

GEOMETRÍA DINÁMICA EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES, DESPERTANDO EL ASOMBRO A TRAVÉS DE LA INDAGACIÓN

DYNAMIC GEOMETRY IN CONTINUOUS TEACHER TRAINING; AWAKENING AMAZEMENT THROUGH INQUIRY

Ivette León, Constanza Ripamonti, Beatriz Flores
Pontificia Universidad Católica de Chile, Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación
(Chile)
ileonl@uc.cl, m_constanza.ripamonti@umce.cl, bflores@mat.uc.cl

Resumen

Frente a las demandas y desafíos actuales del currículum de nuestro país, se plantea un requerimiento desde un museo interactivo para la formación continua de profesores. Se diseña un curso de Geometría para profesores de Educación Básica (primaria), donde se propone una secuencia didáctica desde la estrategia de la indagación y el trabajo colaborativo en el marco de la geometría dinámica. La secuencia permite desarrollar en los docentes las competencias necesarias para gestionar aprendizajes de los cambios e invariantes en las figuras 2D y 3D en contextos reales y geométricos, utilizando estrategias innovadoras y evaluando los aprendizajes de sus estudiantes. La investigación presenta algunos de los resultados obtenidos al evidenciar los obstáculos en el aprendizaje de la didáctica de la geometría en profesores en ejercicio.

Palabras clave: formación de profesores, geometría dinámica, indagación, obstáculos, aprendizaje colaborativo

Abstract

Faced with the current demands and challenges of the national curriculum, we raised a requirement, from an interactive museum, for continuous teachers' training. A geometry course is designed for primary school teachers, where a teaching sequence is proposed from the inquiry strategy and the collaborative work in the frame of dynamic geometry. This sequence allows developing on teachers the needed competences to manage learning of the changes and invariants in 2D and 3D figures, in real and geometrical contexts, by using innovative strategies and by evaluating their students' learning. The research shows some of the results obtained when evidencing in service teachers' obstacles in the learning of geometry didactics.

Key words: teacher training, dynamic geometry, Inquiry, obstacles, collaborative learning

■ Introducción

“Es bastante extraño ver que a muchos niños les desagrada las matemáticas, pero si observamos a los más pequeños son muy intuitivos. Hemos visto circuitos en el cerebro que se ocupan de los números, del espacio o la geometría que están presentes en la infancia temprana. Creo que el error en la escuela es enseñarle a los niños que la matemática es muy abstracta, muy complicada. Si basáramos las matemáticas en intuiciones, que ya están presentes en el cerebro del niño, podríamos ayudarles a que las disfruten.”

Stanislas Dehaene, El cerebro matemático

Las nuevas Bases Curriculares como currículum vigente para la enseñanza de la asignatura de Matemática en Educación Básica en Chile, demandan que el profesorado entregue a sus estudiantes oportunidades para que estos sean protagonistas activos en la construcción de sus aprendizajes.

Con relación a la situación de la enseñanza aprendizaje de la Geometría, lo que se espera que aprendan los estudiantes es:

En este eje, se espera que los estudiantes aprendan a reconocer, visualizar y dibujar figuras, y a describir las características y propiedades de figuras 2D y 3D en situaciones estáticas y dinámicas. Se entregan algunos conceptos para entender la estructura del espacio y describir con un lenguaje más preciso lo que ya conocen en su entorno. El estudio del movimiento de los objetos - la reflexión, la traslación y la rotación - busca desarrollar tempranamente el pensamiento espacial de los alumnos (Mineduc, 2012 p 91).

En el Eje de Geometría, Chile es uno de los países que presenta puntajes más bajos en las mediciones internacionales como, por ejemplo, en las pruebas Timss de 2011 y 2015. (Agencia de la Calidad de la Educación, 2017). En la comparación de ambas mediciones se observa que Chile es el único país cuyo rendimiento no aumentó en el dominio de contenido de Figuras Geométricas y Medidas entre 2011 y 2015.

Según estudio del MIDE UC (Rodríguez, Mahias, Maira, González, Cabezas, Portigliati, 2016), los docentes reconocen principalmente (Tabla 1) debilidades en el diseño o implementación de estrategias metodológicas o didácticas adecuadas, que atiendan a la diversidad de estudiantes, o en el uso de recursos de aprendizaje; déficit a nivel del conocimiento sobre la disciplina, la asignatura o del currículum nacional; dificultades para conducir o gestionar los momentos de la clase, y debilidades en el diseño o aplicación de instrumentos de evaluación pertinentes entre otros (Fig. 1).

| TIPO DE DEBILIDAD | DEFINICIÓN |
|---|---|
| Estrategias de enseñanza | Debilidades en el diseño o implementación de estrategias metodológicas o didácticas adecuadas, que atiendan a la diversidad de estudiantes, o en el uso de recursos de aprendizaje. |
| Gestión de la clase | Dificultades para conducir los momentos pedagógicos de la clase, administrar el tiempo durante su desarrollo o activar la motivación de los estudiantes. |
| Estrategias de evaluación | Debilidades en el diseño o aplicación de instrumentos de evaluación pertinentes o en el uso de los resultados de la evaluación para retroalimentar a los estudiantes. |
| Conocimiento pedagógico o dominio de asignatura | Déficit a nivel del conocimiento sobre la disciplina o asignatura, o del currículum nacional. |
| Gestión de la convivencia | Dificultad para gestionar la convivencia con los estudiantes y establecer un clima de aula apropiado para el aprendizaje. |
| Trabajo con otros | Dificultad para llevar a cabo un trabajo colaborativo con colegas o para incorporar a la familia o apoderados en las actividades. |
| Características personales | Debilidades asociadas a características individuales, físicas, socioemocionales o rasgos de personalidad que afectan negativamente el trabajo del profesor. |
| Organización del trabajo fuera del aula | Dificultades para organizar el trabajo administrativo o profesional fuera del aula. |
| Debilidades externas | Dificultades que no son propias del docente, sino de otros factores externos a él. |

Tabla 1. Clasificación de debilidades percibidas por los profesores (Fuente: Rodríguez et al., 2016)

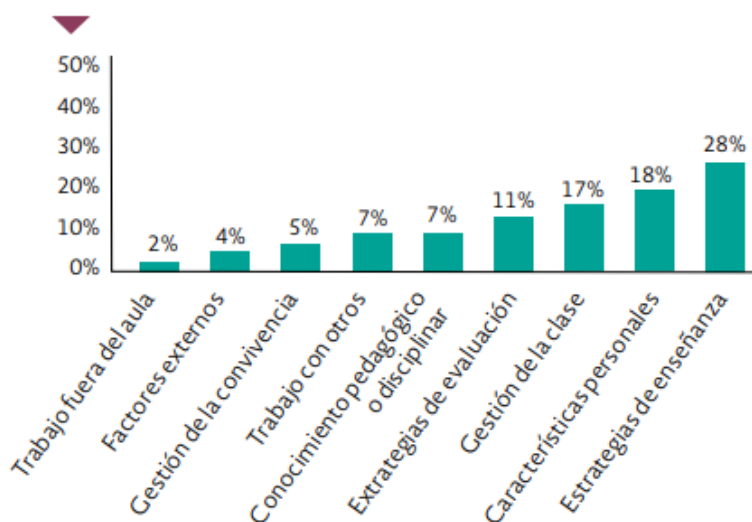


Fig. 1. Distribución de los tipos de debilidades que los docentes perciben sobre su práctica.

(Fuente: Rodríguez et al., 2016)

Rodríguez, Carreño, Muñoz, Ochsenius, Mahías y Bosch, (2013) en su investigación orientan la formación continua de los profesores de Educación Básica hacia el desarrollo de oportunidades de aprendizaje con base en su propia práctica, es decir, instancias de formación cuyo objetivo sea promover la reflexión pedagógica en contexto, con foco en el aprendizaje de los estudiantes.

En virtud de lo anterior, en el año 2016 se diseña un curso para docentes de Educación Básica cuyas claves se fundamentan en el asombro, la indagación, la exploración autónoma, lo lúdico entendido como el goce y la diversión por aprender, la interactividad que conlleva la experimentación y el aprendizaje colaborativo.

El objetivo es hacer reflexionar a los docentes sobre su práctica y la forma de proveer a sus estudiantes de oportunidades de aprendizaje en la clase de Geometría que promuevan el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático.

El curso fue aplicado a diferentes grupos de docentes en todo el país y evaluado durante 3 años (2016-2019). Ha sido fuente de información sobre los errores y obstáculos recurrentes en el aprendizaje de la geometría, sus creencias y las conceptualizaciones desarrolladas en su propia formación. Esto en contraste con los efectos de la didáctica de una geometría dinámica, que incluye la estrategia del asombro y la indagación como modelos para fortalecer el aprendizaje en la matemática.

■ Marco referencial

La indagación como modelo de aprendizaje en la práctica

Los modelos de enseñanza aprendizaje centrados en la transmisión, han favorecido tradicionalmente en los estudiantes actitudes de desidia, de recepción pasiva o de reproducción de la información, mientras que las actitudes de interés y participación activa se han visto desfavorecidas. Es por ello que se debe hacer énfasis en la generación e implementación de modelos de enseñanza aprendizaje efectivos para el desarrollo de competencias básicas, así como de estrategias que estimulen la motivación intrínseca de los estudiantes por aprender, es decir, favorecer una educación matemática de calidad, pero... ¿qué entendemos por educación científica y matemática de calidad?

El grupo de trabajo que avala el proyecto de investigación basado en la indagación para el aprendizaje de la ciencia y matemática PRIMAS (Abril, García, Ariza, Quesada y Ruiz, 2011), entiende por educación científica y matemática de calidad aquella que favorezca en los estudiantes, entre otros aspectos:

- La estimulación de la motivación intrínseca y genere interés por aprender ciencias y matemáticas;
- El desarrollo de conocimiento básico;
- El uso de tareas relacionadas con su vida cotidiana y de ámbito interdisciplinar;
- El aprendizaje a partir de sus errores;
- El desarrollo autónomo y acumulativo del aprendizaje;
- La cooperación entre estudiantes; y
- La reducción de los estereotipos de género.

Algunas de las acciones que están implicadas en el aprendizaje basado en indagación son: observar y visualizar, clasificar y crear definiciones, realizar representaciones y conectarlas entre sí, calcular, medir y cuantificar, valorar, experimentar y controlar las variables. Como han señalado algunos autores, se trata de desarrollar las capacidades humanas naturales que empleamos desde nuestro nacimiento para aprender. Cuando los profesores aprovechan y desarrollan estas capacidades para ayudar a los alumnos a comprender conceptos matemáticos y científicos, los alumnos se interesan y se involucran mucho más en su aprendizaje (PRIMAS, 2010a).

El Museo mandante de este proyecto tiene como misión “ofrecer a sus visitantes una experiencia autónoma, lúdica e interactiva de aproximación a las ciencias” (MIM, 2017), para ello ha desarrollado un modelo educativo que se basa en los pilares que se observan en la Figura 2 (Fig. 2).

Este modelo educativo también considera la indagación como exploración autónoma a partir de la motivación intrínseca de la visitante producida por el asombro y la interacción lúdica con sus módulos.

Fig. 2. Modelo Educativo Museo MIM (Fuente: Modelo Educativo. Documento Ejecutivo, MIM, 2017)



El asombro y la curiosidad como motores del aprendizaje

L’Ecuyer (2014) propone que el alcance del asombro es mayor que el de una mera respuesta emocional, ya que la segunda sería una consecuencia de la primera y no a la inversa. La curiosidad es la necesidad de explicar lo inesperado (Piaget, 1969) o bien la necesidad de saber más (Engel, 2011), y puede ser una respuesta instintiva. “El asombro es el deseo de conocer lo desconocido, pero también lo conocido. Ante lo ya conocido, un niño puede asombrarse una y otra vez, porque el asombro consiste en “nunca dar nada por supuesto”, incluso lo que ya se conoce.” (L’Ecuyer, 2014)

Según la autora, el asombro es una especie de conciencia basada en la realidad, de que algo “pudo ser” (una primera vez) y “podría no ser más” (una última vez).

En el modelo educativo del museo, el asombro aparece en el primer nivel de la experiencia, cuando la persona toma primer contacto a través de sus sentidos, interpretando estas sensaciones para generar percepciones y también evocando emociones positivas.

La confianza, la curiosidad y el asombro se declaran elementos esenciales para el logro de una visita autónoma, lúdica e interactiva (MIM, 2017).

La geometría del movimiento y el cambio, una didáctica de la geometría dinámica

En Chamorro (2006) se postula la relevancia de cambiar los modelos de enseñanza aprendizaje de la Geometría hacia una *geometría dinámica* que favorezca:

- La enseñanza a través de modelos móviles o software dinámico que permita comprender las figuras geométricas desde sus propiedades invariantes y no desde la posición o el tamaño.
- El aprendizaje de las relaciones de las figuras entre sí por composición o descomposición.
- La comparación de semejanzas y diferencias y, por lo mismo, la conceptualización o clasificación.

Por el contrario, el uso de un modelo *estático* de enseñanza de la geometría produce efectos evidentes que se han traducido en una serie de obstáculos didácticos que emergen apenas se profundiza un poco en los conocimientos geométricos que tienen estudiantes o profesores:

- No identifican los elementos de las figuras (ángulos, base, altura lados) si esta se encuentra en una posición diferente a la presentada tradicionalmente en formatos rígidos como textos, láminas o guías de trabajo.
- No son capaces de construir o dibujar figuras o elementos de ellas en una posición diferente a la línea base habitual.
- No reconocen figuras rotadas, reflejadas o trasladadas como la figura original.
- No son capaces de imaginar y reproducir los efectos de transformaciones en figuras.

Sandoval (2009) plantea que una dificultad conocida por los profesores de geometría es la relacionada con el aprendizaje de las propiedades geométricas. Esto implicaría la capacidad de descubrir relaciones en la estructura de los objetos geométricos, la posibilidad de expresar dichas propiedades tanto de manera oral como escrita o a través del dibujo. Una posible causa de esta dificultad es el tipo de representación estática que se utiliza para *mostrar* las ideas geométricas durante una clase.

Trabajo colaborativo, potenciador del aprendizaje

Los estilos tradicionales de enseñanza no fomentan el debate de ideas entre los estudiantes. Sin embargo, no todos los estudiantes que trabajan juntos y se comunican logran aprendizajes científicos de calidad.

En el proyecto PRIMAS (2010b) se han generado algunas sugerencias para profesores con el fin de favorecer el debate científico en el trabajo colaborativo:

- tener en cuenta aquellas características del debate que favorecen el proceso de aprendizaje;
- reconocer y afrontar sus propias inquietudes acerca de la introducción del debate cooperativo en sus clases;
- estudiar las técnicas que fomentan un debate eficaz entre estudiantes;
- ser consciente de su propio papel en la gestión del debate entre estudiantes;
- preparar clases basadas en debates.

Herrada y Baños (2018) analizan diferentes estudios que relacionan el aprendizaje de la matemática y estrategias de aprendizaje colaborativo:

- La complejidad del mundo real, tal y como es representado mediante las Matemáticas, puede abordarse de forma eficaz haciendo uso de dicha metodología activa, ya que puede ayudar a percibir mejor la realidad (Llopis-Pla, 2011).
- El Aprendizaje Colaborativo es una herramienta imprescindible para el estudio de las Matemáticas, ya que favorece el aprendizaje significativo y la cultura científica, mejorando el clima en el aula al implicar a docentes y discentes en una tarea común (Vilches y Gil-Pérez, 2011)
- Las estrategias metacognitivas utilizadas por los estudiantes para mejorar de forma significativa el aprendizaje siguiendo estrategias cooperativas (Mato-Vázquez, Espiñera, y López-Chao, 2017).

■ Metodología/ Modelo para el diseño del curso

En el diseño del curso de Geometría para profesores de Educación Básica en ejercicio (1° a 6° grado) en el marco del Programa de Formación Continua de un museo de tercera generación, como el MIM, con un modelo educativo definido, *se elaboró un modelo para cada secuencia de actividades propuestas a los profesores* de manera que integrara aspectos como la curiosidad, la indagación y el trabajo colaborativo como pilares fundamentales para lograr aprendizajes de calidad. (Fig. 3)

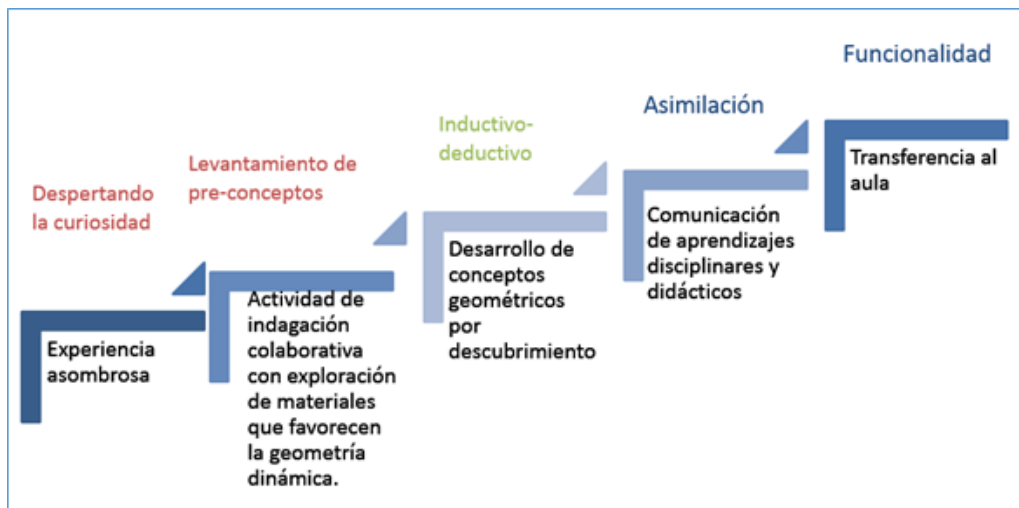


Fig. 3. Modelo de diseño de ciclo/secuencia de actividades (Elaboración propia)

Ejemplo de un ciclo de actividades o secuencia:

En este modelo se considera iniciar cada ciclo con una experiencia que *despierte la curiosidad*, un experimento, un desafío, una exploración de fenómenos físicos, un cuento, un video, una exploración digital o con material concreto; es una vivencia personal de descubrimiento, donde no hay respuestas esperadas ni tareas específicas, hay una puesta en común abierta a descubrimientos tanto cognitivos como afectivos.

Iniciamos el ciclo con una historia extraída de la novela “Señor Dios soy Anna” (Hopkins, 1974) donde se relata un juego con espejos y una línea. La pregunta que activa la curiosidad es ¿Qué creen que vio Anna? Se les pide un dibujo con lo que imaginaron.

El segundo momento del modelo incluye actividades *colaborativas de indagación* con material manipulativo, en este momento hay tareas propuestas que dirigen la exploración de manera flexible con múltiples soluciones, el

objetivo es levantar y descubrir los *conocimientos previos* de los docentes, producir desequilibrios cognitivos que permitan la *resignificación* de los conceptos geométricos involucrados.

Los profesores exploran con libros de espejos, papel, lápices y regla para reproducir la situación descrita en la lectura y explorar diferentes respuestas dependiendo de las diferentes posiciones de la línea y los espejos. Ponen en común sus descubrimientos.

El tercer momento está incluido en la actividad de indagación, ya que propone tareas que permiten ir sistematizando los descubrimientos del grupo para poder alcanzar algunas generalizaciones y ponerlas a prueba, realizando así un proceso *inductivo-deductivo*.

Se les entregan diferentes figuras 2D (triángulos, paralelogramos, hexágonos, entre otros) y se les pide que observen y dibujen lo que pasa al interactuar con el libro de espejos. Comentan en grupo y responden preguntas ¿Qué nuevas figuras se forman? ¿Qué pasa con los ángulos de abertura de los espejos? Resuelven problemas que involucran las figuras de las que disponen y otros en los que la figura no está disponible.

El cuarto momento busca fortalecer la habilidad comunicativa de los docentes y el análisis metacognitivo de los aprendizajes tanto conceptuales/disciplinares como didácticos/pedagógicos.

Se les pide analizar el trabajo colaborativo, sus aprendizajes y los conceptos geométricos relacionados con la actividad de indagación con el espejo y las figuras 2D.

El último momento se refiere a la reproducibilidad de la enseñanza y a la posibilidad que tienen los profesores de transferir sus experiencias y aprendizajes a su propia realidad de aula. Las tareas se refieren a relacionar el trabajo del ciclo de actividades con el currículum nacional, los niveles de aprendizaje de sus estudiantes, la diversidad dentro de sus aulas, seleccionar y adaptar materiales y actividades propuestas a su realidad, entre otras.

■ Resultados

Desde la primera implementación del curso con docentes de Educación Básica (primaria), se observaron conocimientos previos, creencias y actitudes emergentes en los primeros momentos de cada ciclo del diseño que se manifestaban potencialmente como obstáculos de aprendizaje de la Geometría.

Para efecto del análisis, se presentan algunas evidencias de obstáculos didácticos según las siguientes categorías basadas en los autores revisados:

- a) Obstáculos originados a partir de una *enseñanza estática* como único modelo para aprender geometría:

Los profesores:

- No identifican los elementos de las figuras si ésta se encuentra en una posición diferente a la presentada tradicionalmente, por ejemplo, no reconocen triángulos rectángulos que estén presentados en distintas posiciones.
- Se observa resistencia para construir o dibujar figuras o elementos de ellas en una posición diferente a la línea base habitual, por ejemplo, se les hace difícil representar las vistas y la proyección isométrica de figuras construidas.
- Se les dificulta imaginar y reproducir los efectos de transformaciones en figuras, por ejemplo, al pedirles que muestren en un dibujo sobre una cuadrícula la imagen rotada, trasladada o reflejada de una figura en posición.
- No consideran figuras constitutivas de otras figuras ni de figuras constituidas por otras varias, lo que les impide relacionar figuras con base en criterios de composición y descomposición, por ejemplo, al pedirles

que formen diferentes cuadriláteros usando solo triángulos, en general, obtienen el cuadrado, el rectángulo, el romboide, pero no hay indagación para formar un trapecoide o un trapecio.

- b) Obstáculos originados a partir de *la ausencia de un nivel suficiente de representación intrafigural* de la geometría:

Los profesores:

- Tienen la idea de independencia de las figuras entre sí, considerando cada una como un ente aislado de las demás, por ejemplo, al intentar clasificar un cuadrado como rombo y rectángulo se resisten, ya que su preconcepción es que un cuadrado es solo un cuadrado.
- Consideran en forma aislada y exclusiva las propiedades esenciales de una figura sin poder compararlas con aquellas que son consideradas en su clase correspondiente, por ejemplo, reconocen que es un cuadrilátero, pero no pueden encontrar otras características comunes a otras figuras para encontrar su clase y nombrarlo.

- c) Obstáculos originados desde *el uso de diferentes registros* en la geometría:

Los profesores:

- Manifiestan dificultad en expresar las propiedades tanto de manera oral como escrita o a través del dibujo (o gestos), por ejemplo, al dar indicaciones de cómo construyen una figura con las piezas del tangrama y los movimientos (transformaciones) que realizan con las figuras.
- Cometan errores debidos a la dificultad del lenguaje, por ejemplo, al identificar y nombrar figuras, al precisar una descripción, al argumentar una solución o enviar un mensaje de construcción.
- Cometan errores debidos a dificultades para obtener información espacial, por ejemplo, al escuchar una descripción literaria de una actividad con espejos, no son capaces de imaginar y representar lo relatado al contener marcadores espaciales.

■ Conclusiones

Primeras evidencias sobre efectividad del diseño para el aprendizaje de la geometría en profesores

El modelo basado en la indagación ha resultado inclusivo, desafiante y motivador para los diferentes grupos de profesores, pese a las diferencias en la formación profesional de cada docente. Cada grupo ha desarrollado conclusiones y reflexiones tanto geométricas como pedagógicas que permiten avanzar en su desarrollo profesional y transferir los aprendizajes al aula.

Así mismo, como señala Chamorro (2006), el cambio de modelo de enseñanza a una geometría dinámica a través de modelos móviles favorece la comprensión de las propiedades invariantes y las relaciones entre figuras, así como la construcción de conceptos y la clasificación a través de la comparación de semejanzas y diferencias.

El trabajo colaborativo de indagación se manifiesta en la aplicación de este diseño eficaz en el desarrollo de habilidades comunicativas, la argumentación científica, el aprendizaje en la práctica de modelos de gestión pedagógica y aprendizajes disciplinares y didácticos en juego en la formación continua de los profesores. (PRIMAS, 2010b).

Estos resultados refuerzan la necesidad de continuar sistematizando la información recogida de la aplicación de un diseño de formación continua de profesores que incorpore modelación de procesos indagativos (científicos) en el aprendizaje.

■ Referencias bibliográficas

- Abril, A. M., García, F. J., Ariza, M. R., Quesada, A. y Ruiz, L. (2011). Aprendizaje en ciencias y matemáticas, basado en la investigación, para la formación del profesorado europeo. En Ana Abril. (Ed.). *XXIV Encuentros de Didáctica de las Ciencias Experimentales*. (pp. 604-612). Baeza, España: Departamento Didáctica de las Ciencias y Asociación Española de Profesores e Investigadores en Didáctica de las Ciencias Experimentales (APICE). Recuperado de: https://www.pedocs.de/volltexte/2013/7214/pdf/Abril_et_al_2011_EDCCEE.pdf
- Agencia de la Calidad de la Educación. (2017). *Informe de Resultados Nacionales TIMSS 2015*. Santiago de Chile. Recuperado de: http://archivos.agenciaeducacion.cl/informe_nacional_de_resultados_TIMSS_2015.pdf
- Chamorro, M. (2006). *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Madrid, España: Pearson Educación S.A.
- Dehaene, S. (2016). *El cerebro matemático*. Buenos Aires, Argentina: Siglo Veintiuno Editores.
- Engel, S. (Diciembre, 2011). Children's need to know: curiosity in schools. *Harvard Educational Review*, 81, 625–645.
- Herrada, R. y Baños, R. (2018). Experiencias de aprendizaje cooperativo en matemáticas. *Espiral. Cuadernos del Profesorado. Revista Multidisciplinar De Educación*, 11 (23), 99-108. Recuperado de: <http://repositorio.ual.es/bitstream/handle/10835/6220/2131-6251-1-PB.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Hopkins, S. (1974). *Señor Dios, soy Anna*. Londres: William Collins Sons & Co. Ltd.
- L'Ecuyer, C. (2014). *The wonder approach to learning*. *Frontiers in Human Neuroscience*. Recuperado de: <https://doi.org/10.3389/fnhum.2014.00764>
- Llopis-Pla, C. (2011). Aprendizaje cooperativo. *Crítica*, 972, 37-41.
- Mato-Vázquez, D., Espinera, E. y López-Chao, V.A. (2017). Impacto del uso de estrategias metacognitivas en la enseñanza de las Matemáticas. *Perfiles Educativos*, XXXIX (158), 91-111.
- MIM (2017) (Museo Interactivo Mirador). *Memoria Anual 2017*, 29. Recuperado de: <https://mim.cl/index.php/el-museo/publicaciones>
- MINEDUC (2012). *Bases Curriculares para la Educación Básica*. Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación, Ministerio de Educación. Recuperado de: https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=2ahUKEwiRq7WT1szmA hVxE7kGHQkKCJMqfjAAegQIARAC&url=http%3A%2F%2Farchivos.agenciaeducacion.cl%2Fbiblioteca_digital_historica%2Forientacion%2F2012%2Fbases_curricularesbasica_2012.pdf&usq=AOvVaw3nB_2h7xIz0dvB7FPPrdMzM
- Piaget, J. (1969). *The Psychology of Intelligence*. NY: Littlefield, Adams.
- PRIMAS (2010a). *Aprendizaje de conceptos por investigación*. Reino Unido: © University of Nottingham. Recuperado de: https://primas-project.eu/wp-content/uploads/sites/323/2017/11/1340_53_3_Concepts-ES.docx
- PRIMAS (2010b). *Promover el trabajo colaborativo*. Reino Unido: © University of Nottingham. Recuperado de: https://primas-project.eu/wp-content/uploads/sites/323/2017/11/1363_43_5_Collaborative_work-ES_revisado_final.doc
- Rodríguez, B., Mahías, P., Maira, M.P., González, M.C., Cabezas, H., y Portigliati, Ca. (2016). La mirada de los profesores: debilidades que reconocen en su práctica y cómo proponen superarlas. *MidEvidencias 5*, 1-6. Recuperado de: <https://www.mideuc.cl/wp-content/uploads/2016/MidEvidencias-N5.pdf>
- Rodríguez, M.B., Carreño, X., Muñoz, V., Ochsenius, H., Mahías, P. y Bosch, A. (2013) *¿Cuánto saben de matemática los docentes que la enseñan y cómo se relaciona ese saber con sus prácticas de enseñanza?*: MINEDUC. Recuperado de: <https://centroestudios.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/100/2017/07/Informe-Final-F611150-PUC-Beatriz-Rodríguez.pdf>
- Sandoval, I. (2009). La geometría dinámica como una herramienta de mediación entre el conocimiento perceptivo y el geométrico. *Educación matemática*, 21(1), 5-27. Recuperado de: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262009000100002&lng=es&tlng=es
- Vilches, A. y Gil-Pérez, D. (2011). El trabajo cooperativo en las clases de ciencias: una estrategia imprescindible pero aún infrutilizada. *Alambique, Didáctica de las Ciencias Experimentales*, 69, 73-79.