

# DINAMIZACIÓN DE LA ENSEÑANZA DE LOS NÚMEROS ENTEROS NEGATIVOS: PRIMERA APROXIMACIÓN Y REFLEXIONES A PARTIR DE UNA EXPERIENCIA DOCENTE

## ACTIVATING THE TEACHING OF NEGATIVE INTEGER NUMBERS: FIRST APPROACH AND REFLECTIONS FROM A TEACHING EXPERIENCE

**Daniela Emmanuele, Viviana Abinal**

Fac de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario (UNR),  
Escuela Secundaria Orientada N° 515 “René G. Favalaro” (Argentina)  
emmanueledaniela@gmail.com, viviabinal@hotmail.com

### Resumen

Con este trabajo -que forma parte de una investigación en curso-, intentamos aportar al rediseño del discurso matemático escolar para la enseñanza de los números enteros negativos, mediante las reflexiones que hemos hecho a partir de una experiencia docente en la escuela secundaria orientada. Esta propuesta áulica pretende dinamizar las clases y la enseñanza de los contenidos a través de la recreación de prácticas de referencia y de la consideración de la historia epistemológica de la matemática como variable didáctica, favoreciendo la resignificación y apropiación de los saberes matemáticos por parte de los estudiantes, y priorizando el carácter funcional de dichos saberes por sobre el utilitario. Como conclusión preliminar, podemos asegurar que las prácticas de referencia propuestas permitieron una construcción significativa de número entero no ligada sólo al conteo ni exclusivamente al intercambio comercial, y sentaron las bases para un concepto más abstracto en cuanto a número se refiere.

**Palabras clave:** dinamización, resignificación, números enteros negativos

### Abstract

With this work, which is part of an ongoing research, we try to contribute to the redesign of the school mathematical discourse for the teaching of negative integer numbers, through the reflections we have made from a teaching experience at the oriented secondary school. This classroom proposal aims to activate the lessons and the teaching of contents through the recreation of reference practices and the consideration of the epistemological history of mathematics as a didactic variable, favoring the resignification and acquisition of mathematical knowledge by students, and prioritizing the functional nature of such knowledge over the utilitarian one. As a preliminary conclusion, we can ensure that the proposed reference practices allowed a significant construction of the integer number not linked only to counting nor exclusively to commercial exchange; and laid the foundations for a more abstract concept as far as number is concerned.

**Key words:** activation, resignification, negative integer numbers

## ■ Introducción

En los resultados obtenidos mediante estudios y otras experiencias, realizados en el marco de los Proyectos de Investigación ING 418 e ING 548 (Emmanuele, 2016; Emmanuele, Rodil, Vernazza, 2018) se observa, en general, en los distintos actores del sistema didáctico (alumnos, docentes, estudiantes de profesorado y otros), un predominio de pensamiento acerca de la matemática que la caracteriza como un conjunto de elementos yuxtapuestos y sin articulaciones. No se la concibe, generalmente, como el resultado de un proceso que contempla o que depende, entre otras cosas, de sujetos pertenecientes a un contexto histórico, social y económico determinado, proceso que se da en el marco de una cultura y no de otro. Así mismo, cabe destacar que, en los casos en los que los docentes logran plantear esta mirada desde lo discursivo, al mismo tiempo, ponen en evidencia grandes contradicciones entre el discurso y las planificaciones didácticas y prácticas áulicas empleadas.

Con este trabajo -que forma parte de una investigación en curso- pretendemos aportar al rediseño del discurso matemático escolar para la enseñanza concretamente de los números enteros negativos, mediante las reflexiones que hemos hecho a partir de una experiencia docente en la escuela secundaria orientada. El propósito de esta propuesta áulica es dinamizar las clases y la enseñanza de los contenidos a través de la recreación de prácticas de referencia y de la consideración de la historia epistemológica de la matemática como variable didáctica.

Se han diseñado tres actividades (que se describen más abajo), pero por razones de espacio, omitiremos el relato de las dos últimas, sólo las presentamos para dar una idea del sentido pedagógico-didáctico que deseamos darle al diseño de la experiencia. En un próximo artículo, compartiremos reflexiones y conclusiones referidas a estas dos últimas actividades. Para esta publicación, nos dedicaremos a relatar, reflexionar y concluir a partir de la primera actividad desarrollada, de la que hemos obtenido abundante material.

### Marco teórico

La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME), en su estudio de la construcción social del conocimiento, permite explicar la naturaleza de un discurso específico, el discurso matemático escolar (dME), que norma y regula la presentación y la acción sobre los objetos matemáticos exhibiendo características propias: atomización de conceptos, carácter hegemónico, conocimiento matemático acabado y continuo, carácter utilitario y falta de marcos de referencia para la resignificación (Soto, 2010).

[...] es frecuente observar que el diseño de una clase no contempla como actividad habitual el que los alumnos argumenten sobre lo que se trata o que ellos directamente expongan sus ideas, menos aún que refuten las consideraciones de sus compañeros o las de su profesor. Es así como se pierde el potencial que todo alumno posee para debatir en matemáticas y en ciencia; se pierden los hilos de la argumentación y sus ideas cotidianas no evolucionan hacia ideas más profundas” (Cantoral, 2016, p 86).

Dinamizar la enseñanza de la matemática implica revertir no sólo los rasgos antes enumerados del dME sino también este tipo de diseños. Para ello, el rol del docente debe ser protagónico en cuanto a la generación activa de condiciones de problematización del conocimiento, elaborando propuestas educativas que prioricen el carácter funcional de los saberes matemáticos por sobre el utilitario, reconociendo las prácticas sociales y el contexto histórico y cultural que originan los saberes para favorecer su resignificación y apropiación por parte de los estudiantes (Reyes Gasperini, 2016). Problematizar el conocimiento implica su historización y su dialectización, es decir, implica el abordaje de los conceptos desde una epistemología situada así como el reconocimiento de las contradicciones y luchas internas que se debieron sortear en pos de su construcción (Cantoral, 2016).

## ■ Metodología de trabajo

En esta propuesta didáctica se incorpora el diseño y recreación en el aula de elementos de una *práctica de economía*, con la que se busca dotar de significado a las actividades planteadas para la enseñanza de los números enteros y sus operaciones, a fin de hacerlas más dinámicas. Estas actividades, organizadas desde una perspectiva lúdica dado el grupo etario al cual se destinan (adolescentes entre 12 y 13 años), devienen de matematizar la realidad inmediata y son las que la socioepistemología concibe como *prácticas de referencia* (Camacho Ríos, 2011). La dinamización se efectúa al simular el intercambio de bienes o la comercialización de productos con acciones semejantes a las desarrolladas en ambientes reales de contextos económicos. El diseño de esta propuesta didáctica tiene la intencionalidad de construir la noción de número entero negativo mediante la confrontación del conocimiento práctico que los alumnos tienen del número en tanto cantidad, orden y medida con una nueva concepción en tanto entidad abstracta. Las distintas actividades desarrolladas oportunamente consisten en juegos (preparados por la docente a cargo en colaboración con nuestro equipo de investigación), atendiendo especialmente al contexto socioeconómico de los alumnos (la escuela a la que asisten está emplazada en una zona de vulnerabilidad social) y son los que se describen a continuación: 1) “*Vacaciones Soñadas*”: es la actividad con la que se da inicio al tema a desarrollar (números enteros) sin ningún otro tipo de introducción; es un juego que consiste en un tablero de 12 casillas correspondientes a las últimas 12 semanas del año -, tarjetas –que representan cobros por trabajos realizados o gastos de dinero- y un dado.

La actividad pretende recrear una situación en la que los estudiantes deban administrar sus finanzas y tomar decisiones respecto del *registro formal* de las acciones llevadas a cabo. Al finalizar esta actividad, se espera que los alumnos hayan acordado un modo de representación significativa, la de los + y los -. 2) “*Los 100 Puntos*”: juego compuesto por cinco dados con caras verdes (representan puntos a favor) y caras naranjas (representan puntos en contra). Cada jugador, tira los cinco dados al mismo tiempo y debe anotarse para sí los puntos obtenidos como resultado de la tirada. Gana el jugador que llegue primero a los 100 puntos. 3) Lectura de fragmentos de textos histórico-epistemológicos (adaptados al nivel), actividad que fomenta no sólo la lectura, sino la discusión, el debate y la argumentación de ideas. Con la primera actividad se persigue el que los alumnos diferencien entidades positivas de entidades negativas y convengan un modo de registro para las mismas que les permita arribar consensuadamente al registro usual de “+” y “-”. Con la segunda actividad se pretende avanzar en la conceptualización de número como una entidad abstracta, para superar el concepto de número como una cantidad asociada al conteo, y agilizar el método de cálculo mental. Por último, con la tercera actividad, se quiere generar un espacio de pensamiento que revalorice la palabra, el debate argumentativo y que ponga en evidencia las dificultades que la humanidad enfrentó para construir el concepto de número entero negativo.

La actividad presentada a continuación permite recrear una práctica de referencia, adaptada al contexto social y económico de los alumnos, que permitió a la humanidad la gestación incipiente del concepto de número entero negativo.

### Actividad N° 1: “Vacaciones soñadas”

Objetivos de la actividad:

- Diferenciar entidades positivas de entidades negativas.
- Convenir un modo de registro para las entidades negativas diferenciándolas de cantidades positivas para llegar consensuadamente al registro usual de “+” y “-”.

Elementos del juego y dinámica

Tablero: Este consta de tres casas distintas; de la puerta de cada casa sale un camino formado por 12 casilleros, que representan las últimas 12 semanas del año. (La selección de la casa se realizará por azar mediante dados). Al final

del último día del año se encuentran las posibilidades de vacacionar; cada destino tiene un número distinto (1, 2 o 3) en relación a las posiciones obtenidas por cada familia en el juego. El tablero también posee un banco en el que las familias tienen depositado sus ahorros (colocados en un sobre); éstos se asignarán mediante la tirada de dados al iniciar el juego, pero se conocerán únicamente después de haber transitado el camino completo hasta llegar al último mes.

Tarjetas: las tarjetas contendrán las acciones del juego, por ejemplo: pago de impuesto municipal, cobro por trabajos realizados, compra de comida en almacén, reparación de techos, etc. Las tarjetas permanecerán boca abajo. Las que representan cobros por trabajos realizados estarán mezcladas junto a las que representan gastos de dinero. Cada grupo familiar se dedicará a una actividad diferente (herrería, carpintería, mecánica, plomería, electricidad) y sus ingresos y gastos dependerán de lo que indiquen las cartas que salgan en el juego.

Dado: Cada familia tirará el dado, uno por vez.

Ficha de registro: hoja en blanco; una para el banco, y una para cada familia.

Reglas del juego: Los participantes de la actividad se dividen en tres grupos, cada uno constituirá una familia; dos de los alumnos representarán el banco del pueblo; tendrán una caja con el tesoro y los ahorros de las familias. Cada familia deberá tirar un dado cada día, el número obtenido indicará la cantidad de tarjetas que deberá dejar pasar antes de dar vuelta la que contiene la acción a seguir.

Cada familia deberá administrar su dinero y llevar un registro para, al finalizar el mes, controlar y verificar que coincide el dinero que poseen con lo registrado. Al finalizar la actividad todos los registros deberán coincidir respecto de las acciones llevadas a cabo. Luego de mostrar y justificar sus finanzas, se establecerá un orden respecto del dinero obtenido por el cual la familia que más dinero tenga al finalizar podrá abrir el sobre número 1 en el que obtendrán los pasajes para viajar a *Cancún* junto con un premio extra (gaseosas); la familia que obtenga el segundo lugar podrá vacacionar en *Mar del Plata* y obtendrán un premio extra (palitos salados y chizitos); finalmente, la familia que salga en tercer lugar podrá vacacionar en un *camping de la zona* y también obtendrán un premio extra (platos y vasos). (Aclaremos que al final del juego, los grupos compartieron entre todos los premios extra obtenidos).

Un análisis a priori nos permite suponer que las preguntas e inseguridades de los alumnos respecto de la actividad girarán en torno a cómo se deben realizar los registros (ya que no se les ha indicado previamente de qué forma hacerlo) y cómo manejarse en los casos en que no les alcance el dinero para realizar los pagos indicados por las tarjetas. También, la banca deberá organizar sus registros a fin de llevar el control del dinero prestado y del dinero restante. En ambos casos, el de las familias y el de la banca, la búsqueda de la organización de las acciones que cada tirada de dado asigne y la necesidad de rendir cuentas al resto de los participantes al finalizar el juego, seguramente llevará a la búsqueda de un modelo que les permita ordenar las acciones. Serán las entidades negativas las que lo posibiliten. Entonces, para el docente, será oportuno formalizar estos números negativos para comenzar su tratamiento como sumas algebraicas.

Teniendo en cuenta que para los alumnos el conocimiento del número entero negativo exige una ruptura con ideas muy ligadas a experiencias prácticas y manipulación de elementos concretos, es necesario construir un buen camino hacia la abstracción porque, como sucedió históricamente, la identificación del número con la cantidad podría ser un obstáculo en la construcción del número entero negativo, más aún, para operaciones más complejas que las adiciones y sustracciones. Esto es, si no se logra el cambio pretendido en el concepto de número considerándolo una “estructura intelectual” como sostenía Hankel, entonces este nuevo tipo de números podrían no adquirir significatividad (Boyer, 1986). Siguiendo esta línea, se propone a continuación una segunda actividad con la intención de construir un paso hacia el pensamiento formal abstracto. Luego de la primer actividad realizada se espera que los alumnos hayan acordado un modo de representación significativa, la de los + y los -, para ahora entonces, formalizar el tratamiento de sumas algebraicas. Pero esta vez buscando desligar la idea de número de las

cantidades ganadas o perdidas, pues es necesario un avance en la conceptualización de número como entidad abstracta para lograr la genuina comprensión de los números enteros negativos. Ya mencionamos que, por razones de espacio, aquí omitimos el relato de la segunda y tercera actividad desarrolladas.

### ■ Desarrollo de la experiencia

Relato de la experiencia en torno a la Actividad N° 1

Se organizaron tres grupos sin decir anticipadamente de qué se trataba la actividad. (Cabe aclarar, que los grupos fueron elegidos por la profesora evitando que se formaran grupos ya establecidos dentro del aula por amistad o afinidad, con la intención de favorecer la integración). Dos alumnos formaron la banca: su deber era controlar la tirada de dados y administrar las fichas de acciones. Mientras se agrupaban y charlaban entre ellos, algunos festejando, otros algo incómodos, se presentó el material didáctico y en ese momento algunos alumnos se acercaron a colaborar juntando bancos y encastrando el tablero. El tablero se armó sobre dos bancos; el resto de los alumnos se paró alrededor. Se realizó la explicación de la actividad, dos veces, en medio de interrupciones y preguntas, a medida que se iba explicando. Al decirles que cada grupo representaba una familia, algunos quisieron reagruparse con sus compañeros de banco (de mayor afinidad). Se aclaró que no podía cambiarse la constitución de los equipos. Al explicar que se trataría de una competencia preguntaron qué ganarían. Se les dijo que los premios eran sorpresas. Cuando supieron que se trabajaría con dados un alumno preguntó a la docente si podía ser él quien tirara; se aclaró que todos los participantes tirarían el dado. Antes de explicar el contenido de las tarjetas apiladas en el tablero, dos alumnos intentaron tomarlas para leerlas, pero se les pidió que esperaran. Otros alumnos intervinieron pidiendo orden porque no dejaban hablar a la docente. (La docente interpretó que era parte de la ansiedad así que permitió que entre ellos acordaran hacer silencio, algunos pidiendo silencio, otros bromeando con que eran hermanitos; finalmente la docente propuso que escucharan toda la explicación y luego hicieran las preguntas correspondientes a sus dudas).

Cada grupo eligió un apellido que los representaba como familia.

Luego de terminar la explicación completa hubo una sola pregunta generalizada respecto de las hojas lisas de notas que se les entregó para hacer el rendimiento de cuentas a la banca. ¿Cómo debían anotar? Se aclaró que cada familia debía acordar y definir la forma en que llevarían sus registros.

Un integrante de cada familia tiró el dado para definir quién comenzaría la actividad. El grupo que obtuvo el número más grande fue el primero en seleccionar al azar un sobre cerrado que contenía los ahorros de las familias. Sobres que podrían abrirse sólo al final de la actividad. Luego comenzó el juego; se acomodaron los grupos, en el orden que salieron los dados de mayor a menor, alrededor del tablero.

Un alumno de cada grupo, (rotaban hasta pasar todos) tiraba el dado sobre un banco. Cabe aclarar que en reiteradas ocasiones el dado caía al piso debido a la falta de manejo de dimensiones y espacios, lo que llamó la atención de la docente. La banca, para cada familia, dejaba pasar las fichas de acciones de acuerdo al número obtenido con el dado y le entregaba la ficha siguiente que contenía las acciones que las familias debían realizar durante el transcurso de una semana (según el juego). Cada ficha debía ser leída en voz alta y colocada en el tablero.

El proceso continuó hasta completar las 12 semanas del juego. La actividad transcurrió en orden, en medio de chistes y bromas; algunos alumnos querían repetir la tirada de dados, pero los mismos compañeros les decían que debían esperar a que pasaran todos y decidían quiénes debían tirar el dado.

Al finalizar, cada familia se reunió en grupos para organizar, decidir y registrar la situación financiera de su grupo al cabo de las doce semanas transcurridas. En dos de los grupos volvió a surgir la pregunta de cómo debían registrar. Se los dejó organizar el registro libremente, sólo se aclaró que la situación financiera debía ser la real, y que luego debían explicar el procedimiento realizado como un modo de rendir cuentas.

Sobre las actuaciones de los grupos

*Metodología de registro del grupo 1*

Las hojas de registro de familia entregadas como parte del material de la actividad fueron utilizadas para hacer cálculos auxiliares. El registro formal se realizó en una hoja de carpeta, seguramente debido al tamaño de mayor amplitud que las ofrecidas.

Este grupo organizó dos columnas: perdido y ganado. Olvidando que las fichas correspondían a semanas, realizaron un registro diario en lugar de semanal; así las acciones que se realizaban semanalmente, para ellos fueron acciones que se realizaban diariamente. En cada columna anotaron: día 1, día 2, ..., día 12. Para cada día calcularon los totales que debía pagar (para ellos montos perdidos) y los totales cobrados por trabajos y otros (montos ganados). Por ejemplo, en la primera y segunda ficha, el registro fue:

Perdido	Ganado
Día 1: 250	Día 1: 300
Día 2: 300	Día 2: 0

El total de lo perdido para este grupo fue de \$4400. La utilización de calculadora de este grupo se puso en evidencia, por el registro utilizado al escribir el número: 4,400 en lugar de 4.400. El total de lo ganado fue de \$2600. En el registro escrito figura: Total: \$1800, pero no aclara si representa una cantidad perdida o ganada. Sin embargo, en la explicación oral realizada al curso, en ningún momento presentaron dudas sobre la pérdida que representaba esa cantidad según sus registros. Esto muestra la clara diferenciación entre entidades negativas y positivas que representan los montos a cobrar o pagar, así como una necesidad de formalizar simbólicamente la diferencia de entidades.

Al momento de exposición en el pizarrón se detectó error en el registro de acciones de la segunda ficha: \$50 por compra de rifa no fueron registrado. Cuando se preguntó qué había pasado con esos cincuenta pesos dijeron que se les había pasado, que lo habían olvidado.

Al descubrir los ahorros, algunos alumnos del grupo festejaron y se mofaron de otros grupos (pues, por ejemplo, el grupo vecino que había terminado y abierto el sobre antes, tenía ahorrado \$500). Este grupo había conseguido \$1000 de ahorros. Sin embargo, uno de los alumnos del grupo dijo: “¡Igual seguimos pa’ atrás!”. La docente preguntó: “¿Cuánto están para atrás?”, y se estableció, sin dificultad, que la familia tenía al momento una deuda de \$800.

Al momento de exponer su situación en el pizarrón para el resto del curso hicieron bromas: “¿Quién nos presta plata?”, “Y claro, ¿con todo lo que gastamos cómo no vamos a deber?”, “Bueno... pero la pasamos bien, salimos a comer y a pasear. ¿De qué sirve tener plata y no disfrutarla?”, fueron algunas de las frases que manifestaron.

Fue el primer grupo en exponer, les llevó tiempo acomodarse y decidir quiénes explicarían. Lo hicieron los más extrovertidos entre las bromas, risas y lamentos. Al realizar la explicación oral se dieron cuenta que algunos chicos no comprendían, entonces uno de ellos tomó una tiza y realizó a modo de ejemplo la anotación que se mostró más arriba. Eso clarificó la idea de lo que explicaban. Luego anotaron en el pizarrón:

Total \$1800

Docente (D): “¿Qué significan esos \$1800?”

Alumno A1: “Ahh... que debemos...”

D: “¿Se animan a explicar de dónde sacaron esos \$1800?”

A1: “Sí.”

La docente le acerca una tiza y el alumno anota en el pizarrón:

Perdido: 4,400 (en este caso la docente explicó cómo funcionan las calculadoras respecto de los puntos y las comas).

Ganado: 2.600

D: “¿y los ahorros?”

A2: “¿No tenés anotados los ahorros?”, hablándole a su compañero A1.

A1: “No, no están”.

D: “No hay problema, ya lo charlamos en el grupo. ¿Cuánto tenían?”, dirigiéndose al grupo.

Varios alumnos del grupo en coro: \$1000.

Entonces el alumno agrega en el pizarrón:

Ahorros \$1000.

Luego, borra el total anterior y escribe: Total \$800 (cuando se está por sentar, sin que nadie diga nada) se vuelve al pizarrón y agrega: Perdimos y hace una carita triste al lado.

Observación: el perdido o ganado utilizado se puede pensar en relación al juego, cobrar dinero resulta beneficioso para el grupo y tener que pagar algo, perjudicial.

### *Metodología de registro del grupo 2*

Este grupo comenzó con una modalidad de trabajo y luego la cambió al encontrarse con operaciones que resultaron desordenadas y generaron incertidumbre. Los alumnos comenzaron a realizar en forma ordenada cada una de las acciones que indicaban las fichas, desde la primera hasta la quinta aproximadamente.

Primera y segunda ficha: Registros iniciales

Gastaron 150 pesos

Gastaron 250 en total

Deben 50 pesos

Ganan 200. Le quedan 150

Gastan 150. No les queda nada

El registro propuesto por algunos integrantes, que consistía en anotar, para cada acción, la situación económica de la familia terminó siendo un proceso desordenado que generaba dudas al resto que no lograban acompañar el proceso de cálculos. La intervención docente sugirió al grupo que quienes llevaran registro explicaran con claridad y paciencia lo que estaban haciendo a fin de que todos comprendieran, pues eran parte de la familia. La explicación del procedimiento fue comprendida, finalmente por todos los integrantes, pero en la misma explicación las autoras del método experimentaron dudas, que pusieron en evidencia y se dieron cuenta de lo tedioso que era controlar las acciones y justificar cada ítem y monto anotado. Por ello, el grupo decidió, cambiar su registro a uno que solo contiene montos: 300-150-100+200-150+500-20, etc.

Este grupo no hizo distinción verbal entre ganado y perdido, o entre cobrado y pagado. Tampoco utilizó el signo \$. Para cada ficha (que representaba el monto semanal) comenzaban escribiendo los valores que representaban ganancias e ingresos y luego los gastos; eso sumado al azar que le asignó a este grupo fichas siempre con saldos positivos, las cuentas no generaron complicaciones. Hicieron la cuenta en una calculadora y obtuvieron una ganancia de \$ 1100 + \$1000 de ahorros. Tuvieron un total de \$ 2100. Fue el equipo ganador.

Este grupo se resistió a pasar al pizarrón. La docente le ofreció hacerlo luego, para darles tiempo, pero una de las alumnas, muy tímidamente le dijo a otra: “¿Vamos?”; miraban el papel sin animarse. Por ello la docente las animó a pasar y se quedó con ellas en el pizarrón. Explicaron que fueron haciendo la cuenta; a medida que leían la ficha, iban explicando la cuenta que hicieron. La docente les preguntó si podían intentar anotar algo en el pizarrón. Le preguntaron a la docente señalando una parte de la hoja que tenía el total y al tener la aprobación de la docente escribieron:

final	1.100
ahorros +	1.000
total	2.200

Otro grupo que no detalla ganancia o pérdida; saben lo que es, pero no lo registran.

D (al curso): “Tengo una pregunta, para el resto de las familias ... ¿Quién puede decirme si lo que dice ahí final \$1100 significa que les quedó dinero o deben dinero?”

A3: “No lo escribí”.

D: “No, se olvidó de anotarlo, pero... ¿pueden darse cuenta?, piensen tranquilos. Van a tener que explicar lo que digan”. Y se hizo una pausa.

A1: “Ya sé, ya sé... es plata, porque los ahorros son plata y los juntó”.

D: “¿Qué dice el resto?”

La mayoría de los chicos asintió en que tenía razón, luego de la aclaración, les resultó fácil verlo.

A1: “¿No ganamos nada? (Risas de los alumnos) ¡Cien pesitos aunque sea!”

### *Metodología de registro del grupo 3*

Este grupo separó los montos en dos columnas: Perdió, ganó. Al total de la columna “ganó” de \$4850 le agregó \$800 obtenidos por los ahorros y a ese total le restó el total de la columna “perdió”: \$4250. En total, obtuvo una ganancia de \$1400.

Éste fue el grupo que trabajó de manera más ordenada, terminó más rápido y pudo, con mayor claridad y orden, explicar el procedimiento empleado. La explicación para el resto del curso se realizó de manera sencilla, hicieron dos columnas en el pizarrón “perdió” y “ganó”; completaron las dos columnas con los valores de las fichas como en la hoja en la que trabajaron. En medio de la explicación y ante la pregunta de la docente sobre cómo lo pensaron, un alumno del grupo dijo: “Como que no había muchas opciones, teníamos que separar lo que cobrábamos de todo lo que teníamos que pagar para ver si nos quedaba algo de plata”. La columna “perdió” daba un total de 4250, la columna “ganó” daba un total de 4850, a esta última le agregaron 800 (eran los ahorros pero no lo indicaron). Luego realizaron la resta correspondiente y tuvieron una ganancia de \$1400.

Luego de las exposiciones y sin borrar lo que cada grupo expuso en el pizarrón la docente hizo preguntas para empezar a formalizar ideas respecto de los números positivos y negativos.

D: “¿Cómo podríamos hacer para diferenciar números que representan ganancias o dinero de números que representan pérdidas o cosas que tenemos que pagar sin tener que andar explicándolo?”

A4: “Separándolos, como hicimos nosotros”, señalando el pizarrón.

La docente escribe en el pizarrón dos columnas con números y sus totales a modo de ejemplo, los totales son \$800 y \$1000. Luego dice: “Ok, acá hice como ustedes. ¿Quién puede decirme si tengo dinero o debo?”

A2: “¿Cuál es la columna de ganancia?”

D: “Ahhh, ésa es la pregunta. La repito: ¿Cómo podríamos hacer para diferenciar números que representan ganancias o dinero, de números que representan pérdidas o cosas que tenemos que pagar sin tener que andar explicándolo o sin tener que escribir la palabra al lado, porque nos lleva mucho tiempo?”

Miran el pizarrón con algo de temor a contestar, dubitativos. La docente vuelve a escribir en el pizarrón, esta vez números sueltos (muchos números). Pregunta: “¿y en este caso?”. Algunos alumnos se quejan: “Nooo!!!”, y otros se ríen.

D: “¿Y en este caso? ¿Quién entiende qué quise escribir, qué significan esos números?”

A5: “Y... como dice usted: ¡Yo no puedo meterme en tu cabeza para saber qué piensas!”

Risas de los alumnos, es una frase que la docente les dice con frecuencia.

D: “Me parece perfecto lo que decís, qué buena docente tienen; entonces tengo que intentar ser más clara para que todos ustedes puedan interpretar lo mismo que yo”.

A4: “¿Y no podemos ponerle al lado pagó o cobró?”

A1: “Ya dijo que palabras no”.

D: “Es que se hace muy largo, imagínense si tenemos cien números distintos, escribir cien veces perdió, ganó, ganó, ganó, perdió...”

A6: “¿Y letras sueltas, se puede? Porque de algún modo las tenemos que separar”.

D: “¿Cómo lo pensás?”

A6: “Y... A lo que ganó le ponés la g y a lo que perdió le ponés la p; eso es rápido”.

D: “Lo intentamos...” y delante de los números pone p o g para mostrarle qué representa cada número.

A7: “Ahhhh... Qué bolu...!”

A8: “Era re fácil!”

D: “No, no es que era así, estamos pensando entre todos cómo agilizar la forma de escribir. Me parece que lo que aportó A6 es una buena idea. Esto que ella propone de utilizar letras en lugar de palabras es una forma de resumir una idea mediante un símbolo. En este caso, los símbolos serían g y p, g significa ganancia y p significa pérdida. A ella se le ocurrió ese y nos entendemos todos. ¿Podríamos haber elegido otros símbolos?”

A9: “Sí, C de cobrado”.

D: “Buen ejemplo”.

A1: “O puede ser una carita contenta y una carita triste”. (Risas)

D: “Puede ser perfectamente así, el tema es ponernos de acuerdo para que todos interpretemos lo mismo. Volvamos a algo que me parece interesante, miremos y recordemos las anotaciones de los distintos grupos y en particular la del grupo 2: ¿Pueden darse cuenta cuáles son las ganancias y cuáles los pagos?”

300-150-100+200-150+500-200...etc

A9: “Sí, lo que pagaron lo restaron”.

A1: “Todos restamos lo que pagamos. Solo que nosotros primero juntamos todo”.

D: “Claro, separaron lo que ganaron de lo que pagaron. Y está perfecto, pero mi pregunta es cómo hacer para diferenciarlo porque en el pizarrón escribieron los totales y no explicaron qué significaba; lo sabían, eso es claro, pero nosotros no. En este caso -señalando el pizarrón- ¿ellas utilizaron palabras?”

Varios alumnos a la vez: “No”.

D: “¿Utilizaron la g y la p para diferenciar?”

Varios alumnos: “No”.

D: “¿Qué utilizaron para diferenciar las ganancias de las pérdidas?”

A1: “Sumaron lo que ganaban y restaban lo que pagaban”.

D: “Bien, qué dibujo o símbolo hicieron para que vos entiendas?”

A9: “El + y el -”.

A1: “Ahh... no entendía que me preguntaba”.

Suena el timbre que anuncia el recreo.

D: “¡¡Bien!! Esos son símbolos matemáticos. Ya que estamos en matemática podemos tomar estos símbolos para representar situaciones positivas de ganancia de situaciones negativas de pérdida. La próxima clase vamos a volver a pensar lo que estamos hablando hoy y repartimos los premios del juego, no falten”.

La clase siguiente comenzó volviendo a formar los grupos de la clase anterior y recordando la actividad.

D: “¿Se acuerdan qué fue lo que quedó pendiente de la clase anterior?”

A3: “Ver cómo vamos a hacer para anotar de manera diferente las ganancias de las pérdidas”.

D: “Bien, ¿cómo vamos a diferenciarlas? ¿En qué habíamos quedado?”

A5: “Que podían ser letras o caritas”.

D: “Y al final, ¿quedamos en algo?”.

A10: “Eso era al principio, al final íbamos a usar los + y – como los García”. (Risas de los compañeros; los “García” era el nombre que eligió el grupo que la docente había tomado como ejemplo, porque tres alumnos de dicho grupo se apellidan García).

D: “Díganme ustedes, ¿qué opinan?, ¿qué les parece más adecuado usar?”

A3: “Yo, las caritas no. ¿Te imaginás en una prueba haciendo caritas?”.

Docente y alumnos hablan de cómo la decisión de escribir g o p, o hacer una carita triste o contenta es una convención, o sea, un acuerdo de un grupo de personas que tienen que darle el mismo sentido al símbolo para que se pueda establecer una comunicación y podamos entender todos lo mismo. La docente les cuenta que los símbolos que se utilizan en matemática para diferenciar elementos positivos de elementos negativos surgieron de un acuerdo entre un grupo de personas y luego fueron ganando adhesión sobre otras formas de escritura, en distintos tiempos y contextos, hasta ser los que hoy utiliza la matemática para que todos entendamos lo mismo. Ahora la docente escribe en el pizarrón:

En matemática utilizamos distintos símbolos para diferenciar elementos que resultan positivos de los que resultan negativos:

- Para los negativos utilizamos el signo menos -.
- Para los positivos utilizamos el signo más +.

Consecuencias positivas en clases posteriores al uso de prácticas de referencia iniciales.

Volviendo al relato de la experiencia, el último de los grupos en la búsqueda de explicar ante los compañeros sobre cómo hicieron para realizar el registro expresó que era bastante obvio; que todos hicieron lo mismo siguiendo distintos caminos; pero en definitiva lo que tenían que hacer era separar lo que iban ganando de lo que tenían que ir pagando. Todo lo que ellos discutían en la actividad, estaba en relación a las actividades diarias que ellos pueden visualizar en la vida respecto de pagos y cobros. La actividad fue diseñada teniendo en cuenta el contexto socioeconómico de los alumnos y el contexto donde la escuela se inserta.

El alumno A2, tras reiterados días de faltas, en un momento en que se estaba desarrollando el tema relativo a las estructuras de las operaciones, y habiéndose perdido una buena parte de las explicaciones, en una corrección en el pizarrón aportó algo aprendido en el trimestre anterior, (esto pasó en el segundo trimestre, uno de los chicos recordó el juego, se refirió a él para explicar cómo trabajar en las sumas algebraicas) diciendo: “Profe, ahí en ese paréntesis, ¿tenemos que hacer como en el juego, separar los que son positivos de los que son negativos?”. Muestra la memoria ligada a una actividad en la que se han sentido involucrados.

Los alumnos pudieron mantener la estructura de las operaciones para resolver cálculos y dentro de las estructuras, diferenciar las reglas que rigen la multiplicación y división del procedimiento que aprendieron para el trabajo de sumas algebraicas.

El signo negativo surgió (en los alumnos) como una idea de algo contrario, lo contrario de tener plata, de estar bien, o de ganar. Aprovechando esta conceptualización la docente les preguntó qué significaría entonces  $-(-100)$ . La primera aproximación y sin grandes dificultades fue la respuesta de varios alumnos: “Lo contrario de perder 100 pesos”.

Es normal que asimilen el número 100 al dinero porque la experiencia los ha llevado a eso. Ante la pregunta: “¿y en definitiva qué es lo contrario de perder \$100?”, tampoco generó dificultad la conclusión de que significa ganar

\$100 y que podemos escribirlo como +100. Luego se concluyó que:  $-(-100) = +100$  y se pudieron expresar otras situaciones, como por ejemplo:

$$-(-15) = +15$$

$$-(+30) = -30$$

Esto lo hicieron a partir del lenguaje coloquial. También se los invitó a pensar qué significaría  $+(-100)$ . De manera intuitiva surgió en uno de los alumnos que si el menos significaba lo contrario, el más significaría eso mismo que contiene el paréntesis. Uno de los chicos lo explicó así: “es tener una pérdida de cien pesos” - algunos no comprendieron esta expresión y el mismo alumno aclaró: “claro, no te cambia en nada, es lo mismo”. Otro alumno intervino: “pero si “más” es sumar...”. A lo que el alumno anterior aclaró: “bueno... sumale a lo que tenés una pérdida de 100 pesos”. Esta última idea que planteó fue mejor aceptada que la primera. Pero requirió revisar estas dos ideas nuevas y ordenarlas, por lo que se escribieron en el pizarrón las siguientes situaciones, se los invitó a pensar un rato en silencio y luego se hizo una puesta en común:

$$-(-18)=$$

$$-(+60)=$$

$$+(-50)=$$

$$+(+12)=$$

No se animaron a participar. Esta vez, la actividad requería de un proceso de pensamiento y organización de las palabras distinto al de la actividad lúdica. El alumno que antes había cuestionado al primer participante, luego de un rato se ofreció.

D: “Contanos qué interpretaste en la primera situación, ¿cómo lo leerías?”

A2: “Es -señalando con el dedo- lo contrario de perder 18 pesos, o sea estoy ganando 18 pesos”.

D: “¿Qué dice el resto?”.

Los alumnos asintieron.

D: “¿Te animas a anotarlo?”.

El alumno anotó +18.

D: “¿Quién pasa al segundo?”

A4: “Yo le digo, pero no paso”.

D: “Dale, decinos cómo lo lees”.

A4: “Es lo contrario de cobrar 60 pesos; es pagar 60 pesos”.

D: “Y, ¿cómo se anotaría?”.

A4: “Menos 60”. (Varios alumnos respondieron a coro lo mismo).

D: “Dale pasá que si no pasás, tengo que ponerle un diez a otro” -los chicos se rieron de lo dicho por la docente y ella pasó.

D: “Nos quedan dos -silencio por parte de los alumnos. Para mí que dice que saque a pasear 50 tortugas al cine” - los alumnos volvieron a reírse.

A1: “Significa que tengo una pérdida de 50 pesos”.

D: “¿Qué piensa el resto?”.

A4: “Yo entiendo pero lo que no entiendo es...entonces no hace falta escribir el +, ¿para qué lo pone?”.

A1: “Para avisarnos que la tenemos, no que es lo contrario; sino ¿cómo sabés si lo tenés o es lo contrario?”

D - Interviene ante la confusión de algunos alumnos: “No olviden que en matemática acordamos un modo de escribir. Bien dice A4, no hace falta escribir a ese más porque significa que tenemos plata o tenemos deuda. Pero si está delante es bueno que sepamos qué quisimos poner”.

Les da tiempo para acomodar lo hablado.

D: “Y el  $+(+12)$  qué significa?”

A2: “Que tenemos una ganancia de doce pesos, y podemos poner solo +12”.

Luego de más actividades se formalizó en el pizarrón:

- () = lo contrario de lo que está dentro del paréntesis
- +() = lo mismo que está dentro del paréntesis

Así, durante el transcurso de las clases se trabajó la eliminación de paréntesis desde esta idea sin necesidad de utilizar reglas memorísticas.

### ■ Reflexiones finales

Creemos que las actividades que se desarrollaron -no sin dificultades-, permitieron un nivel de abstracción mayor que en el caso tradicional donde el aprendizaje de los números enteros resulta ser, para el alumnado, sólo un cúmulo de reglas que deben memorizar y aplicar convenientemente de acuerdo a ejemplificaciones dadas en clases. Resultó alentador el que al momento de resolver ejercicios con sumas algebraicas, a partir de reglas que ellos mismos habían enunciado (con sus propias palabras primero, con cierta formalidad después) los alumnos apelaran permanentemente al juego “*Vacaciones Soñadas*” manifestando expresiones como “¡Acordate cuando pagamos la tasa municipal pero después cobramos por el trabajo de electricidad!” para resolver la suma de un número negativo y uno positivo.

A modo de reflexión final, sostenemos que los resultados preliminares alcanzados (sin pretensión de generalización) permitirían concluir que las prácticas de referencia propuestas y ejecutadas posibilitarían una real y significativa mejora en cuanto a la construcción de conocimiento matemático se refiere (relativo al pensamiento numérico en este caso).

Puntualizamos además que la recreación de prácticas de referencia mejora notablemente el tipo de interacciones que se dan en el aula, así como los vínculos afectivos y colaborativos que allí se generan. Si bien al momento de esta comunicación, ya se han llevado a cabo las actividades N° 2 y N° 3, queda pendiente desarrollar varias otras actividades que se han sido planificadas para el fortalecimiento de los aprendizajes logrados y para la evaluación de estos. Creemos que la experiencia ha resultado -por lo menos hasta aquí- muy fructífera, en cuanto al logro de los objetivos específicos propuestos.

### ■ Conclusiones

Como conclusión preliminar, podemos asegurar que las prácticas de referencia propuestas permitieron una construcción significativa de número entero no ligada sólo al conteo ni exclusivamente al intercambio comercial, sino que se sentaron las bases para un concepto más abstracto en cuanto a número se refiere. Incluso, tenemos algunos indicios que señalarían que este tipo de encuadre disminuye y acota los factores generadores de error en el plano algebraico, lo que motiva nuestro seguimiento de los aprendizajes logrados por este grupo y el tipo de articulaciones que podrían hacer con conocimientos posteriores, especialmente con el tema ecuaciones.

### ■ Referencias bibliográficas

- Camacho-Ríos, A. (2011) *Socioepistemología y prácticas sociales. Hacia una enseñanza dinámica del cálculo diferencial*. Recuperado el 31 de marzo de 2019 de <http://ries.universia.net>
- Cantoral, R. (2016) *Teoría socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. México: Gedisa.

- Emmanuele, D. (2016) La deconstrucción del saber matemático del profesor como condición necesaria para la construcción de dicho saber en el alumno. *Revista Conexión*, 13, 41-61.
- Emmanuele, D.; Rodil, F.; Vernazza, C. (2018) Concepciones Ontoepistemológicas y Proceso de Deconstrucción del Saber Matemático en la Formación de Profesores de Matemática. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Volumen 31(2),1077-1084.
- Reyes Gasperini, D. (2016) *Empoderamiento docente y Socioepistemología. Un estudio sobre la transformación educativa en Matemáticas*. México: Gedisa.
- Soto, D. (2010). *Discurso Matemático Escolar y la Exclusión. Una visión socioepistemológica*. Tesis de maestría no publicada. CINVESTAV del IPN.
- Boyer, C. (1986) *Historia de la matemática*. Editorial Alianza Universidad Textos, Madrid.