

Geometría euclidea: caso límite de la geometría hiperbólica

Tojil Ixbalanke Juárez Lima

1. RESUMEN

Este taller aborda la geometría euclidea como un caso particular de la geometría hiperbólica, partiendo de los postulados de Euclides y examinando brevemente los primeros cuatro, dando paso a un análisis más profundo del quinto postulado, proponiendo situaciones que relativicen su valor de verdad. Estas distintas situaciones plantean un recorrer necesario por las geometrías del taxi, elíptica y finalmente la hiperbólica, desde donde se retoman los postulados de Euclides para reexaminarlos desde esta nueva óptica.

2. INTRODUCCIÓN

La geometría euclidea es tratada, enseñada, utilizada y concebida en el imaginario colectivo como *la geometría*, la única que aparentemente existe como categoría científica, pero que no necesariamente es la que aplican todos, desde dibujantes, artesanos, constructores, sastres o conductores en la cotidianidad. Probablemente esto es así por la importancia del tratado en el que es plasmada la geometría euclidea: Los Elementos, que cobra esta vigencia por ser la fundadora de la geometría como disciplina científica, la dota de rigor e introduce el método deductivo a la matemática (Hernández , 2014).

Es importante sin embargo, situar a la geometría euclidea respecto a las otras geometrías, primero para visibilizar estas últimas, que en apariencia no existen porque generalmente no son enseñadas o si quiera mencionadas en *la escuela*, segundo para ubicar todas aquellas prácticas diarias que distintas artes, tareas y disciplinas exigen en el ámbito de la geometría y que no tienen cabida en la geometría plana.

Para lograr este cometido es necesario conocer los postulados, historia y aplicaciones de otras geometrías, sin que esto signifique restar importancia o tachar de atrasada a la geometría euclidea que hoy sigue vigente incluso para aplicaciones computacionales (Gómez, 2010).

3. PROPÓSITO Y ALCANCE

Dirigido a profesores y estudiantes de matemáticas del ciclo básico quienes podrán conocer y construir aspectos conceptuales como principios y postulados de distintas geometrías poco tratadas dentro del salón de clase, pero que sin duda permiten describir fenómenos de diversas naturalezas y por tanto se convierten en un recurso importante cuando se explica la realidad. Además se exploran muchas de las aplicaciones que en la actualidad tienen las geometrías, como por ejemplo software, diseño asistido por computadora, urbanismo y el arte, (Gómez, 2010) lo que permite dotar de un significado tangible a las matemáticas en un aula.

Las construcciones que se pretenden lograr no necesitan de cálculos complejos, ya que se parte de actividades con material concreto que permiten realizar generalizaciones, y aun cuando sea necesaria una referencia o presentación de alguna expresión o relación geométrica, no se pretende realizar demostraciones matemáticas.

4. MÉTODO

El taller se divide en tres etapas y a su vez cada etapa en tres momentos, obedeciendo a la teoría de las Situaciones Didácticas que procuran que los participantes pongan en juego sus conocimientos para construir conceptos y objetos a partir de la interacción con un medio de desequilibrio y contradicción, (Sadovsky, 2005).

Dichas actividades en general consisten en el trazo de dibujos de elementos o figuras geométricas conocidas en distintas superficies y bajo distintas condiciones, en todo momento del taller se plantean preguntas de manera oral, promoviendo el debate para procurar la dirección y evaluación de las construcciones conceptuales.

SITUACIÓN DIDÁCTICA	CONCEPTOS BÁSICOS UTILIZADOS
<p>a. Etapa I: Geometría euclídea.</p> <ul style="list-style-type: none"> i. Acción: trazo de elementos geométricos conocidos. ii. Formulación: generalizaciones a partir de los trazos anteriores. iii. Validación: interpretación de los postulados euclídeos. 	<ul style="list-style-type: none"> 1. Geometría plana o euclídea 2. Obra “Los elementos” 3. Postulados de Euclides 4. Recta 5. Rectas paralelas 6. Ángulo recto 7. Cuadrilátero 8. Triángulo 9. Circulo 10. Geometría del “taxi” 11. Distancia de Minkowsky
<p>a. Etapa II: Otras geometrías.</p> <ul style="list-style-type: none"> i. Acción: trazo de elementos geométricos conocidos en distintas superficies. ii. Formulación: generalizaciones a partir de los trazos anteriores. iii. Validación: interpretación del quinto postulado euclídeo. 	<ul style="list-style-type: none"> 1. Superficie 2. Geometría elíptica 3. Geometría esférica 4. Ecuador 5. Polos 6. Ecuador de polos 7. Triedro 8. Triángulo esférico 9. Meridianos 10. Paralelos 11. Circunferencia máxima
<p>b. Etapa III: Geometría hiperbólica: situación límite.</p> <ul style="list-style-type: none"> i. Acción: trazo de rectas en una superficie hiperbólica dada una situación límite. ii. Formulación: interpretación del quinto postulado euclídeo. iii. Validación: Comparación de la geometría euclídea respecto a ésta situación límite. 	<ul style="list-style-type: none"> 1. Tractiz 2. Pseudoesfera 3. Geodésicas 4. Asíntotas 5. Funciones hiperbólicas

12. MATERIALES

Para cada participante se necesitaría el siguiente material:

- a. Una esfera de poliestireno expandido de 10cm de diámetro.
- b. Regla plástica para hacer trazos.
- c. Un marcador permanente.
- d. Tres fotocopias de una cuadrícula que simulan las calles, avenidas y manzanas de una ciudad.
- e. Un globo.
- f. Una palangana tipo campana de plástico.
- g. Una fotocopia del modelo de Klein.

Bibliografía

- Gómez, J. (2010). *Cuando las rectas se vuelven curvas: Las geometías no euclideas*. Villatuerta, Navarra, España: EDITEC. Recuperado el febrero de 2018
- Hernández , L. (2014). *Sobre los pincipios fundamentales de la geometría*. La Rioja, España: Universidad de la Rioja, Servicio de publicaciones. Recuperado el abril de 2018, de file:///C:/Users/Usuario/Downloads/Dialnet-SobreLosPrincipiosFundamentalesDeLaGeometria-185114.pdf
- Sadovsky, P. (2005). La teoría de situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática.