

REFLEXIÓN DIDÁCTICO-MATEMÁTICA DE PROFESORES EN FORMACIÓN INICIAL A TRAVÉS DEL DISEÑO DE TAREAS MATEMÁTICAS

DIDACTIC-MATHEMATICAL REFLECTION OF TEACHERS IN INITIAL TRAINING THROUGH MATHEMATICAL TASK DESIGN

Karina Jaquelin Herrera García, María Teresa Dávila Araiza

Universidad de Sonora (México)

jaquelin_herrera@hotmail.es, tere.davila.araiza@gmail.com

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo mostrar el diseño y el análisis de una actividad didáctica que promueve el desarrollo de conocimientos didáctico-matemáticos en futuros profesores de secundaria de matemáticas sobre el tema variación lineal. Esta actividad es parte de una propuesta formativa implementada con un grupo de profesores en formación inicial de educación secundaria en México. Se utilizó una metodología de investigación basada en el diseño adaptada al Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS), que es el marco teórico que fundamenta el diseño y el análisis de las tareas planteadas en la actividad didáctica. Los resultados revelan la necesidad de plantear este tipo de tareas y de su importancia para favorecer conocimientos didáctico-matemáticos en futuros profesores.

Palabras clave: conocimientos didáctico-matemáticos, futuros profesores

Abstract

This paper is aimed at showing the design and analysis of a didactic activity that fosters the improvement of didactic-mathematical knowledge about linear variation in prospective secondary school mathematics teachers. The activity we discuss is part of a formative proposal implemented with a small group of mathematics secondary school teachers in their initial training in Mexico. We followed a design-based research methodology adapted to the Onto-Semiotic Approach to Mathematical Knowledge and Instruction (OSA), which is the theoretical framework that supports the design and analysis of the tasks raised in the didactic activity. The results reveal the need and importance to design this kind of tasks in order to improve the didactic-mathematical knowledge in prospective mathematics teachers.

Key words: didactic-mathematical knowledge, prospective teachers

■ Introducción

En México, los Planes y Programas de Estudio propuestos en el nivel de educación secundaria retoman la acción de los docentes como un factor clave, considerando que es en ellos en quienes recae la responsabilidad de generar ambientes propicios para el aprendizaje, plantear situaciones didácticas, buscar estrategias diversas para despertar el interés de los alumnos, e involucrarlos en actividades que les permitan avanzar en el desarrollo de sus competencias. Se plantea en esos documentos que es necesario reforzar capacidades, conocimientos y competencias profesionales de los docentes que ingresarán al servicio profesional docente, puesto que se considera importante para los fines educativos planteados y para promover una enseñanza de calidad a los estudiantes. Por otro lado, los profesores de matemáticas y en particular los profesores en formación han sido uno de los focos de interés de la investigación en educación matemática, que se interesa por estudiar los conocimientos y competencias que estos necesitan desarrollar para resolver con éxito las tareas planteadas en su quehacer profesional. Investigadores como Shulman (1987), Grossman (1990) y Ball (2000), resaltan el papel central de los conocimientos del profesor para lograr una enseñanza de calidad. En este sentido es que estos autores han propuesto categorías y componentes del conocimiento que debe tener un profesor necesarios para la enseñanza. En consecuencia, es que resulta necesario de implementar experiencias que permitan el crecimiento y el desarrollo de conocimientos y competencias del futuro profesor de matemáticas.

En este trabajo se presenta un fragmento de una propuesta formativa dirigida a profesores de matemáticas de secundaria en formación inicial, la cual se fundamenta en herramientas teóricas del EOS y el modelo CDM. El objetivo de esta propuesta es desarrollar conocimientos y competencias didáctico-matemáticas (Godino, Batanero, Font y Giacomone, 2016) sobre variación lineal de los futuros profesores, debido a que este es un tema central en el currículo de secundaria y transversal a los demás niveles educativos (primaria, secundaria, bachillerato e incluso en licenciatura). Para ello, se diseñó, implementó y valoró una secuencia de actividades didácticas. En este escrito, se presenta el análisis a priori de una de las actividades didácticas que conforman la secuencia, utilizando la herramienta configuración de objetos matemáticos primarios y, se discuten los resultados obtenidos del análisis de datos emanados de su implementación con un grupo de futuros profesores de matemáticas de educación secundaria en México.

La propuesta formativa se enmarca en el tipo de metodologías de investigación de diseño (Godino, Rivas, Arteaga, Lasa, y Wilhelmi, 2014), en la cual se identifican cuatro fases: el análisis preliminar sobre el tópico de estudio, el diseño de actividades, implementación y análisis retrospectivo. Este artículo tiene la finalidad de mostrar las posibilidades ofrecidas por el marco teórico EOS, para realizar un diseño de actividad didáctica que promueve conocimientos propios del estudio de la variación lineal, y, por otra parte, mostrar que el análisis de los resultados de la implementación revela la necesidad de implementar este tipo de actividades y de su importancia para favorecer conocimientos didáctico-matemáticos en futuros profesores.

El artículo está organizado de la siguiente forma: En la segunda sección se describe de manera breve el marco teórico utilizado, la tercera sección está destinada a describir la metodología empleada, en la cuarta parte se presenta el análisis de los datos emanados de la implementación y la discusión de los resultados obtenidos y por último se muestran las conclusiones obtenidas.

■ Marco teórico

En el EOS, el significado de un objeto matemático se define como el sistema de prácticas matemáticas (operativas o discursivas) que una persona realiza, o que son realizadas al seno de una institución, para resolver un tipo de situaciones-problema en las que dicho objeto interviene (Pino-Fan, Font y Godino, 2014, pp. 44-45). En la realización de estas prácticas intervienen y emergen diferentes tipos de entidades que en el EOS se consideran

de la secuencia didáctica, afrontando así la determinación del *significado institucional pretendido* por el diseño de las actividades del tópico de estudio.

Etapa 2. Diseño de las actividades: esta segunda etapa se orienta al diseño de la totalidad de actividades didácticas que integran la secuencia que materializa la propuesta formativa. Para el diseño de las actividades se requiere elaborar situaciones problema y diseñar recursos tecnológicos (applets de GeoGebra) adaptados para promover el conocimiento didáctico-matemático pretendido del tópico variación lineal. Para el diseño efectivo se tienen en cuenta distintos aspectos: *ecológicos, epistémicos, cognitivos-afectivos*, y aspectos *instruccionales*. Posteriormente, se realizó una prueba piloto dirigido a profesores con experiencia inicial en aula, esto permitió realizar mejoras al diseño de las actividades.

Etapa 3. Implementación del diseño: La puesta en escena de las actividades con los futuros profesores contempló algunas acciones, como, por ejemplo: información sobre los participantes, instrumentos para recopilar información, como videograbaciones, hojas de trabajo, grabación de audios, etc.

Etapa 4. Análisis a posteriori de la implementación: La cuarta etapa consistió en *Analizar las reflexiones didáctico-matemáticas que realizan los futuros profesores* para ello se utilizó el *Modelo de Conocimientos Didáctico-Matemáticos* (Pino-Fan y Godino, 2015) del profesor, utilizando las consignas propuestas en las facetas epistémica y cognitiva.

■ Actividad didáctica: Llenado de recipientes cilíndricos

En este proyecto se ha diseñado una secuencia didáctica conformada por cinco actividades, las cuales tienen la estructura siguiente: 1) resolución de tareas matemáticas sobre variación lineal, 2) Análisis de objetos matemáticos primarios presentes en las tareas realizadas y 3) Análisis de respuestas hipotéticas de estudiantes de secundaria a tareas matemáticas. Para cada actividad se utilizó uno o varios applets creados con la aplicación de GeoGebra. En la primera actividad se destaca el estudio de situaciones del tipo $y = mx + b$. En la segunda actividad se incorpora el estudio de la comparación de situaciones que correspondientes a variación lineal y también correspondientes a variación no lineal. La tercera actividad se centra en el estudio de situaciones del tipo $y = kx$, y es la actividad que discutiremos en este escrito en la sección siguiente. La cuarta actividad se centra en el estudio de la pendiente y la constante de proporcionalidad negativa, mientras que la última se centra en el estudio de la variación inversamente proporcional.

La actividad tres está diseñada para desarrollarse en dos momentos: en el primer momento, el trabajo se orienta a la resolución de problemas matemáticos propios del estudio de la variación lineal, y en segundo momento, se muestra a los futuros profesores un applet diseñado en GeoGebra para que posteriormente, en equipos de trabajo, diseñen una situación-problema a partir del uso del applet y del llenado de una tabla, donde consideren aspectos como: conceptos, lenguajes, propiedades-proposiciones, procedimientos y tipos de argumentos que quieren desarrollar con estudiantes de secundaria.

Se espera que en el primer momento de esta actividad los futuros profesores identifiquen magnitudes que varían de manera lineal a través de procedimientos o lenguajes trabajados en las actividades uno y dos. Otro de los aspectos importantes, es que distingan que la constante de proporcionalidad se encuentra tanto en las magnitudes variables como en sus incrementos y, por último, que trabajen en la distinción de representaciones gráficas lineales que pasan o no, por el origen de las coordenadas gráficas (0,0) y (0, b). El objetivo del segundo momento es que los futuros profesores creen situaciones-problemas considerando aspectos cognitivos de estudiantes de secundaria y aspectos epistémicos relacionados con la resolución de problemas planteados en un primer momento en el diseño de la actividad didáctica.

En este apartado se describe una situación-problema (llenado de recipientes cilíndricos) para enriquecer en el conocimiento común y el conocimiento especializado del contenido, en este caso sobre las nociones del estudio de la variación lineal. En la figura 1, se muestra la situación-problema propuesta.

Actividad 3

Llenado de recipientes cilíndricos



En equipo de tres personas realicen lo que se les indica:

- I. En el siguiente enlace podrás observar cómo se llena de líquido un recipiente cilíndrico. En equipo observen el applet que se muestra y contesten lo que se les solicita: <https://ggbm.at/zkhh6fg>
 - a) ¿Qué magnitudes están cambiando y cuáles permanecen constantes? Escribe todas las que observes y especifica si cambian o no.
 - b) Elige dos magnitudes que consideres que varían de manera lineal una con otra y escríbelas a continuación.
 - c) Realiza en el siguiente espacio procedimientos que demuestren que las magnitudes que consideraste varían de manera lineal.

Figura 1. Situación-problema propuesta en el diseño

Las tareas de resolución matemática de los futuros profesores se discuten a partir de la comparación de ideas grupalmente, provocadas por las preguntas del inciso a, b y c, momento en el que los profesores tienen que describir y explicar las respuestas ante sus compañeros.

La actividad está destinada a realizarse en equipos de trabajo de tres estudiantes. La tarea uno de la actividad 3, tiene el objetivo de que intervengan conceptos donde se expliciten las magnitudes variables y constantes que intervienen en la situación. Se espera que los futuros profesores distingan qué magnitudes cambian e identifiquen cuáles se mantienen constantes.

La tarea del inciso c, pretende que intervengan lenguajes como tablas de variación, gráficas cartesianas, lenguaje algebraico del tipo $Y = Kx$, y procedimientos tales como cálculo de la constante de proporcionalidad.

La siguiente parte del diseño está destinada a la reflexión didáctica (Figura 2), y tiene dos objetivos. El primero de ellos es que los estudiantes deben relacionar los contenidos matemáticos del Programa de Estudios 2011 y el Nuevo Modelo Educativo 2017, con los que han trabajado en los diseños, uno, dos y tres del tema variación lineal. De esta forma, se pretende que realicen conexiones intradisciplinarias, relacionando el tema del programa de estudio mediante la realización de la tarea o de variantes de esta.

En el desarrollo de la tarea dos, se pide que los profesores creen una situación-problema que podrían plantear a sus estudiantes utilizando el siguiente applet: <https://ggbm.at/zkhh6fg>

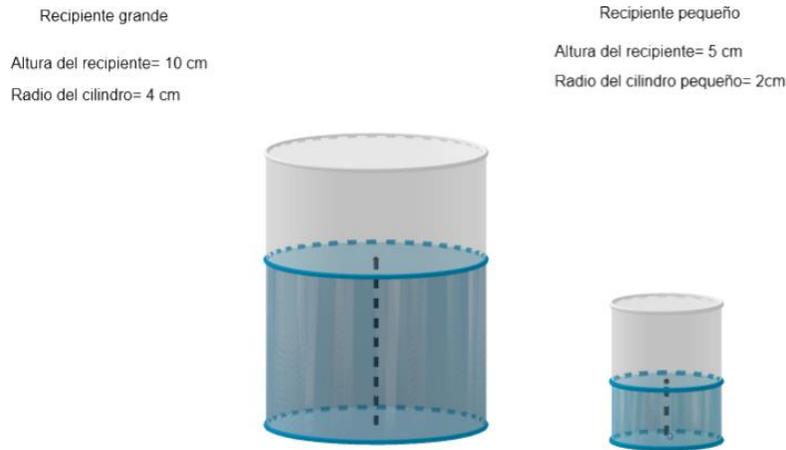


Figura 2. Applet: Llenado de líquido de recipientes cilíndricos

Esta tarea tiene el objetivo de que los futuros profesores creen o diseñen otras tareas relacionadas con la dada y pueda gestionar los tipos de objetos matemáticos que quiere promover en sus estudiantes de secundaria utilizando recursos materiales como el uso de la tecnología, específicamente utilizando el applet de GeoGebra que se les presenta. Posteriormente se realizará una discusión grupal en donde los estudiantes para profesor tengan que discutir, sobre los tipos de situaciones-problemas que diseñaron en equipos de trabajo.

Para crear la situación-problema, se les presenta a los futuros maestros una tabla donde tienen que escribir los tipos de objetos matemáticos que promoverán con el diseño.

V. REFLEXIÓN DIDÁCTICA



Realiza en equipo la siguiente actividad:

1. En las hojas que se te proporcionan del Programa de Estudios 2011 y el Nuevo Modelo Educativo (2017), subraya o encierra los contenidos matemáticos del currículo de secundaria que se relacionan con el tema de variación lineal.
2. **En equipo** crea una situación problema que podrías plantear a tus estudiantes con el uso del último applet y explica qué elementos matemáticos relacionados con la variación lineal promoverías. Escribe únicamente aquellos que se desarrollarán con la situación problema.

Situación-problema:
Conceptos matemáticos:
Tipos de representaciones (tabular, gráfica o/y algebraica):
Procedimientos o técnicas que desarrollarán los estudiantes:
Propiedades matemáticas que promoverías:
¿Qué argumentos esperas que logren dar tus estudiantes?
Modos de trabajo: Individual, en equipo o grupal:
Recursos que serán utilizados: Inicio, desarrollo o cierre y ¿con qué objetivo?

Figura 3. Diseño de la situación-problema destinada a la reflexión didáctico-matemática

La realización de la tarea de reflexión didáctica tiene el objetivo de desarrollar la faceta epistémica y cognitiva del conocimiento especializado del contenido que van dirigidos a la generación de tareas para la enseñanza y que los futuros profesores reconozcan objetos matemáticos primarios para la creación de esas tareas.

■ Interpretación de los resultados en términos didáctico-matemáticos

Faceta epistémica

Se realizó una interpretación de los resultados obtenidos en la implementación de la actividad didáctica, utilizando el Modelo de Conocimientos Didáctico-Matemáticos (Pino-Fan, Font y Godino, 2014) pues nos da la posibilidad de interpretar los conocimientos didáctico-matemáticos de la faceta epistémica, desarrollados por los futuros profesores y, por otro lado, los conocimientos del contenido en relación con los estudiantes (faceta cognitiva).

Para dar cuenta del análisis de las respuestas, a continuación, se describe algunas prácticas didácticas significativas que fueron surgiendo en la implementación y han permitido interpretarlas desde el modelo teórico propuesto. Se utilizó algunos ejemplos prototípicos de respuesta de los estudiantes para ilustrar tales conocimientos:

Se plantea en este diseño como primer objetivo reconocer magnitudes variables que intervienen en la situación-problema planteada. Los estudiantes mostraron reconocer pares de magnitudes que varían de manera lineal, ejemplos de tipos de magnitudes que identificaron fueron: altura-volumen y tiempo-volumen. Posteriormente para justificar sus respuestas mostraron el uso de distintos lenguajes (similar a los de una tabla de variación), lenguaje numérico, y el uso de distintos procedimientos, como el cálculo de incrementos de las magnitudes variables, el cálculo de la constante de proporcionalidad tanto en las magnitudes variables como en sus incrementos (Figura 3). Un ejemplo es el siguiente:

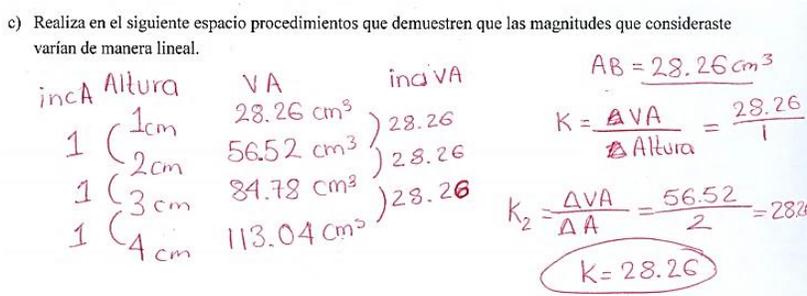


Figura 3. Respuesta del estudiante 5 (E5).

Se muestra en la respuesta de E5 que utiliza distintos procedimientos que le permiten identificar que estas magnitudes varían de manera lineal, identificando a su vez, un aspecto nuevo que no se había trabajado en los diseños anteriores a esta actividad: este aspecto nuevo es que existe proporcionalidad en las magnitudes como en sus incrementos. Por el contenido de un fragmento de vídeo, se puede inferir que E5 enriquece su conocimiento matemático al hacer visible que no reconocía antes este tipo de propiedad-proposición:

E5: -Voy a calcular los incrementos para ver si la constante está entre las magnitudes o entre sus incrementos.

E5: - Estoy entrando en una crisis existencial. La constante está en las magnitudes, pero también en sus incrementos (...).

Posteriormente, se realiza una discusión grupal donde E5 expone su respuesta con sus demás compañeros. Aspecto importante para resaltar esta nueva relación promovida en el diseño.

Faceta cognitiva

Se propuso a los futuros profesores crear una situación-problema que podrían plantear a sus estudiantes con el uso del applet: llenado de dos recipientes cilíndricos y que expliquen qué elementos matemáticos de la variación lineal promoverían. Se les pidió que escribieran únicamente aquellos elementos que consideran desarrollarán con la situación problema planteada. Se les presentó para organizar la información una tabla que incluye diferentes elementos que habrá que considerar para crear la situación problema.

Se observa la situación-problema (Figura 4) creada por un equipo de tres futuros profesores. En ella diseñan el contexto de una empresa que tiene la función de abastecer servicio de agua en toda una sección. Las tareas que proponen promueven el uso de *procedimientos como el cálculo del volumen y la creación de una expresión algebraica que permita calcular el volumen según su altura*. Se puede identificar que la situación-problema planteada no promueve el estudio de una situación dinámica, las tareas propuestas indican que no realizan el uso del applet que se les propone puesto que no dan indicaciones de hacer uso de él.

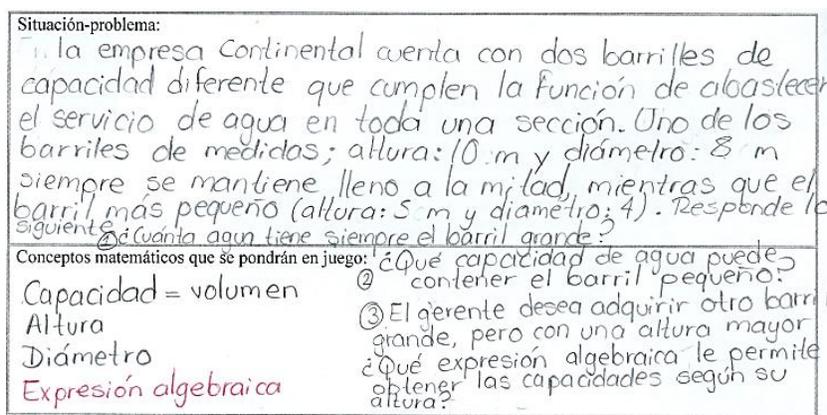


Figura 4. Respuesta de Estudiante 5

La situación-problema planteada por otro equipo de trabajo es la siguiente respuesta (Figura 5) en ella se observa que los estudiantes proponen tareas como: *realizar tablas, gráficas y expresiones algebraicas que represente el llenado de cada uno de los recipientes*. Estas tareas suelen ser promovidas en el diseño de las actividades anteriores a esta. Podemos ver que plantean tareas que involucran distintos tipos de representaciones (tabular, gráfico y algebraico), sin embargo, no adaptan el uso de los applets a una situación-problema. Esto nos indica que las situaciones-problemas propuestas (Figura 4 y 5) no describen situaciones-problemas dinámicas, en ellas no se promueve el estudio de la relación entre magnitudes variables.

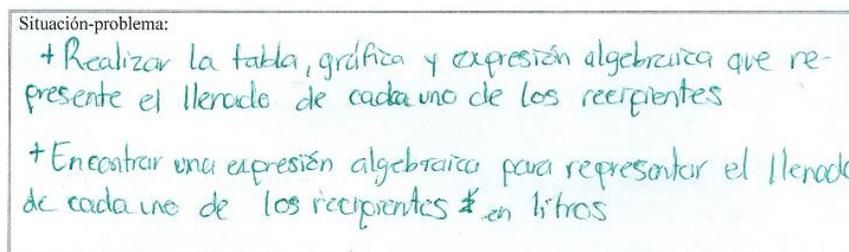


Figura 5. Respuesta Estudiante 1

Posteriormente se discute la siguiente situación-problema (Figura 6) frente a los compañeros del grupo, durante la discusión de la situación problema diseñada, se observa en sus respuestas que los estudiantes están pensando en una situación de variación lineal, pero que, en la redacción de sus situaciones-problemas no lo hacen explícito.

El equipo de trabajo propuso que con la situación-problema planteada (Figura 6) los estudiantes pueden trabajar con la representación tabular, gráfica y algebraica, sin embargo, se observa en la redacción de la situación-problema, que sólo piden realizar el cálculo del volumen de los dos recipientes. Con las preguntas realizadas, ellos comentaron que esperaban que al dar respuesta a las preguntas que plantean, los estudiantes realizaran ese tipo de procedimientos o representaciones.

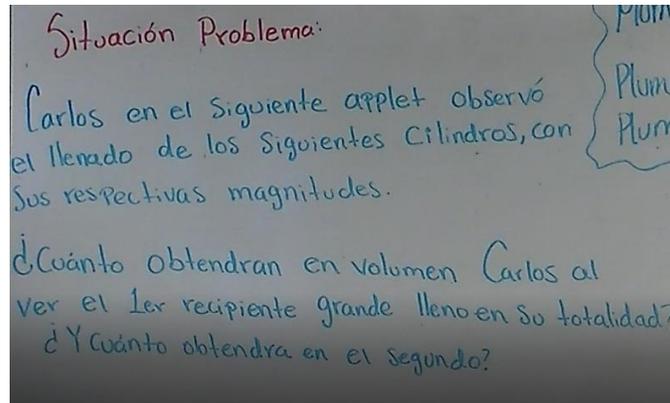


Figura 6. Respuesta planteada por un equipo de futuros profesores en el pizarrón

La pregunta que se les planteó a los compañeros del grupo fue:

Instructor (I): *¿Ustedes consideran que puedan emerger distintas representaciones a partir de la situación-problema propuesta por sus compañeros?*

E1: *No, yo como alumno sólo utilizaría los datos de los recipientes, sólo sustituiría los datos en la fórmula para calcular el volumen de los cilindros. No necesito calcular una expresión algebraica, ni hacer gráfica, ni tabla para obtener esa respuesta.*

I: *¿Ustedes qué harían?*

E1: *Tendría que plantear esas preguntas al final, después de que hayan analizado lo que se ve en el applet, y después les pediría la gráfica, la expresión algebraica, la tabla y, posteriormente les preguntaría eso. Esto podrían responderlo a partir de la tabla, ahí podrían observar cuándo se llenó. De otra forma, sólo utilizarían la fórmula del volumen.*

Se puede observar en el fragmento anterior que los estudiantes están proponiendo tipos de tareas que pueden plantearles a sus estudiantes para promover que se involucren en la solución de la situación-problema propuesta, relacionando, asimismo, algunas características del estudio de la variación lineal, ejemplo de esas tareas son: el estudio de los incrementos de las magnitudes involucradas.

■ Conclusiones

En la resolución de las tareas matemáticas los futuros profesores hacen uso de procedimientos enfocados al estudio de las magnitudes variables y de relaciones de proporcionalidad. Es decir, hacen uso de distintos lenguajes como tabular y numérico, también utilizan procedimientos como el cálculo de incrementos entre magnitudes variables y el cálculo de la constante de proporcionalidad. Sin embargo, cuando se analiza la faceta epistémica y cognitiva, se resalta que los futuros profesores crean diseños de situaciones-problemas de variación lineal, sin utilizar como tal, el uso del applet llenado de dos recipientes cilíndricos, así como también, que el diseño de la situación-problema que proponen, no utiliza características propias del estudio de la variación, pues si bien, no se crean situaciones-problemas dinámicas y tampoco se centran en el estudio de las magnitudes variables, suelen plantear tareas como el uso de tablas de variación, creación de una expresión algebraica y representación gráfica cartesiana, esto quiere

decir que los futuros profesores tienden a crear situaciones-problemas donde se estudia a las magnitudes variables como algo estático, tal y como suelen promoverse en libros de texto propuestos a los profesores, más que en enfocarse a promover el estudio de magnitudes variables y sus relaciones de proporcionalidad.

El uso del Modelo de Conocimientos Didáctico-Matemáticos (MCDM) del profesor, suele ser una herramienta que aporta información sobre qué tipos de conocimientos tienen los futuros profesores y sobre qué elementos habría que considerar para promover ciertos conocimientos en algún diseño de instrucción matemática.

El tipo de tareas propuestas permiten promover de alguna manera que los futuros profesores tomen conciencia sobre los tipos de objetos matemáticos que pueden promover del tema variación lineal, así como también generar cambios a los diseños de situaciones-problemas que promuevan a partir de la reflexión sobre estos tipos de conocimientos matemáticos que quieren promover con sus estudiantes de secundaria.

■ Referencias bibliográficas

- Ball, D. L. (2000). Bridging practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. *Journal of Teacher Education*, 51, 241-247.
- Giacomone, B. (2018). Desarrollo de competencias y conocimientos didáctico-matemáticos de futuros profesores de educación secundaria en el marco del enfoque ontosemiótico. (Tesis publicada). Universidad de Granada.
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, 39(1), 127-135.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, 39 (1), 37- 42
- Godino, J. D., Batanero, C., Font, V y Giacomone, B. (2016). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM. En C. Fernández, J. L. González, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 288-297). Málaga: SEIEM
- Godino, J. D., Beltrán-Pellicer, P., Burgos, M., & Giacomone, B. (2017). Significados pragmáticos y configuraciones ontosemióticas en el estudio de la proporcionalidad. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone, & M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. ISBN: 978-84-617-9047-0. Disponible en, <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. y Lurduy, O. (2011). Why is the learning of elementary arithmetic concepts difficult? Semiotic tools for understanding the nature of mathematical objects. *Educational Studies in Mathematics*, 77(2), 247-265.
- Godino, J. D., Rivas, H., Arteaga, P., Lasa, A. y Wilhelmi, M. R. (2014). Ingeniería didáctica basada en el enfoque ontológico - semiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34 (2/3), 167-200.
- Grossman, P. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. New York and London: Teachers College Press.
- Hernández S., Fernández C. y Baptista L. (2010). *Metodología de la investigación*. México: Mc Graw Hill
- Kelly, A. E., Lesh, R. A. y Baek, J. Y. (Eds.) (2008). *Handbook of design research in methods in education. Innovations in science, technology, engineering, and mathematics learning and teaching.*, New York, NY: Routledge.
- Secretaría de Educación y cultura (2017) *Aprendizajes Clave para la Educación Integral*. Ciudad de México. SEP.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review* 57(1), 1-22.
- Parra Y., (2015). Significados pretendidos por el currículo chileno sobre la noción de función. (Tesis publicada). Universidad de Santiago, Chile.

- Pino-Fan, L., Font, V. y Godino J. D. (2014). Matemática Educativa: La formación de profesores: El conocimiento didáctico-matemático de los profesores: Pautas y criterios para su evaluación y desarrollo. (pp. 137-151). México, DF: Ediciones DDS y Universidad Autónoma de Guerrero.
- Pino-Fan, L. y Godino, J. D. (2015) Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, 36(1), pp. 141-142