enseñanza como un sistema donde intervienen las cinco fases de la teoría: curricular, cognitiva, didáctica, epistemológica y docente en donde confluyen factores de tipo emocional, social, económico, político y cultural; en cada una de sus fases se incluye una metodología (figura 1) (Camarena, 1984, 1995, 2000, 2001, 2008).

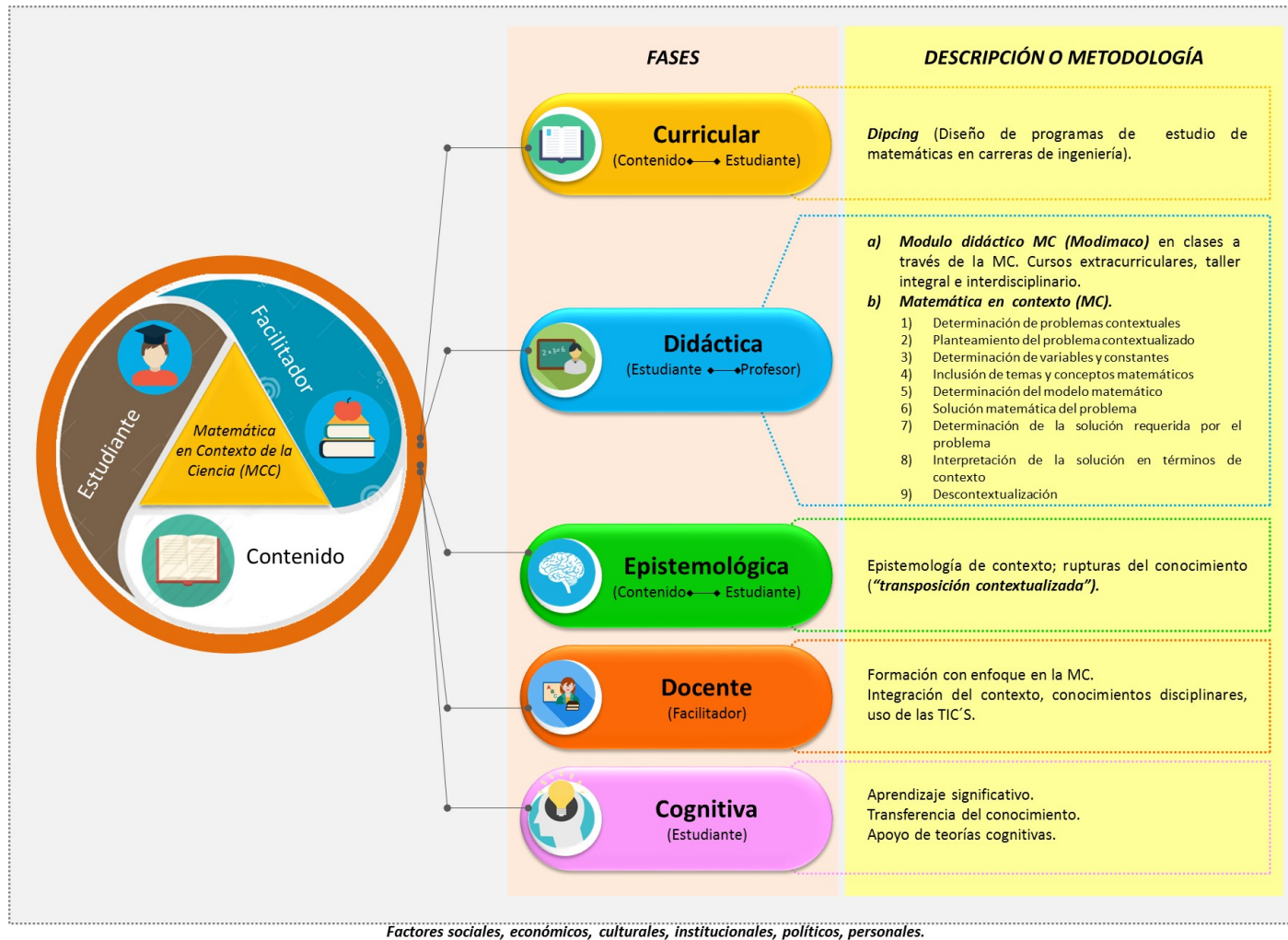


Figura 1. Matemáticas en el Contexto de las Ciencias.
 Fuente: Adaptado de Camarena (1984, 1987, 1990, 2000, 2001, 2008, 2012).

Transposición didáctica (TD)

En el sistema didáctico se identifica al docente-alumno-saber. La relación didáctica se da entre estos tres elementos (figura 2). El punto de interés para la investigación es la relación saber-profesor (facilitador), ubicándose en ella, la *transposición didáctica*.

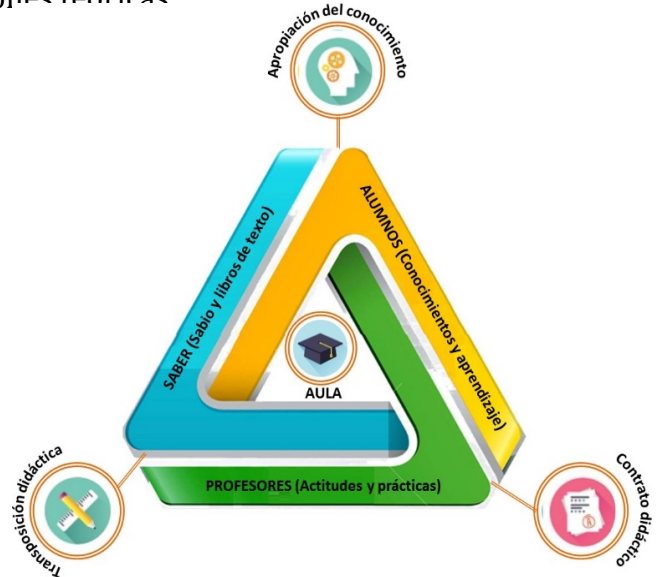


Figura 2. Tríada didáctica

El sistema didáctico es modificado por el EBC, en el que ahora habrá de incluirse el contexto como un eje fundamental para el desarrollo de competencias en los estudiantes (figura 3).

En relación con lo anterior, Chevallard (1991), refiere que el *funcionamiento didáctico del conocimiento* es diferente del *funcionamiento erudito* debido a la existencia de dos regímenes de conocimiento en interacción que no pueden ser superpuestos. El paso de un conocimiento a otro - '*transposición*'-, fenómeno también observable entre el conocimiento a enseñar y el enseñado - *transposición didáctica*- (figura 4), distinguiéndose dos



Figura 3. Tríada didáctica.

Fuente: Adaptado de Chevallard (1991).

transposiciones: interna y externa. La transposición externa se efectúa del saber sabio al saber a enseñar (contenidos que figuran en el currículo del sistema educativo de interés). La transposición interna, son los cambios sufridos por el saber a enseñar al convertirse en saber enseñado, en donde la participación del facilitador es directa. (figura 5). Por otro lado, Camarena (2001, 2008, 2012) refiere que el conocimiento matemático enseñado en un contexto específico, sufre otra transformación al pasar al área de aplicación manifestándose una *transposición contextualizada* (figura 5), observándose un *saber de aplicación o conocimiento a ser aplicado*. Al ser la transposición contextualizada una actividad que realiza el facilitador se considera un tipo de transposición interna.

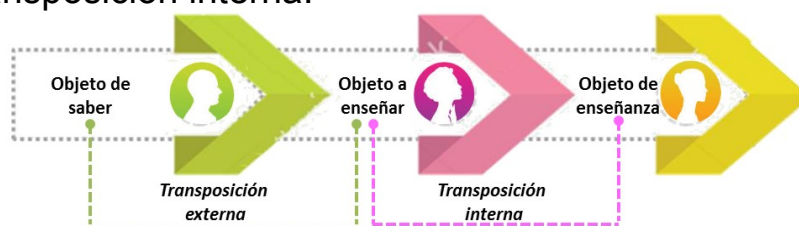


Figura 4. Transposición didáctica.
Fuente: Adaptado de Chevallard (1991).

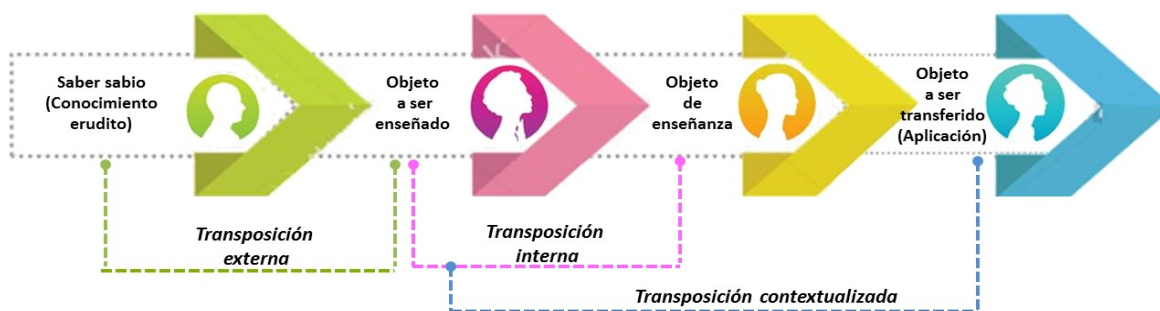


Figura 5. Transposición didáctica interna-contextualizada

Fuente: Adaptado de Chevallard (1991).

Conocimiento Didáctico del Contenido (DDC)

Al mostrar interés en saber qué es lo que ocurre en la transposición didáctica interna se han tomado como unidades de análisis a los elementos del modelo del Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC) desarrollada por Shulman (1986, 2005) y modificada por Grossman (1989, 2005), siendo: conocimiento didáctico general, conocimiento del contenido, conocimiento didáctico del contenido y conocimiento del contexto. El valor del CDC está en la posibilidad que tiene un profesor de integrar todos estos componentes, puesto que deben entenderse de manera holística. En consecuencia, el CDC permite que el facilitador traslade al proceso de enseñanza el contenido de un tema específico de matemáticas; es decir, se realiza la transposición didáctica del conocimiento especializado de un tema al conocimiento escolar que habrá de ser objeto de enseñanza y aprendizaje.

Articulación de la Matemática en Contexto de las Ciencias (MCC) CC, Transposición didáctica (TD) y Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC)

Para atender el problema de investigación fue necesario articular elementos de la Matemática en Contexto de las Ciencias (MCC) CC, Transposición didáctica (TD) y Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC). De la Teoría de Transposición Didáctica, se aborda el concepto de transposición interna, entendiéndose como la actividad que realiza el profesor para adecuar lo requerido por el *currículum* y llevarlo al aula, de la matemática en contexto se analiza el constructo

de transposición contextualizada (considerada como un tipo de transposición interna) y del Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC) se retoman las categorías de análisis para la práctica docente (figura 6).

En términos generales se analizan los elementos del Conocimiento Didáctico del Contenido, que implican un conjunto de saberes que permiten al facilitador trasladar a la enseñanza el contenido de un determinado tema; es decir hacer la transposición didáctica interna del conocimiento especializado de un tema al conocimiento escolar objeto de enseñanza y aprendizaje.

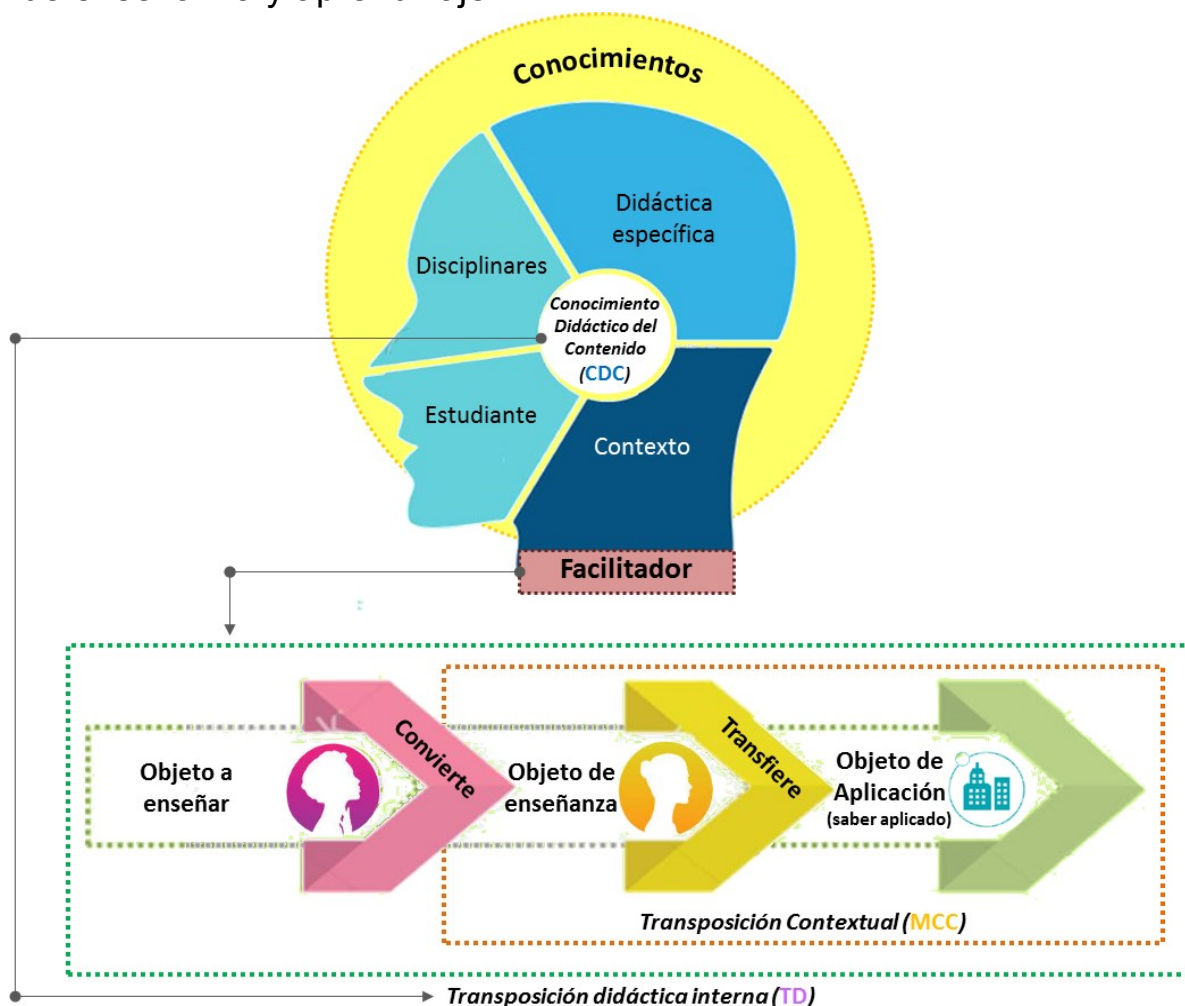


Figura 6. Articulación de los marcos teóricos que apoyan la investigación.
Fuente: Elaboración propia (2016).

Materiales y métodos

La investigación es exploratoria (Sampieri, Fernández y Baptista, 2010), atiende las prácticas de enseñanza de las ecuaciones lineales, desde la perspectiva de sus propios protagonistas. La técnica utilizada fue observacional no participativa, buscando los elementos que posibilitan o dificultan la transposición didáctica interna del saber matemático de interés.

Muestra: Se trabajó con dos facilitadores de matemáticas del nivel de Técnico Superior Universitario en Procesos Alimentarios reconocidos por parte de sus propios colegas por su elevada preparación y dominio del contenido de enseñanza, por su compromiso con la mejora e innovación docente y por la obtención reiterada de sus evaluaciones docentes así como los buenos resultados registrados de sus estudiantes.

Instrumentos de observación: Se trabajó con la observación y filmación de sesiones como estrategia principal de recogida de datos. Para analizar la parte no visible del fenómeno de estudio, es decir la actividad interna que realiza el facilitador, se decidió realizar entrevistas utilizando un cuestionario semiestructurado.

Análisis de la información: Se realizó una primera aproximación a la transposición interna –contextualizada– de los facilitadores de matemáticas para el saber sistema de ecuaciones algebraicas lineales utilizando para ello las CDC sugeridas por Grossman (2005).

Resultados y discusión

a) Transposición didáctica interna.

Enseguida se presenta la descripción de los elementos de la transposición interna (objeto a ser enseñado- objeto de enseñanza- objeto a ser transferido), posteriormente se hace el análisis mediante las categorías del Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC).




a.1) Del objeto a ser enseñado al objeto de enseñanza

En el plan de estudio vigente del Técnico Superior Universitario en Procesos Alimentarios se hacen manifiestos los saberes a ser enseñados (Coordinación General de Universidades Tecnológicas y Politécnicas, 2016). El saber “sistema de ecuaciones algebraicas lineales” se aborda en la materia de Algebra Lineal, unidad III Ecuaciones e inecuaciones; deben dedicarse 24 horas al estudio de ecuaciones lineales, desigualdades lineales y sistemas de ecuaciones lineales (figura 7). Los facilitadores participantes, dedican entre 8 y 10 horas al saber de interés, en su opinión este tiempo es insuficiente.

a.2. Sobre el objeto de enseñanza

Durante el proceso de observación y entrevista directa con los facilitadores se constató el dominio del contenido y la búsqueda constante de estrategias y técnicas para la enseñanza del saber matemático. Sin embargo, dado el tiempo destinado al tema los facilitadores finalmente recurrieron a la exposición de información tratando de combinarlas con actividades encaminadas al trabajo independiente o en pequeños grupos de estudiantes. Se observó el

dominio de los contenidos de la materia pero también se manifestaron las creencias, las concepciones sobre las matemáticas y el tema específico bajo observación.

		TÉCNICO SUPERIOR UNIVERSITARIO EN PROCESOS ALIMENTARIOS EN COMPETENCIAS PROFESIONALES	
ASIGNATURA DE ÁLGEBRA LINEAL			
1. Competencias	Plantear y solucionar problemas con base en los principios y teorías de física, química y matemáticas, a través del método científico para sustentar la toma de decisiones en los ámbitos científico y tecnológico.		
2. Cuatrimestre	Primero		
3. Horas Teóricas	24		
4. Horas Prácticas	66		
5. Horas Totales	90		
6. Horas Totales por Semana Cuatrimestre	6		
7. Objetivo de aprendizaje	El alumno resolverá problemas matemáticos a través del uso del álgebra, matrices y sistemas de ecuaciones para contribuir en la toma de decisiones en su entorno profesional y cotidiano.		

Unidades de Aprendizaje	Horas		
	Teóricas	Prácticas	Totales
I. Sistemas de Numeración	6	12	18
II. Álgebra	6	18	24
III. Ecuaciones e Inecuaciones	6	18	24
IV. Álgebra Lineal	6	18	24
Totales	24	66	90

Figura 7. Programa de estudios de la asignatura de Álgebra Lineal.

Fuente: Coordinación General de Universidades Tecnológicas y Politécnicas, (2016).

a.3. Del objeto de enseñanza al objeto de aplicación

Se encontró que sólo un facilitador recurre a la contextualización de un sistema de ecuaciones algebraicas lineales buscando la transferencia del conocimiento como estrategia para su aprehensión. El otro facilitador, inició su sesión haciendo referencia a que un sistema de ecuaciones lineales está formado por dos ecuaciones de primer grado; explica algunas generalidades para posteriormente hacer referencia a los métodos algebraicos y gráfico de solución, finalmente resuelve

algunos ejemplos de aplicación obtenidos de libros de texto (mezclas de soluciones químicas) y los estudiantes dan respuesta a ejercicios “tipo”. En entrevista, el facilitador explica su práctica docente como efecto del tiempo didáctico dedicado al tema bajo estudio; adicionalmente, considera que para los estudiantes es un tema de repaso, abordado con profundidad en el nivel medio superior.

En este punto, es prudente reflexionar como lo sugiere Chevallard (1980) sobre el tiempo programado para la adquisición del saber (tiempo de enseñanza o didáctico), *versus* el tiempo que se requiere para el aprendizaje (tiempo cognitivo). Por otra parte, el saber enseñado se ordena en el tiempo y de forma lineal, por temas (aspectos generales, métodos de solución, aplicaciones) en cambio se detecta que el saber de los estudiantes, no corresponde a este modelo lineal pues tiene avances y retrocesos en sus proceso de aprehensión. Lo anterior, es una posible explicación del nivel de fracaso de algunos de los estudiantes, dado que durante el proceso observacional algunos estudiantes realizaban preguntas asociadas al tema que evidencian su desconocimiento; aun cuando el facilitador trato de atender los cuestionamientos se continuó con los nuevos conocimientos (temas). Otro fenómeno observable fue que a pesar de que el facilitador contaba con mayores conocimientos sobre el tema, referenciados en la entrevista, durante su proceso de enseñanza no se hizo alusión a ellos; entonces se evidenció la distancia entre el saber enseñado (facilitador) y el saber a aprender (estudiante), generando dificultades en el proceso de enseñanza, por lo que la algoritmización fue la estrategia a seguir (métodos de solución), generando en los

estudiantes una idea reduccionista sobre los sistemas de ecuaciones algebraicas lineales.

En el caso del otro el facilitador, su clase inicia con un proceso de reflexión sobre la importancia del uso de un sistema de ecuaciones algebraicas lineales para la formación académica y desarrollo profesional del estudiante. Se observa un mayor dominio tanto de la materia como del área específica, lo cual se explica por la experiencia en el sector productivo y en la docencia impartiendo materias tanto del área de ciencias básicas como del área técnica. Como actividad previa el facilitador había dejado una actividad de investigación sobre el significado de un sistema de ecuaciones algebraicas lineales, sus métodos de solución y la necesidad de analizar que representan, dándole sentido a través del contexto de un problema. Durante las primeras sesiones da seguimiento a esta actividad pero buscando el uso de las diferentes representaciones de un sistema de ecuaciones lineales; es decir, transita de la representación gráfica a la algebraica, a la representación verbal y viceversa buscando en los estudiantes el desarrollo de nuevas habilidades y atendiendo en la medida de lo posible los diferentes estilos de aprendizaje de sus estudiantes. Durante la sesión de aplicación del tema se detecta un proceso de confusión en los estudiantes pues ahora se les solicita resolver un problema del área técnica “balance de materia –estandarización de leche-” y en el no aparece un sistema de ecuaciones lineal perfecto (cuadrado) generando dudas en los procesos de solución estudiados.

Es justamente en este punto, donde se analiza el sistema de ecuaciones algebraico lineales como un objeto a ser transferido; en

donde la técnica didáctica utilizada fue el aprendizaje basado en problemas. El profesor al observar la confusión de los estudiantes, recurre a la explicación de conceptos básicos de balance de materia vinculándolos con los conceptos básicos de un sistema de ecuaciones lineales; durante este proceso se observa una fuerte ruptura entre lo enseñado y lo aplicado. Es decir, aunque el problema se resuelve mediante un sistema de ecuaciones lineales estas no se parecen a las mostradas en la primera fase de instrucción; los estudiantes se quedan con la idea de que se les enseñaron dos temas diferentes aun cuando el facilitador realizó esfuerzos por demostrar que se trataba de ecuaciones algebraicas lineales, es decir la representación matemática de un balance de materia correspondía a un sistema algebraico de ecuaciones de primer grado. En resumen, se pone de manifiesto un claro distanciamiento entre el saber enseñado (sistema de ecuaciones algebraicas lineales) y el saber de aplicación (transferencia de conocimiento), generándose vacíos conceptuales que pueden ser propiciados por la misma práctica docente.

b) Caracterización de la transposición didáctica interna

La caracterización de la trasposición didáctica se ha realizado atendiendo los componentes sugeridos por Shulman (2005) y modificados por Grossman (2005).

b.1. Conocimiento del contenido de la disciplina por enseñar

El conocimiento del contenido de la disciplina que se enseña, en este caso matemáticas, es considerado el primer nivel de conocimiento y se refiere a la cantidad y organización del conocimiento mismo en la

mente del profesor; en ese sentido, tanto en el proceso observacional como durante la entrevista se considera que los facilitadores de matemáticas tiene un buen nivel de conocimientos, mismos que son avalados por su habilitación y capacitación en áreas específicas de las matemáticas. En consecuencia los facilitadores conocen y comprenden lo que es y representa un sistema de ecuaciones algebraicas lineales. Sin embargo, en su práctica docente su conocimiento se puede ver reducido al planteamiento de las mismas y a los métodos de solución, situación explicada por los tiempos didácticos.

b.2. Conocimiento de la didáctica específica

Durante el proceso observacional se detectó la no existencia de una didáctica específica para la materia, o al menos para el tema bajo estudio; en consecuencia las prácticas de los facilitadores no constituyen una labor pedagógica sistematizada y no responde al paradigma actual del enfoque basado en competencias. Esto puede explicarse debido a diversas razones propias del mismo modelo educativo, pero específicamente es una respuesta a la variable “tiempo didáctico”. Sobre los conocimientos de la didáctica específica para la enseñanza de un sistema de ecuaciones algebraico lineales cobra importancia el proceso de reflexión del facilitador, pues debe ser claro para él, que sus creencias impactan directamente en la forma en que muestra el objeto a enseñar. Es decir para mostrar a los estudiante el saber a enseñar y el saber de aplicación no es suficiente con que el facilitador cuente con los saberes matemáticos es necesario que él sepa cómo organizar, secuenciar y presentar el

contenido para promover el interés y el desarrollo de las competencias en sus estudiantes; haciéndose necesario contar con conocimientos pedagógicos, métodos de enseñanza y aprendizaje y adaptarlos a las características propias de la materia. Para el caso específico del objeto de enseñanza bajo estudio se sugiere trabajar con diferentes representaciones y en diferentes contextos de interés para los estudiantes de tal forma que den sentido al tema de estudio.

b.3. Conocimiento sobre el estudiante

Cuando se observó la clase del facilitador de matemáticas se detecta el desconocimiento de los procesos de aprendizaje de los estudiantes sobre el contenido que se desea enseñar. Sin embargo, durante la entrevista con el facilitador refiere que es necesario identificar las preconcepciones, concepciones, y errores de los estudiantes sobre el tema para incorporarlos en su instrucción y transformarlas de forma correcta en un aprendizaje significativo.

b.4. Conocimientos del contexto

Adicional a las tres categorías de análisis que proponen Shulman (1986) y Grossman (1989) se ha considerado necesario el que el facilitador conozca el contexto de formación y desarrollo profesional de los estudiantes con que trabaja para que pueda establecer estrategias didácticas en las que este elemento se incluya. Lo anterior se considera necesario para presentar una matemática contextualizada, que dote de sentido a cada uno de los temas matemáticos que se abordan, facilitando un proceso cognitivo orientado al análisis, la

abstracción, la generalización, es decir procesos de pensamiento avanzados dejando en la medida de lo posible los procesos memorísticos que poco aportan, sin demeritar su función, para la transferencia del conocimiento.

Recomendaciones

Aun cuando se ha promovido el cambio de contenidos y objetivos por competencias, relacionado con el proceso de activar conocimientos, habilidades y estrategias en un amplio abanico de contextos y principalmente en situaciones problemáticas se observa la necesidad de un trabajo colaborativo entre facilitadores de diferentes áreas del conocimiento con la finalidad de derivar dicha actividad en organizar y diseñar situaciones de aprendizaje en donde el contexto es fundamental; asimismo, es necesario realizar actividades que busquen la progresión de los aprendizajes en los estudiantes e involucrar activamente a los alumnos en su aprendizaje.

Referencias bibliográficas

Camarena, G. P. (1984, Mayo). *El currículo de las matemáticas en ingeniería*. Reporte de investigación presentado en las Mesas redondas sobre definición de líneas de investigación en el IPN. México, D. F.

Camarena, G. P. (1995, Octubre). *La enseñanza de las matemáticas en el contexto de la ingeniería*. Reporte de investigación presentado en el XXVIII Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana. México, D.F.

Avances en Matemática Educativa. Aproximaciones teóricas.

Camarena, G. P. (2000), *Informe del proyecto de investigación titulado: Etapas de la matemática en el contexto de la ingeniería*. México, ESIME-IPN.

Camarena, G. P. (2001). *Las Funciones Generalizadas en Ingeniería, construcción de una alternativa didáctica*. México, D. F.: Editorial ANUIES, Colección Biblioteca de la Educación Superior, Serie Investigación.

Camarena, G. P. (2008, mayo). *Teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias*. Reporte de investigación presentado en el III Coloquio Internacional sobre Enseñanza de las Matemáticas. Perú.

Camarena, G. P. (2012). Epistemología de las impedancias complejas en ingeniería. *Innovación Educativa*, 12(58), 35-56.

Coordinación General de Universidades Tecnológicas y Politécnicas. (2016, Mayo 18). *Planes y programas de estudio para la Ingeniería en Procesos Alimentarios*. Recuperado de <http://cgut.sep.gob.mx/Planes%20de%20estudios.htm>

Chevallard, Y. (1980). The didactics of mathematics: its problematic and related research. *Recherches em Didactiques des Mathématiques*, 1, 146-157.

Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica*. Argentina: Editorial Aique

Grossman, P. (1989). A study in contrast: Sources of pedagogical content knowledge for secondary English. *Journal of Teacher Education*, 40(5), 24-31.

Grossman, P. (2005). Un estudio comparado: las fuentes del Conocimiento Didáctico del Contenido en la enseñanza del inglés en secundaria. *Profesorado. Revista de currículum, y formación del profesorado*, 9 (2), 1-18.

Sampieri, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación* (5ta. ed.) D.F., México: McGraw Hill.

Shulman, L. (1986). Those who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational researcher*, 15(2), 4-14.

Shulman, L. (2005). Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, 9(2), 1-31.