

RESULTADOS DE UN DIAGNOSTICO SOBRE EL PENSAMIENTO PRE ALGEBRAICO CON ESTUDIANTES DE 6° GRADO DE PRIMARIA

RESULTS OF A DIAGNOSIS ABOUT PRE-ALGEBRAIC THINKING IN SIXTH- GRADE PRIMARY SCHOOL STUDENTS

Tzindejeh Rodríguez Quintero, José Antonio Juárez López

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (México)

kinndeh@hotmail.com, jajul@fcfm.buap.mx

Resumen

El presente trabajo muestra el avance de una investigación en proceso relacionada con el desarrollo del pensamiento algebraico en alumnos que cursan su último grado de estudios en la primaria. En este documento se expone el análisis de los resultados de un diagnóstico aplicado a un grupo de estudiantes de sexto grado de una escuela primaria federal de organización completa perteneciente a la Ciudad de Puebla, México, cuyas edades oscilaban entre los 11 y 12 años. El diagnóstico aplicado es uno de los pilares de esta investigación ya que a través del análisis de los resultados del mismo se pretende realizar una intervención en el mismo grupo a través de una secuencia didáctica basada en el modelo 3UV en la cual se trabajarán los tres principales usos de la variable como lo son: la variable como incógnita, la variable como número general y la variable en relación funcional, posteriormente se empleará la misma prueba para medir el avance que se logró mediante dicha intervención.

Palabras clave: álgebra, pensamiento algebraico, modelo 3UV

Abstract

This work shows the progress of an ongoing research related to the development of algebraic thinking in sixth-grade primary school students. This paper presents the analysis of the results of a diagnosis applied to a group of sixth - grade students aged 11to12 of a complete-organization federal primary school from the City of Puebla, Mexico. The applied diagnosis is one of the supports of this research because through the analysis of its results, it is intended to perform an intervention in the same group through a didactic sequence based on the 3UV model in which the three main uses of the variable will be worked as they are: the variable as unknown quantity, the variable as general number and the variable in functional relation. Later, the same test will be used to measure the progress achieved through this intervention.

Key words: algebra, algebraic thinking, model 3UV

■ Introducción

El álgebra ha sido considerada hasta no hace mucho como una parte de las matemáticas que debía ser atendida por separado en la educación básica. Se le había relegado a ser considerada como una materia que se aborda después de haber dominado la aritmética. Bajo ese supuesto se podría pensar que después de varios años de educación preescolar y primaria los alumnos se encontrarían perfectamente preparados para asumir y superar los retos del álgebra propuesta en secundaria, lo que no es del todo cierto. Una cuestión interesante mencionada por Ursini (2011) es que es bien sabido que a los alumnos les resulta difícil usar las variables, sobre todo cuando se espera de ellos que logren una comprensión profunda.

La brecha que separa a la aritmética del álgebra se hace presente en los primeros grados de secundaria, lo cual denota la poca familiaridad con la que los estudiantes ingresan a esa última etapa de la escolaridad básica en México. Los alumnos de secundaria se muestran sorprendidos cuando se comienza a trabajar con literales a las cuales deben darle un sentido diferente al que concibieron en primaria. Ursini, Escareño, Montes y Trigueros (2005) dicen que los estudiantes, “en su esfuerzo por darles algún sentido recurren a su experiencia aritmética que, por lo general, no se enseña con el propósito de facilitar el aprendizaje del álgebra” (p. 16). En lugar de dejar que esa brecha siga presente o se haga mayor, es necesario presentar un programa de estudio que vincule estrechamente la aritmética y el álgebra desde edades tempranas. Otra cuestión destacable es la importancia de llevar a cabo secuencias didácticas bien estructuradas y fundamentadas que permitan el desarrollo del pensamiento algebraico.

La realidad discrepa bastante de lo que se supone debería suceder ya que puede apreciarse claramente en los resultados de pruebas internacionales, los cuales no han sido favorables para países como México. Estas pruebas, aunque son estandarizadas y evalúan solo una parte del desempeño estudiantil, son un parámetro que ha permitido medir el rendimiento en el área de las matemáticas y compararlo con el de otros países, esto ha demostrado que el camino correcto no es atenderlas por separado, o sea una después de la otra, sino entrelazarlas de manera que sus raíces se vean fortalecidas desde la educación inicial.

La gente piensa que la aritmética debería preceder al álgebra en el currículo escolar. Esta gente puede encontrar amplia evidencia para sostener su enfoque: la aritmética es fácil; el álgebra es difícil. La aritmética trata sobre operaciones que involucran números particulares; el álgebra involucra números generalizados. La aritmética aparece en todas las culturas; el álgebra aparece solo en algunas, y, aun en esas, ha hecho su aparición recientemente. (Schliemann, Carraher, y Brizuela, 2011, p.15)

El hecho de enfocarse en decir que la aritmética resulta fácil posiblemente se deba a que es relacionada con mayor familiaridad ante situaciones que se pueden vivir diariamente como ir de compras. Pero con el álgebra es distinto, la gente le percibe como una cuestión aislada que raramente o tal vez nunca utilizarán en su vida cotidiana.

Como se mencionó anteriormente, la introducción del álgebra al currículo de primaria no es algo tan novedoso. Actualmente en México, la matemática escolar se organiza en Ejes y Temas que abarcan gran variedad de contenidos, el eje central se encuentra establecido como número, álgebra y variación; el cual se desglosa en número, adición y sustracción, multiplicación y división, proporcionalidad, ecuaciones, funciones, patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes. Así como se puede apreciar que en México se ha optado por establecer como un eje al álgebra, ya se han realizado trabajos en los que se propone una intervención en el aula basándose en la idea del álgebra temprana. La edad para comenzar a trabajar con el álgebra en actividades escolares no está determinada, es por ello que resulta bastante común observar estudios cuyo rango de edad puede ser bastante amplio ya que puede comenzar con alumnos que se encuentran en grados preescolares. Aunque el rango de edad no esté determinado se ha percibido el gran empeño que tienen algunos investigadores por enfocarse en trabajar con alumnos de primaria como a continuación se informa.

Para comenzar se hará mención de los resultados hallados por Sutherland y Rojano (1993) citados en Schliemann et al. (2011) quienes mediante un estudio encontraron que estudiantes mexicanos e ingleses quienes habían estado involucrados en actividades que implicaban el uso de hojas de cálculo pudieron desempeñarse relativamente bien en tareas algebraicas.

Schliemann et al (2011), decidieron encaminar su trabajo hacia el desarrollo del pensamiento algebraico en alumnos de tercer grado de primaria. Su investigación demostró que después de trabajar a través de problemas verbales y notación algebraica existió un avance considerable en el desarrollo del pensamiento algebraico. En los resultados comentaron que los alumnos llegaron a reconocer a las variables no solo como incógnitas, sino como representaciones generales.

Chalouh y Herscovics (1999) trabajaron con estudiantes de primaria y secundaria. Su experimento consistió en plantear y aplicar problemas a través de un enfoque geométrico para enseñar expresiones algebraicas. Durante sus primeras lecciones buscaron que se hiciera bastante perceptible la incógnita en una ecuación, posteriormente propusieron otra clase de problemas en los que la variable ya se mostraba para que los alumnos pudieran visualizarla como el valor faltante de la expresión y que así logaran obtener el área de algunos rectángulos.

Ferrini-Mundy, Lappan y Phillips (1999) se enfocaron en trabajar el desarrollo del pensamiento algebraico desde el uso de patrones, lo realizaron con alumnos de preescolar, primaria y secundaria, a quienes se les propusieron actividades con diferente grado de dificultad. Su trabajo consistió en utilizar material manipulativo para que los alumnos crearan piscinas con diferentes tamaños a través de cuadrados de color azul y blanco que representaban los azulejos. A los alumnos se les permitió formar las piscinas para que logaran percibir más fácilmente la relación del incremento de azulejos entre una figura y la siguiente apoyándose también en el registro de datos mediante tablas.

■ Marco teórico

Esta investigación se basa en el Modelo 3UV de Ursini, et al (2005) que surge esencialmente como propuesta para la enseñanza de los tres principales usos de las variables. La elección de este marco es debido a la flexibilidad que ofrece al emplear cada uno de los tres usos que se reconocen para las variables, ya que la manera de introducir cada variable y relacionarla sin que sean percibidas de manera completamente aisladas permite que, a la interpretación, simbolización y manipulación se les otorgue la misma importancia.

Los tres usos de la variable de este modelo son la variable como incógnita específica, la variable como número general y la variable en relación funcional. De cada uno de estos usos se desglosan aspectos relacionados con ellos, como a continuación se describe.

Incógnita específica

- I1 Reconocer e identificar, en una situación problemática, la presencia de algo desconocido que puede ser determinado considerando las restricciones del problema.
- I2 Interpretar la variable simbólica que aparece en una ecuación, como la representación de valores específicos.
- I3 Sustituir la variable por el valor o valores que hacen de la ecuación un enunciado verdadero.
- I4 Determinar la cantidad desconocida que aparece en ecuaciones o problemas, realizando operaciones algebraicas, aritméticas o de ambos tipos.
- I5 Simbolizar las cantidades desconocidas identificadas en una situación específica y utilizarlas para plantear ecuaciones.

Número general

- G1 Reconocer patrones y percibir reglas y métodos, en secuencias y en familias de problemas.
- G2 Interpretar la variable simbólica como la representación de una entidad general, indeterminada, que puede asumir cualquier valor.
- G3 Deducir reglas y métodos generales, en secuencias y en familias de problemas.
- G4 Manipular (simplificar, desarrollar) la variable simbólica.
- G5 Simbolizar enunciados, reglas o métodos generales.

Relación funcional

- F1 Reconocer la correspondencia entre variables relacionadas, independientemente de la representación utilizada (tablas, gráficas, problemas verbales, expresiones analíticas).
- F2 Determinar los valores de la variable dependiente, dados los valores de la independiente.
- F3 Determinar los valores de la variable independiente, dados los valores de la dependiente.
- F4 Reconocer la variación conjunta de las variables involucradas en una relación funcional, independientemente de la representación utilizada (tablas, gráficas, problemas verbales, expresiones analíticas).
- F5 Determinar los intervalos de variación de una de las variables, dado el intervalo de variación de la otra.
- F6 Simbolizar una relación funcional, con base en el análisis de los datos de un problema.

En este trabajo de investigación solo fueron contemplados algunos de los aspectos de los antes mencionados, ya que tomando en cuenta estudios anteriores y el currículo actual se consideró que dichos aspectos podrían ser trabajados con alumnos educación primaria, además y como se mencionó anteriormente, el Modelo 3UV es bastante flexible y permite que no sea necesario emplear todos los aspectos para cada uno de los usos de la variable. De la variable como incógnita se tomaron los aspectos I1, I2, I3 e I4; de la variable como número general G1, G3 y G5; para la variable en relación funcional se tomaron en cuenta los aspectos F1, F2, F3 y F6.

El modelo 3UV en palabras de Ursini et al. (2005) “propone una enseñanza en espiral que acerca gradualmente a los alumnos al trabajo con los distintos usos de la variable en situaciones cada vez más complejas, para así abordar las diversas temáticas del álgebra” (p. 39). Esto quiere decir que se deben trabajar por separado actividades que inmescuyan solo uno de los usos de la variable para posteriormente llevar a cabo tareas que involucren los tres usos. La primera fase de esta enseñanza en espiral juega un papel importante ya que mediante ella se pretende lograr la comprensión de cada uno de los distintos usos de la variable, mientras que la fase integradora tiene como finalidad la de desarrollar en los alumnos la capacidad de pasar entre los diferentes usos. Es necesario contemplar que al ser una espiral en ascenso cada actividad implica diferenciar los usos, y al terminar el trabajo con cada uno de los usos de la variable debe seguirle una actividad integradora.

Este modelo es descrito por Ursini (2011) “como una herramienta teórica desarrollada durante varios años de trabajo y pruebas” (p. 69), así que es parte de una seria investigación cuyo desarrollo no ha sido fortuito. Este modelo ya ha sido ampliamente utilizado, pero en palabras de la autora “es perfectible”, esto permite que las actividades que se deseen realizar sean vastas y no solamente se deban aplicar las que hayan sido realizadas previamente.

■ Metodología

Después de revisar la manera en que ya ha sido abordada el álgebra en la escuela primaria, o sea a través de algunas tareas o secuencias, se decidió tomar en cuenta el Modelo 3UV como fundamento para desarrollar el trabajo de investigación. Entonces, para comenzar el trabajo se tomó como base la siguiente pregunta: ¿Cuál es el efecto que

tiene una secuencia didáctica basada en el modelo 3UV con alumnos de 6to grado de primaria?, esta pregunta es la guía que ha encaminado todo el trabajo, bajo esta orientación se pretende describir detalladamente lo que sucede al implementar esa forma de trabajo y si a través de ella es posible preparar a los alumnos para que logren emplear los tres usos principales de la variable.

El objetivo principal de este trabajo es, por lo tanto, analizar el efecto de una secuencia didáctica basada en el modelo 3UV con estudiantes de 6to grado de primaria. Dentro de los objetivos específicos de la investigación está la tarea de diseñar, implementar y evaluar una secuencia didáctica basada en el modelo 3UV, observar y registrar los procedimientos mostrados por los estudiantes en cada una de las actividades propuestas para los tres usos de la variable, registrar y evaluar mediante la observación participante el progreso de los alumnos durante la secuencia didáctica, desarrollar en los alumnos la interpretación, la simbolización y la manipulación de la variable y medir el rendimiento en el uso de las variables a través de un pre-test y post-test.

De los objetivos específicos antes mencionados se han alcanzado el de diseño de la secuencia didáctica que se implementará posteriormente, además de que ya se aplicó el pre-test cuyos resultados se discutirán más adelante.

La investigación es pre-experimental con un diseño de preprueba/posprueba con un solo grupo, ya que por sus características se entrelaza mejor con los objetivos del estudio, porque a través de ella se aplica a un grupo una prueba previa a un estímulo o tratamiento experimental, para este caso sería la secuencia didáctica y después de eso se aplicará una prueba posterior al estímulo, de esa manera se puede revisar el avance de los alumnos.

La investigación es de tipo mixta con enfoque cualitativo mixto (CUAL-cuan) lo cual quiere decir que su preponderancia radica en lo cualitativo, además se decidió utilizar el Diseño anidado o incrustado concurrente de modelo dominante (DIAC) el cual, según Hernández, Fernández y Baptista (2014) especifican que los datos cualitativos y cuantitativos son recolectados simultáneamente, pero uno de ellos posee mayor prioridad y el otro debe ser anidado dentro del central.

La escuela en la que fue aplicado el pre-test es una primaria federal de organización completa ubicada en la ciudad de Puebla, México. El grupo en el que se aplicó el diagnóstico fue en el sexto grado durante el mes de agosto en el ciclo escolar 2018-2019. El total de estudiantes fue de 34 de los cuales 21 eran niños y 13 eran niñas cuyas edades oscilaban entre los 11 y 12 años. En el grupo se lograron identificar tres estudiantes con dislalia, específicamente con problemas para pronunciar la letra r, que han sido canalizados para recibir terapia de lenguaje desde que cursan el segundo año. Por otra parte, siete estudiantes, incluyendo dos de los que presentan dislalia, reciben apoyo por parte del departamento de psicopedagogía ya que han demostrado dificultades para el aprendizaje.

■ Resultados

En el trabajo de Ursini et al. (2011) se menciona que “El Modelo 3UV proporciona una base teórica, fundamentada en la investigación educativa, que sirve de guía tanto en el desarrollo de instrumentos de evaluación y diagnóstico, como el análisis de las respuestas que dan los estudiantes” (p. 130).

El diseño del pre-test fue realizado a partir del cuestionario propuesto por Trigueros, Reyes, Ursini y Quintero (1996), de él se seleccionaron algunos ítems y otros fueron construidos por los autores de manera que pudiera amoldarse a las necesidades de este trabajo.

Los apartados fueron organizados según el uso de las variables propuesto en el modelo 3UV, esta organización consistió en tres hojas, la primera contiene actividades relacionadas con la variable como incógnita que abarcó las preguntas de la 1 a la 6 en las que se evaluaron los aspectos I1, I2, I3 e I4. En la segunda hoja se evaluaron los aspectos G1, G3 y G5, estuvo enfocada en actividades relacionadas con la variable como número general, preguntas

de la 6 a la 13 y la tercera hoja incluyó actividades enfocadas a la variable en una relación funcional de la cual forman parte las preguntas de la 12 a la 20, evaluando los aspectos F1, F2, F3 y F6.

Cada uno de los apartados del modelo 3UV incluyó al menos una actividad al final de la hoja que reflejará un grado mayor de complejidad en comparación con las demás. Para la variable como incógnita fue la pregunta 6. En la variable como número general fueron las preguntas 12 y 13. En el caso de la variable en una relación funcional las preguntas de 19 y 20.

Al comenzar el análisis del pre-test se realizó una primera clasificación cuantitativa de todas las respuestas. La clasificación fue organizada en las siguientes categorías: contestadas correctamente (aciertos), contestadas incorrectamente (errores), el conteo de preguntas no resueltas (omisiones), como se puede apreciar en la siguiente figura.

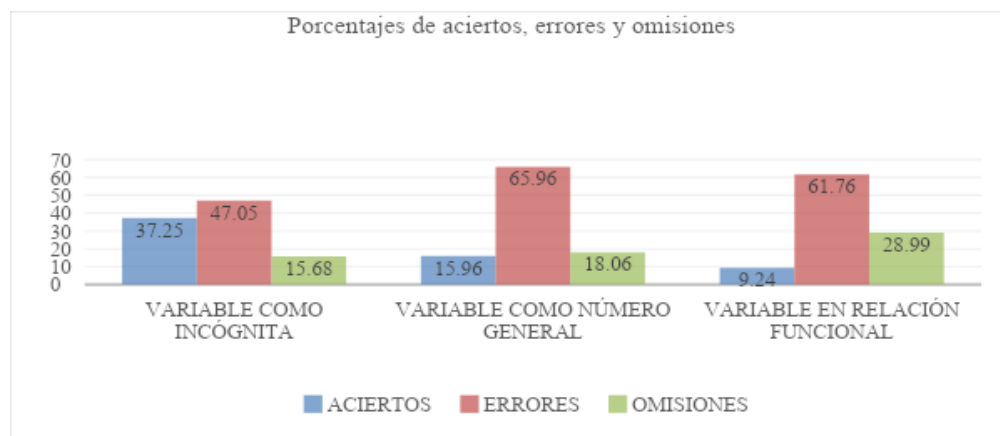


Figura 1. Resultados del diagnóstico

En la Figura 1 es posible apreciar que el porcentaje de aciertos va decreciendo en cada una de las diferentes caracterizaciones de las variables, también es necesario recalcar que las preguntas sin responder fueron en aumento en cada apartado lo cual hace notar lo complicado que les resultó a los alumnos la última parte del diagnóstico. A través de los resultados fue posible comprobar que los alumnos presentan menor dificultad en el uso de la variable como incógnita, aunque no precisamente porque la identifiquen con certeza, si no por que emplearon su conocimiento aritmético para resolver los ítems correspondientes a ese apartado. Es posible determinar que la variable como incógnita fue más sencilla para todo el grupo. Mientras que la variable como número general representó mayor dificultad para ellos. En el caso de la variable en relación funcional, al ser el último apartado del pre-test, fue el uso que en comparación con los otros dos usos tuvo mayor cantidad de preguntas sin contestar.

En realidad, no se esperaba que ningún estudiante pudiera completar con éxito los apartados de mayor dificultad tomados directamente del cuestionario propuesto por Trigueros et al, (1996). Fue sorprendente que al menos uno de ellos lograra completar satisfactoriamente una de las preguntas debido a que en estudios previos, como es el caso de Juárez (2011), este tipo de actividades representaron un verdadero reto, incluso para profesores de matemáticas de secundaria.

1. *Primera parte del pre-test: La variable como incógnita*

En la primera actividad (preguntas de la 1 a la 3) se les pidió a los alumnos que escribieran el valor que podría tomar la letra para que la expresión que se les mostraba fuera correcta. En esa actividad algunos alumnos respondieron como se puede apreciar en la Figura 2.

1. $8 + x = 14$ Multiplícar
2. $16 - y = 7$ Restar
3. $98 + c = 200$ Sumar

Figura 2. Ejemplos de respuesta para los ítems 1-3

Se puede apreciar que no reconocieron la variable en ningún momento, incluso en el primer caso la interpretaron como el signo empleado para multiplicar. En el caso de las demás preguntas decidieron ignorarla, lo cual lo sitúa en la categoría de letra no utilizada según Küchemann (1980).

En el segundo apartado se logró apreciar que la comprensión de los problemas verbales les resultó difícil, además el dominio del algoritmo de la resta aún no está consolidado en todos los estudiantes. Algunos alumnos emplearon el cálculo mental para determinar sus respuestas ya que no escribieron ningún procedimiento.

2. *Segunda parte del pre-test: La variable como número general*

La primera actividad consistió en completar una tabla según el número de puntos de las figuras previamente dadas. En esta actividad solo 5 estudiantes lograron encontrar el patrón y así pudieron completar satisfactoriamente la tabla.

Al momento de contestar las preguntas 12 y 13 cuyo grado de dificultad es mayor, ningún estudiante pudo realizar las generalizaciones necesarias. Por una parte, algunos alumnos contestaron con números, probablemente con el afán de cumplir con la tarea, mostrando con ello una mayor adhesión al contrato didáctico (Brousseau, 1997).

Imagínate que puedes seguir dibujando figuras hasta conseguir alguna que tenga una cantidad cualquiera de puntos.

12. ¿Cómo representarías ese número de figura? circulos

Figura 3. Ejemplos de respuesta para los ítems 12 y 13

Otros alumnos probablemente no comprendieron las indicaciones y la actividad en general por que asumieron que al hablarles de representaciones se les pedía que eligieran una figura para hacerlo, como en la actividad previa de la tabla en la cual se empleaban puntos. Algunos estudiantes, siendo fieles al ejemplo, propusieron una cantidad cualquiera de puntos mediante los mismos, como se puede apreciar en la Figura 4.

Imagínate que puedes seguir dibujando figuras hasta conseguir alguna que tenga una cantidad cualquiera de puntos.

12. ¿Cómo representarías ese número de figura? 2

13. ¿Cómo representarías el número de puntos de esa figura? 3

Figura 4. Ejemplo de respuesta para el ítem 12

En otros casos, algunos alumnos propusieron utilizar figuras geométricas como cuadrados o triángulos, como se puede apreciar en las Figuras 5 y 6.

Imagínate que puedes seguir dibujando figuras hasta conseguir alguna que tenga una cantidad cualquiera de puntos.

12. ¿Cómo representarías ese número de figura? con puntos

Figura 5. Ejemplos de respuesta para el ítem 12

Imagínate que puedes seguir dibujando figuras hasta conseguir alguna que tenga una cantidad cualquiera de puntos.

12. ¿Cómo representarías ese número de figura? Δ 1035

Figura 6. Ejemplos de respuesta para el ítem 12

3. Tercera parte del pre-test: La variable en relación funcional

En este último apartado se había considerado que era más probable que los estudiantes no tuvieran tantas dificultades como en los dos usos anteriores por que las preguntas 14 a la 18 son actividades bastantes similares a las que se trabajan en la escuela primaria. De hecho, no se esperaba que identificaran la relación entre las variables dependiente e independiente, y se contempló el hecho de que era bastante probable que trataran de resolver la actividad a través del uso de la regla de tres. Pero resultó sorprendente percatarse de que muchos alumnos dejaron sin resolver estas actividades y que para otros tantos les fue imposible responderlas exitosamente.

■ Conclusiones

Como se mencionó anteriormente este pre-test fue considerado como base para diseñar y aplicar una secuencia didáctica basada en las habilidades que los alumnos poseen en relación con las variables y posteriormente realizar una comparación de los resultados en contraste con el pos-test.

A partir de los datos analizados se logró determinar que el pensamiento algebraico no se encuentra desarrollado en el grupo ya que, para empezar, los alumnos no están familiarizados con el uso de variables, esto se pudo constatar ya que en ningún momento recurrieron a ellas para responder los ítems, salvo algunos casos observados en el apartado de la variable como incógnita en la que ciertos alumnos no ignoraron a las variables asignándoles un valor para que las ecuaciones resultaran correctas.

Los resultados mostraron que los alumnos no se encuentran preparados para proponer una regla que les permita determinar cualquier cantidad que se les pida dentro de una secuencia o al observar un patrón, además, al recurrir a los algoritmos que conocen se logró observar también que aun presentan algunas dificultades aritméticas como el uso satisfactorio de los algoritmos de la suma, resta y multiplicación.

A pesar de los resultados obtenidos y las carencias aritméticas que mostraron los alumnos, se considera que posiblemente puedan alcanzar una mejora significativa en el uso de las variables a través de una secuencia didáctica basada en el Modelo 3UV.

■ Referencias bibliográficas

- Brousseau G. (1997). *Theory of didactical situation in mathematics*. Dordrecht: Kluwer.
- Chalouh, L. y Herscovics, N. (1999). Teaching Algebraic Expressions in a Meaningful Way. En B. Moses (Ed.), *Algebraic thinking, grades K-12: reading from NCTM's school-based journals and other publications* (pp. 168-174). Virginia: NCTM.
- Ferrini-Mundy, J., Lappan, G. y Phillips, E. (1999). Experiences with Patterning. En B. Moses (Ed.), *Algebraic thinking, grades K-12: reading from NCTM's school-based journals and other publications* (pp. 112-119). Virginia: NCTM.
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill Interamericana.
- Juárez, J. A. (2011). Dificultades en la interpretación del concepto de variable en profesores de matemáticas de secundaria: un análisis mediante el modelo 3UV. *Números*, 76(3), 83-103.
- Küchemann, D. (1980). *The Understanding of Generalised Arithmetic (Algebra) by Secondary School Children* (tesis doctoral). Universidad de Londres, Londres.
- Schliemann, A. D., Carraher, D. W., y Brizuela, B. M. (2011). *El carácter algebraico de la aritmética: De las ideas de los niños a las actividades en el aula*. Buenos Aires: Paidós.
- Trigueros, M., Reyes, A., Ursini, S. y Quintero, R. (1996). Diseño de un Cuestionario de Diagnóstico acerca del Manejo del Concepto de Variable en Álgebra. *Enseñanza de las Ciencias*, 14(3), 351-363.
- Ursini, S. (1994). Los niños y las variables. *Educación Matemática*, 6(3), 90-108.
- Ursini, S. (2011). III Modelo 3UV: uno strumento teorico a disposizione degli insegnanti di matematica. *QuaderniCIRD*, 2(10), 59-70.
- Ursini, S., Escareño, F., Montes, D. y Trigueros, M. (2005). Enseñanza del álgebra elemental: una propuesta alternativa. México: Trillas.