FORMACIÓN DEL CONCEPTO DE INTEGRAL DOBLE MEDIANTE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA EN LA CARRERA DE INGENIERÍA INFORMÁTICA

FORMATION OF THE DOUBLE INTEGRAL CONCEPT THROUGH MATHEMATICAL MODELING IN THE COMPUTER SCIENCE ENGINEERING DEGREE

Jorge Luis Bravo Viera, Lissette Rodríguez Rivero
Universidad de Sancti-Spíritus "José Martí Pérez" (Cuba)
jlbravo@uniss.edu.cu, lrrivero@uniss.edu.cu

Resumen
El escrito muestra los resultados de la implementación práctica de un modelo didáctico para la formación del concepto de integral doble mediante la modelación matemática de problemas que se manifiestan en contextos físicos en un grupo de estudiantes que se preparan como ingenieros informáticos, los que como parte de su formación inicial cursan la disciplina Matemática Superior con un peso significativo en el plan de estudio por la importancia del contenido de esta para el adecuado desempeño profesional de los futuros egresados, los que en contraposición, rechazan la disciplina alegando que la Matemática es de poca utilidad práctica.

Palabras clave: conceptos matemáticos, modelación, contextualización

Abstract
This paper shows the results of the practical implementation of a teaching model for the formation of the concept of double integral through the mathematical modeling of problems that arise in physical contexts in a group of computer science engineering students, who in their initial training study the discipline Advanced Mathematics, which plays a significant role in the curriculum due to the importance of its content for the suitable professional performance of the future graduates, the ones who in opposition, reject the discipline by arguing that Mathematics is of little practical use.

Key words: mathematical concepts, modelling, contextualization

Introducción

Las universidades cubanas que asumen la formación de ingenieros informáticos en la actualidad se proponen que el futuro egresado sea un profesional capaz de desempeñarse de forma exitosa en su campo profesional; aspiración que se manifiesta desde los documentos rectores de la carrera donde se explicita la importancia del aprendizaje de los contenidos matemáticos tanto para el desarrollo intelectual del joven universitario como para resolver problemas profesionales.

En tal sentido, se ponderan la formación de conceptos, el desarrollo de habilidades de cálculo, el desarrollo de habilidades para la modelación y solución de problemas matemáticos que se refieren a contextos equivalentes a los que se enfrentará el egresado en ejercicio de la profesión.

El programa de la disciplina Matemática Superior para Ingeniería Informática exige el desarrollo de un amplio sistema de conocimientos matemáticos que en general se desarrollan en los dos primeros años de la carrera; en el primer año se desarrollan los contenidos de álgebra lineal, cálculo diferencial y cálculo integral, quedando para el segundo año sucesiones y series, ecuaciones diferenciales y matemática numérica.

En tal sentido, este escrito se centra en el desarrollo de un procedimiento para la formación del concepto de integral doble, contenido que se desarrolla en la asignatura Matemática II en el segundo semestre del primer año y forma parte de los resultados de los estudios de Doctorado en Ciencias Pedagógicas del autor principal y de un proyecto de investigación de la universidad, investigación aun en curso.

La adecuada comprensión de la integral doble es fundamental para la generalización del concepto de integral definida estudiado previamente y sirve como referencia para el tratamiento de otros conceptos como el de integral triple, integral de línea e integral de superficie.

En cumplimiento de una de las exigencias descritas, una tarea del docente es la búsqueda de los problemas de aplicación afines a los intereses de los estudiantes y que potencien su desempeño profesional.

Por tanto, se asume como problema: ¿Cómo formar el concepto de integral doble en estudiantes de Ingeniería Informática? El concepto de integral doble es complejo y en consecuencia se requiere de recursos didácticos para su formación y la práctica pedagógica muestra que no se desarrollan de forma adecuada a pesar de ser considerado esencial en la formación de ingenieros desde los documentos rectores de la carrera y la literatura científica en el campo de la Didáctica de la Matemática.

La bibliografía estudiada (Puig, 1997), (Fernández y Puig, 2002), (Martínez, 2003), (Mederos y González, 2005), (Ramos y Font, 2006), (Goizueta y Planas, 2013), (Claros, Marín y Machado, 2015), (PISA, 2015), (Botello, 2015), (Gómez y Cañada, 2016), (González, 2016), (Molina, 2017), (Puerto y Gamboa, 2018) y (Alexander, 2018) permitió inferir la relación entre la modelación matemática, el contexto matemático al que se refiere la tarea de modelación y la formación de los conceptos que forman parte inherente del modelo matemático en cuestión.

Consecuentemente, la alternativa para la formación de conceptos que se asume en este trabajo es la modelación (Mederos y González, 2005) y (Molina, 2017), que consiste en plantear un sistema de problemas que conducen a modelos particulares y mediante una generalización se obtiene un modelo general directamente relacionado con el concepto de integral doble.

Marco teórico

Los fundamentos teóricos se refieren a la formación de conceptos, la modelación matemática y la contextualización en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

En correspondencia con el objeto de esta investigación son relevantes los resultados expuestos en (Mederos y González, 2005) y (Molina, 2017), donde se muestra la importancia de un tipo especial de modelación denominada: modelación conceptual.

Estos autores proponen ideas valiosas dentro de las que se destaca la necesidad de asumir o elaborar un modelo didáctico adecuado para la formación de los conceptos centrales del Cálculo de acuerdo con la realidad educativa concreta, en este caso se trata de la formación del concepto de integral doble por su importancia en la construcción teórica del contenido matemático y en la modelación matemática de problemas que se manifiestan en contextos físicos.

De la consulta de estas y otras fuentes de información especializadas, se constata que la modelación conduce a la obtención de un modelo lo más sencillo posible, pero que sea capaz de reflejar una gran cantidad de aspectos del objeto modelado, de modo que al estudiar el modelo se puedan inferir rasgos del objeto real, por lo que la contextualización del proceso de enseñanza-aprendizaje es importante para tales fines.

En cuanto al estudio de la contextualización del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática fue significativo el trabajo de Botello (2015) que realiza un estudio profundo del concepto de contexto, asume tres tipos: contexto real, contexto simulado y contexto evocado en correspondencia con autores clásicos de la temática como Martínez (2003) y el de (Puerto y Gamboa, 2018), donde se muestra la importancia de contextualizar la enseñanza de la Matemática para la asimilación de los conceptos en la formación de ingenieros, asumiendo este proceso desde una perspectiva interdisciplinaria.

La modelación y su importante rol en la formación de los ingenieros informáticos se argumentan en González (2016) y Alexander (2018) que plantea una clasificación de cuatro tipos de tareas de modelación matemática, las ejemplifica y hace referencia al contexto.

En la mayoría de los trabajos publicados sobre Didáctica de la Matemática, el término se utiliza en su sentido coloquial e impreciso, aunque se concuerda con la idea de que “con relación al término contexto, hay básicamente dos usos. Uno consiste en considerar el contexto como un ejemplo particular de un objeto matemático, el otro consiste en dar más detalles sobre el caso particular -enmarcarlo en el entorno-” (Ramos y Font, 2006, p.1).
Martínez (2003) realiza un estudio profundo del concepto de contexto, no lo define, pero sí identifica y caracteriza tres tipos de contexto en la enseñanza de la Matemática: contexto real, contexto simulado y contexto evocado. Esta clasificación es asumida además por Ramos y Font (2006) y Botello (2015).

> Desde la perspectiva asumida por los investigadores del proyecto PISA (2015) “un contexto es un entorno extra-matemático o intra-matemático dentro del cual se interpretan los elementos de un *complejo matemático* (por ejemplo, un problema, una tarea o una colección de objetos matemáticos, relaciones, fenómenos, etc.). Un contexto es tanto el entorno en el cual un complejo matemático dado ya se ha establecido (entorno intra-matemático), como un entorno que se presta a la activación de tal complejo y que entonces se establece en ese contexto (entorno extra-matemático)”. (PISA, 2000, p.85).

Nótese que en esta definición utiliza el término entorno como concepto subordinante, pero este tampoco está bien definido, lo que implica un problema para la adecuada comprensión del concepto y la referida definición, sin embargo, aclara elementos esenciales al diferenciar lo intra-matemático, en general referente a aspectos teóricos de lo extra-matemático conformado básicamente por los problemas de aplicación.

Para el logro de la contextualización de los contenidos matemáticos en necesario realizar un profundo sobre el análisis didáctico fenomenólogo en la enseñanza de la Matemática, teniendo en cuenta que el contexto del aprendizaje de las matemáticas incluye las potencialidades del entorno cotidiano en que se desarrolla la vida del estudiante, lo cual es fundamental para que este asuma una actitud positiva ante el estudio de esta importante materia que es abstracta por excelencia.

Por el desarrollo actual de las nuevas tecnologías que han revolucionado casi todos los procesos sociales y científicos, el concurso del ingeniero informático es requerido no solo para realizar proyectos complejos, ya que también es necesario el desarrollo de programas o aplicaciones móviles que faciliten la solución de los problemas que pueden presentarse en la práctica cotidiana.

Para resolver estos problemas es necesario, además del conocimiento propiamente informático, conocer los modelos matemáticos para estos problemas o mejor tener habilidades para realizar esta modelación que implica invariablemente conocimiento del contexto inherente a la problemática objeto de estudio.

Metodología

En la formación de conceptos matemáticos por modelación, la actividad fundamental del docente consiste en la búsqueda de contextos en los que se aplique el concepto a formar y la formulación, reformulación o compilación de un sistema de tareas que exigen al estudiante la elaboración de un modelo matemático en el que se utilizan elementos representativos del referido concepto.

Si las tareas se refieren a contextos reales, en muchos casos esta contextualización supone la integración de conocimientos físicos al proceso de modelación. Para este caso se elaboró el siguiente procedimiento:

1. Realizar un estudio profundo del contenido matemático relacionado con el concepto.
2. Buscar los principales problemas de aplicación.
3. Realizar un estudio de los problemas físicos que se modelan con concepto matemático a desarrollar.
4. Compilar, reformular o formular problemas equivalentes donde se muestre la aplicación a la práctica cotidiana del concepto.
5. Seleccionar problemas propios de la profesión del estudiante en los que se aplique el concepto.
6. En esta investigación se asume como procedimiento para la modelación y estudio de conceptos el fundamentado por Mederos y González (2005), adecuado de modo que sea más operativo al caso particular que se estudia aquí:

1. Desarrollar un sistema de tareas que se manifiesten en diferentes áreas de la Física, que para su solución se necesite definir el concepto a formar.
2. Destacar cuáles son los rasgos esenciales o comunes a cada situación-problema y por un proceso de abstracción-generalización definir el concepto matemático.
3. Definir los conceptos de las otras áreas de la Física, ahora utilizando el concepto matemático ya definido.
4. Hacer un estudio del concepto matemático definido, utilizando un procedimiento que permita conocerlo de manera profunda.
5. Transferir los conocimientos acerca del estudio realizado del concepto definido a los conceptos de las áreas de la Física que le dieron origen.

A continuación, se presenta un ejemplo que se utilizó en la formación del concepto de integral doble en el grupo de primer año de Ingeniería Informática, se plantearon 5 tareas que se manifiestan en contextos relacionados con problemas físicos, cada una aportó elementos representativos del concepto. La lógica del proceso se puede representar en el siguiente esquema:

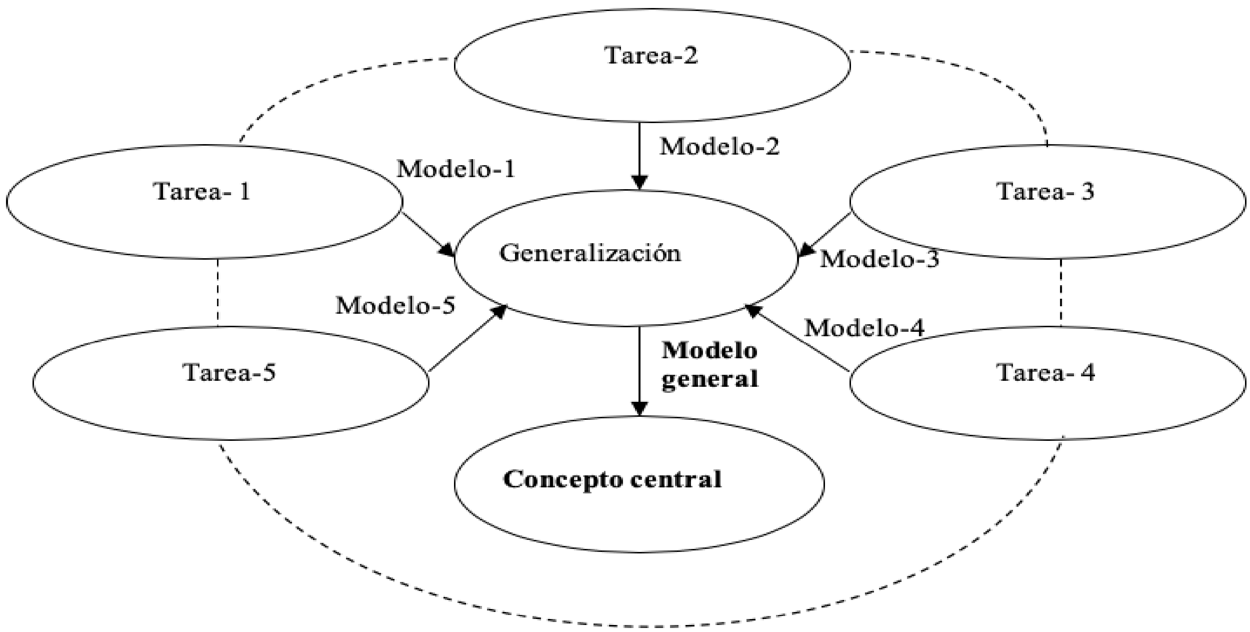

Figura1. Gráfico que ilustra el proceso de formación de un concepto matemático mediante la modelación. Fuente: propia.

Tareas:

1. Una habitación cerrada es fumigada con un pesticida tóxico, al finalizar el trabajo se han suministrado akg del material venenoso. Se conoce que el ambiente se hace respirable para una densidad de bkg/m^3, si la habitación tiene cuatro paredes planas, perpendiculares dos a dos y el techo tiene forma oblicua. ¿Cómo calcular la densidad?
2. En las máquinas de las industrias y los automóviles en muchas ocasiones un eje gira dentro de una cavidad, a este dispositivo tecnológico se le denomina cojinete de collarín. Entre las áreas en contacto se produce el denominado rozamiento discoidal; para que el sistema rote y se mantenga el equilibrio del eje, el momento M del par aplicado a este, debe ser numéricamente igual al de las sumas de los momentos de la fuerza de rozamiento ΔF. Luego para la construcción de maquinarias que incluyan este dispositivo hay que conocer el módulo del par M para vencer la resistencia debido al rozamiento del cojinete. ¿Cómo determinarlo?
3. En el diseño de un circuito eléctrico como el de un televisor o computadora se manejan muchas variables, una consiste en controlar la influencia de los campos eléctricos sobre las cargas en los conductores, por tanto, determine un modelo matemático para el cálculo de la intensidad del campo eléctrico (E) producido por una superficie cuadrada sobre una carga punto (q) situada a una distancia (x) de su centro.
4. En el diseño de un circuito eléctrico como el de un televisor o computadora se manejan muchas variables, una consiste en controlar la influencia de los campos eléctricos sobre las cargas en los conductores. Un caso típico es determinar la carga total (c) de una placa rectangular con una determinada densidad de carga (σ). Elabore un modelo matemático para el cálculo de c.
5. En el desarrollo de un experimento se observan dos variables aleatorias continuas V y E, donde V se refiere a la velocidad de una corriente de aire y E a la estabilidad del fuselaje de una aeronave. La función de densidad

de probabilidad conjunta puede determinarse por la función $d: A \to B, donde: A \subset R^2 \wedge B \subset R$, que usualmente se denota $d_p = d_p(v;e)$, pero cuando $a \leq v \leq b \wedge c \leq e \leq d$, su dominio toma la forma de un rectángulo de lados $l_1 = b - a$ y $l_2 = c - d$, además la representación gráfica de dicha función es una superficie de R^3 y el valor del volumen del cuerpo $W = \{(v;e;d) \in R^3; a \leq v \leq b, c \leq e \leq d \wedge 0 \leq d_p \leq d_p(v;e)\}$ es numéricamente igual a la probabilidad de que la velocidad del aire esté en el intervalo $[a;b]$ y que la estabilidad del fuselaje se encuentre en $[c;d]$. ¿Cómo determinar esta probabilidad?

6. Analice detenidamente las cuatro situaciones-problemas anteriores y reflexione en cuanto a:
   ¿Cuántas exigencias impone cada tarea? y ¿En qué consiste(n)?
   ¿Qué magnitudes se necesita calcular? y ¿Qué tienen en común?
   ¿En qué consistió el procedimiento cada caso? ¿Es posible construir un modelo general que incluya a los obtenidos como particulares?

Luego al desarrollar el sistema de tareas se comienza el proceso de formación del concepto de integral doble desde el análisis de problemáticas que se modelan con este objeto matemático y que tradicionalmente no son las que refieren los textos de Análisis Matemático o Cálculo.

Nótese que la solución del sistema de situaciones problemas implica el desarrollo de tareas integradoras siguiendo a Del Sol, Hernández y Arteaga (2014) y a López, González y Cardoso (2015) en las cuales tiene sentido aplicar la integral doble y transita siguiendo un esquema previamente establecido cuya representación gráfica puede ser la que se muestra en la Figura 1.

Aunque se han representado cinco tareas, en la práctica no se tiene que ser rígido, de hecho como cada una se modela con el mismo concepto, es realmente una situación-problema que se ha reformulado de modo que el estudiante se enfrente a diferentes contextos de trabajo y pueda realizar la generalización que deriva en la modelación del concepto central.

Solución de una de las tareas utilizadas

La tarea que se explicará es el número dos, esta tiene como objetivo: explicar la importancia de la integral doble para el análisis del rozamiento discoidal de modo que se muestre su importancia para el funcionamiento de los dispositivos tecnológicos que tienen este mecanismo.

Nótese que:

Es la segunda tarea y por tanto ya el estudiante tiene una idea primaria del concepto al asimilar algunas de sus características.

La tarea puede utilizarse luego como ejemplo de aplicación del cambio de variables a coordenadas polares.

El texto hace referencia a palabras técnicas a las que el docente debe dar un tratamiento adecuado y brindar los niveles de ayuda que requieran los estudiantes.

Para facilitar la comprensión de la problemática analizada se puede presentar la siguiente representación gráfica:

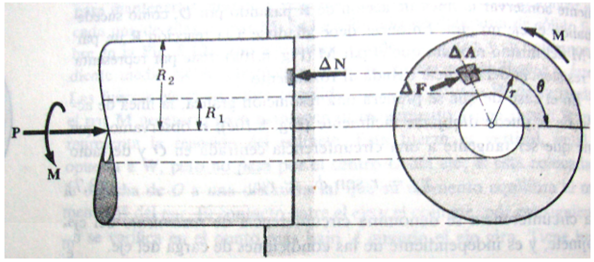

Figura 2. Fuente: (Beer y Russell, 1967)

En virtud de las características del contexto el profesor debe referirse a las ecuaciones físicas que permiten inferir la formulación del modelo matemático.

El módulo de la fuerza normal es: $\Delta N = P\Delta A / A$, donde A es el área de un anillo circular, que es el caso más general.

El módulo de fuerza de rozamiento es: $\Delta F = \mu_k \Delta N$, luego respecto al eje central:
$\Delta M = r\Delta F = \frac{r\mu_k P \Delta A}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}$,

Puede preguntarse a los estudiantes:
¿Cómo describirías el movimiento circular de una porción infinitesimal de área dA que dista del eje central una distancia r y describe un ángulo θ?

Al analizar el movimiento circular de una porción infinitesimal de área dA, se infiere que dista del eje central una distancia fija r y describe un ángulo θ describe una trayectoria en forma de circunferencia o porción de circunferencia de radio r y el centro coincide con el del disco.

Si interesa el rozamiento en toda el área ¿Qué hacer?
Como nos interesa toda el área de contacto hay que sumar las acciones de cada porción de área.

¿Qué operación matemática permite esta suma?

La integral definida o la integral doble, como la región de integración es un anillo circular la integral que se obtendrá será doble, ahora las características de esta región indica que es más adecuado utilizar el cambio de variables a coordenadas polares, este hecho es conocido por los estudiantes del curso de Matemática I.

Así la expresión $dA = rd\theta dr$, se explica de forma equivalente a $dA = dxdy$, donde r es el jacobiano de la transformación y los límites de integración son los siguientes: $R_1 \leq r \leq R_2$ y $0 \leq \theta \leq 2\pi$, puesto que en la expresión M solo depende de r y θ, la integral doble a calcular es:

$$M = \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{r\mu_k P}{\pi(R_2^2 - R_1^2)} r dr d\theta = \frac{\mu_k P}{\pi(R_2^2 - R_1^2)} \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} r^2 dr d\theta.$$

Luego:

$$M = \frac{\mu_k P}{\pi(R_2^2 - R_1^2)} \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} r^2 dr d\theta.$$

El profesor como información puede dar la solución, pero no calcular propiamente, ya que todavía no se ha desarrollado el cálculo de integrales dobles mediante integrales iteradas.

Al resolver esta integral doble se tiene que : $M = \frac{2}{3}\mu_k P \frac{R_2^3 - R_1^3}{R_2^2 - R_1^2}$, con un proceso análogo se puede probar que cuándo el área de contacto en el cojinete es todo el círculo, $M = \frac{2}{3}\mu_k PR$.

Se destaca la importancia del cambio de variables a coordenadas a polares en el cálculo de la integral doble, hecho que será muy útil en el desarrollo del tema, en el resto de las asignaturas de la disciplina y en general cuando se resuelven problemas de aplicación, siempre que el contexto lo permita.

Se explica el procedimiento seguido, las aplicaciones del contenido tratado y se orienta la búsqueda de información en otras fuentes.

Al finalizar la actividad docente se aplicó una encuesta para constatar el nivel alcanzado por los estudiantes en la formación del concepto, este mismo instrumento se aplicó igualmente a otro grupo de la propia carrera donde se introdujo el concepto por la vía tradicional para comparar los resultados.

Resultados

La encuesta aplicada, y la observación participativa sugieren que la formación del concepto de integral doble por esta vía permitió la asimilación por parte de los 24 estudiantes del grupo de primer año de Ingeniería Informática de problemas de aplicación del concepto objeto de estudio desde que se comienza a desarrollar el contenido en cuestión.

Se constató que los estudiantes se implicaron en el desarrollo de las tareas con mayor motivación, no solo en las referidas a la formación del concepto, sino en las actividades posteriores que se desarrollaron como parte del curso.

La encuesta aplicada al finalizar la actividad corroboró que la formación del concepto de integral por modelación permite que los estudiantes identifiquen los elementos asociados a este concepto y puedan aplicarlo tanto en las tareas de la asignatura como en situaciones concretas relacionadas con el campo de su profesión o la vida cotidiana.

Otro elemento analizado fue el análisis del producto de la actividad docente, fundamentalmente en la autopreparación de las clases prácticas y seminarios donde la mayoría (74,36%) de los estudiantes desarrollaron las actividades de autopreparación.

Ante la pregunta de que si prefieren esta vía para la Introducción de los nuevos contenidos, cerca del 90% de las estudiantes (88,9% exactamente) se proyectó de forma positiva.

Conclusiones

La disciplina Matemática Superior tiene un peso significativo desde el currículo base en la formación de ingenieros, este hecho no es fortuito ya que amplía la gama de conocimientos que posibilitan el vínculo de la Matemática con la vida y otras ciencias.

La formación de conceptos matemáticos está estrechamente relacionada con la modelación y la contextualización en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

La formación de conceptos matemáticos mediante la modelación implica la contextualización del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, por lo que el docente debe asumir la tarea de compilar, reformular o formular tareas que se manifiesten en los contextos asumidos.

Si se asumen tareas que en contextos relacionados con el perfil del futuro egresado se contribuye a su desarrollo profesional, al prepararlo para resolver problemas prácticos aplicando el contenido matemático.

La formación del concepto de integral doble siguiendo el procedimiento descrito en este escrito permitió una mayor asimilación de este concepto y potenció la motivación de los estudiantes por la asignatura y sus aplicaciones, hecho que permitió potenciar el desarrollo de los estudiantes tanto en su desempeño académico como en su formación profesional.

Referencias bibliográficas

Alexander Villa-Ochoa, J. (2018). *Tipos de tareas en Modelación en Educación Matemática.* Recuperado el 12 de febrero de 2019 de http://funes.uniandes.edu.co/12557/1/Conferencia_Manizales.pdf

Beer Fernandino, P. y Russell Johnston, E. JR. (1967) *Mecánica vectorial para Ingenieros*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Botello García, Y. (2015). *Interdisciplinariedad de la matemática con las ciencias sociales y naturales en el grado quinto*. Tesis de maestría no publicada, Universidad Nacional de Colombia. Bogotá.

Del Sol, J. L., Hernández, Y., y Arteaga, E. (2014). Un recurso didáctico para la integración de conocimientos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Ciencias Exactas: las tareas integradoras. *Revista Universidad y Sociedad*, 6(4), 39-47.

Fernández Lajusticia, A. y Puig, L. (2002). Análisis fenomenológico de los conceptos de razón, proporción y proporcionalidad. *LA GACETA DE LA REAL SOCIEDAD MATEMÁTICA ESPAÑOLA*, 5(2), 397–416.

Gil Escudero, G., Fernández García, J., Rubio Miguelsanz, F. y López Ramos, C. (2000). *La medida de los conocimientos y destrezas de los alumnos. Un nuevo marco para la evaluación. Proyecto internacional para la producción de indicadores de rendimiento de los alumnos. Proyecto PISA*. Recuperado el 5 de diciembre de 2011 de https://studylib.es/doc/1350249/http---www.oecd.org-edu-school-programmeforinternationals

Goizueta, M. y Planas, N. (2013). El papel del contexto en la identificación de argumentaciones matemáticas por un grupo de profesores. *PNA, 7*(4), 155-170.

González Hernández, W. (2016). La modelación como competencia en la formación del profesional informático. *Revista Digital de Investigación en Docencia Universitaria*, 10(2), 59-71.

Martínez, M. (2003). *Concepciones sobre la enseñanza de la resta: Un estudio en el ámbito de la formación permanente del profesorado*. Tesis de doctorado no publicada, Universidad Autónoma de Barcelona. España.

Mederos Anoceto, O. y González, B. E. (2005). *La modelación en la Educación Matemática*. Saltillo: Salvador Impresor, S. A.

Molina Mora, J. A. (2017). Experiencia de modelación matemática como estrategia didáctica para la enseñanza de tópicos de cálculo. *UNICIENCIA*. 31(2), 19-36.

López Méndez, E. R., González Ortega, A. M. y Cardoso Lara, M. (2015). La aplicación de tareas integradoras interdisciplinarias en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la formación inicial de los profesores de Ciencias Naturales. *Mendive.* 13(51), 1815-7696.

Puerto Viera, Y. y Gamboa Graus, M. E. (2018). Importancia de la contextualización de los conceptos matemáticos en la formación inicial del ingeniero industrial. Recuperado el 10 de enero de 2019 de http://roa.ult.edu.cu/bitstream/123456789/3671/1/Ponencia%20Yelena%20Evento%20provincial%20Universidad%202018.pdf

Puig, L. (1997). Análisis fenomenológico. En L. Rico (Coord.). *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 61-94). Barcelona: Horsori.

Ramos, A.B. y Font, V. (2006). *Contexto y contextualización en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Una perspectiva ontosemiótica*. Recuperado el 20 de marzo de 2010 de http://www.pagvf.esy.es/index_archivos/FontRamos.pdf