

UMA MATEMÁTICA PROBLEMATIZADA PARA O ENSINO DE EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES

A PROBLEMATIZED MATHEMATICS FOR THE TEACHING OF LINEAR DIOPHANTINE EQUATIONS IN THE INITIAL TEACHER TRAINING

Maria Auxiliadora Vilela Paiva, Nelson Victor Lousada Cade, Victor Giraldo

Instituto Federal do Espírito Santo- Ifes, (Brasil) Secretaria Estadual de Educação do espírito Santo- SEDU (Brasil), Universidade Federal do Rio de Janeiro-UFRJ (Brasil)
vilelapaiva@gmail.com, nvlcade@gmail.com, victor.giraldo@gmail.com

Resumo

Este artigo aborda a teoria de Davis e seus colaboradores sobre o Estudo do Conceito, uma estrutura de formação continuada que foca na construção de um saber para o ensino e contribui para o desenvolvimento profissional do professor. Adaptamos essa teoria à formação inicial de professores, enfatizando a matemática problematizada que emerge nas discussões e reflexões coletivas, com foco na compreensão do conceito. A pesquisa foi desenvolvida em uma Licenciatura em Matemática a partir de atividades de resolução de problemas. O objetivo da pesquisa era identificar formas de construção do conceito de Equações Diofantinas Lineares (EDL) para o ensino, visando articular o saber científico e o escolar, com foco no compartilhamento das experiências anteriores desses alunos no Ensino Médio e como alunos de Licenciatura. Saberes para o ensino emergiram no processo de formação e a valorização de uma cultura matemática própria de futuros docentes.

Palavras chave: formação inicial, saberes docentes, equações diofantinas lineares, estudo do conceito

Abstract

This article approaches the theory of Davis and his colleagues on the study of concept, a structure of continuing education that focuses on the construction of knowledge for teaching and contributes to the professional development of the teacher. We adapted this theory to the initial teacher training emphasizing the problematized mathematics that emerges in collective discussions and reflections, focusing on the understanding of the concept. The research was done in a Mathematics Degree, from problem-solving activities. The objective of the research was to identify ways of constructing the concept of Linear Diophantine Equations (LDE) for teaching, aiming to articulate scientific and school knowledge, with a focus on sharing the previous experiences of these students at high school and as undergraduate students. Knowledge for teaching emerged in the training process and the assessment of a mathematical culture typical of prospective teachers.

Key words: initial formation, teacher knowledge, linear Diophantine equations, concept study

■ Introdução

Nos últimos 30 anos, a preocupação sobre o que o professor precisa saber e a relação que ele estabelece com esse saber tornou-se presente em algumas teorias e pesquisas (Shulman 1986; Charlot, 2005; Ball, Thames, M. H.; Phelps, G. 2008; Tardif, 1991), as quais se direcionam para a formação do professor na perspectiva de que o professor possui saberes próprios de sua profissão.

Estudos como os de Moreira, Ferreira, (2013), Nóvoa (2009), Giraldo, Rangel, Menezes e Quintaneiro (2017) têm mostrado que há um distanciamento entre os modelos usuais de cursos de formação inicial de professores e a prática profissional desses futuros docentes na educação básica, o que contribui para a formação de um professor que articula pouco ou nada os saberes tão necessários para o ensino. “Assim, consideramos que a formação do professor é uma cultura específica, um processo pelo qual o indivíduo-professor se torna portador e gerador de significado” (Paiva, 2018, p.11, tradução nossa).

Nesse sentido, a formação matemática específica, trabalhada na licenciatura, deve estar articulada com a ensinada na escola básica, em uma perspectiva que permita ao licenciando construir saberes e, assim, adquirir uma compreensão dos conceitos envolvidos, compreensão esta necessária à sua formação profissional.

Esses saberes, que vão além do domínio do conteúdo específico de Matemática, apontam para um saber próprio para o ensino e, de acordo com Ball, Thames e Phelps (2008), envolvem o conhecimento especializado do conteúdo. Desse modo, o licenciando aprende um conteúdo matemático para ensinar Matemática. Esses pesquisadores baseiam-se na concepção de Shulman (1986) referente ao conhecimento pedagógico do conteúdo que relaciona o conhecimento específico de um conteúdo com o conhecimento pedagógico necessário para ensiná-lo.

No sentido de minimizar esse distanciamento da formação com a prática profissional, o pesquisador canadense Brent Davis e seus colaboradores (2006) propõem utilizar a metodologia de estudo do conceito (em Inglês, concept study) para a formação continuada de professores, direcionada para a compreensão conceitual com vistas ao ensino. Enfatizam o papel das discussões coletivas, em que discentes questionam e (re) constroem os próprios saberes da Matemática para o ensino (Davis & Renert, 2012, 2014). Em nosso trabalho, Concept Study será traduzido como Investigação do Conceito, como sugerido por Giraldo (2017) ao retratar essa teoria de formação.

Ao iniciarmos a pesquisa em uma Licenciatura visando o saber matemático para o ensino, voltamos nosso foco para as Equações Diofantinas Lineares (EDL), tema de especial interesse por ser um conteúdo matemático, relacionado à Álgebra, presente na Educação Básica, tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio. Além disso, é um conteúdo matemático que permite ao aluno refletir importantes conceitos, como o de máximo divisor comum (mdc) entre dois números, de divisibilidade, de múltiplos e divisores e de conjuntos numéricos, entre outros.

O tema EDL, segundo Zehursen, Rakes e Meece (1999), é tratado no trabalho mais conhecido de Diofante, *Arithmetica*, que originalmente continha 13 livros, mas apenas seis se preservaram, consistindo em uma coleção de resolução de problemas de aplicação de Álgebra. Ainda segundo eles, muitos problemas tratados no livro *Arithmetica* estão relacionados ao que atualmente denomina-se Equações Diofantinas. No estudo de uma EDL surgem três perguntas principais: A EDL tem solução? Se sim, essas soluções são finitas ou infinitas? Quais são essas soluções?

Na concepção da Matemática científica, uma EDL é uma equação do tipo $ax + by = c$, onde a , b e c são números inteiros dados e as soluções x e y procuradas, também pertencem ao conjunto Z . A seguinte proposição permeia este estudo: Uma EDL: $ax + by = c$ tem solução se, e somente se, d divide c , onde $d = \text{mdc}(a, b)$.

Hoje, são chamadas Equações Diofantinas todas as equações polinomiais (não importa o número de incógnitas) com coeficientes inteiros. Hygino (1991, p. 119) aponta que as EDL são,

Todas as equações polinomiais (com qualquer número de incógnitas), com coeficientes inteiros, sempre que se trata de procurar suas possíveis soluções também entre os inteiros. Isso embora Diofanto só tenha estudado algumas dessas equações, em casos particulares, e embora o universo que tenha usado para resolução de seus problemas fosse o conjunto dos números racionais positivos.

Por acreditar na importância desse assunto ao longo da educação básica, o objetivo da pesquisa foi refletir como o licenciando em Matemática constrói uma Matemática para o ensino do conteúdo de EDL, baseado na estrutura de Investigação do Conceito.

■ A Matemática para o ensino e a investigação do conceito

Davis e Simmt (2006) e Davis e Renert (2009, 2012, 2014) propõem uma abordagem investigativa sustentada em reflexões coletivas de professores. Essa abordagem investigativa é denominada por eles como Estudo do Conceito (EC) (Davis & Simmt, 2006, Davis & Renert, 2009, 2012, 2014) e suscita uma Matemática para o ensino.

Segundo Davis e Renert (2014), a Matemática para o ensino é uma forma de se relacionar com o conhecimento de Matemática que propicia ao professor um saber sobre o que ensinar e, a partir daí, estruturar situações de aprendizagem. Adaptamos esse modelo de formação para a formação inicial por acreditarmos que o licenciando pode também produzir uma Matemática para ensinar ao refletir sobre as maneiras de tornar os conteúdos científicos elementares aos alunos. Assumimos a Matemática para o Ensino como a compreensão conceitual específica construída pelo licenciando ao refletir acerca da tarefa de ensinar.

Para nós, na formação inicial, no momento em que os licenciandos articulam o currículo da graduação com a perspectiva da prática em sala de aula, eles trabalham uma Matemática culturalmente situada e são capazes de desconstruir a hierarquia estabelecida entre a Matemática científica e a escolar, bem como entendem que esses saberes não estão dissociados, mas articulados no sentido de uma compreensão conceitual. Nesse sentido, eles se veem como agentes de construção de uma Matemática para o ensino ao articularem a Matemática considerada científica com aquela considerada elementar. Essa articulação acontece, sobretudo, por meio de uma Matemática problematizada, que é “uma concepção da(s) matemática(s) a partir de várias práticas sociais, que põe em evidência as diversas condições culturais e políticas que determinam seus processos de produção” (Giraldo, Rangel, Menezes & Quintaneiro, 2017, p.9). Defendemos que essa problematização deve ocorrer também na licenciatura, pois o licenciando aprende para ensinar e, ao aprender um conceito matemático por meio da problematização ele passa a compreender esse conceito em sua gênese.

Para nós, a Matemática trabalhada de forma problematizada na formação inicial não enfraquece o entendimento e a profundidade do conteúdo, pelo contrário, trabalhar dessa forma mostra aos futuros professores que os saberes matemáticos não são produzidos de modo linear, mas são frutos de processos culturais e históricos. Ao pensar especialmente na formação inicial do professor, desmitificar a visão da Matemática naturalizada que estabelece a Matemática como um conjunto de conhecimentos que sempre foi e sempre será da forma como é conhecido hoje possibilitará repensar o ensino dessa disciplina na escola básica. Nessa perspectiva, o aluno será protagonista de seu aprendizado e não mais aquele sujeito que aceita passivamente o que lhe é transmitido sobre determinado conteúdo. É imprescindível mostrar a oposição que existe entre a Matemática apresentada de forma naturalizada, como um conjunto de saberes que sempre existiu, daquela na perspectiva de uma Matemática problematizada, que contempla seus múltiplos processos de produção ao mobilizar saberes próprios do contexto escolar.

Davis e Simmt (2006) apontam que a forma naturalizada da Matemática se sustenta exclusivamente em categorias estáveis do conhecimento, enquanto a exposição problematizada é construída por meio da articulação entre categorias estáveis e dinâmicas. Observamos que tanto a formação inicial de professores quanto a prática

profissional de professores em sala de aula são dominadas muitas vezes pela visão naturalizada da Matemática, indicando uma relação direta com os muitos problemas derivados do entendimento de conceitos matemáticos. Assim, enfatizamos o trabalho por meio da Investigação do Conceito para o aprendizado de conceitos na formação inicial.

Para os autores da Investigação do Conceito, essa abordagem de investigação deve ser vista como uma estrutura de formação em que professores interagem (re) construindo e refletindo sobre entendimentos relacionados a um determinado conceito matemático, a partir de uma questão problematizadora inicial que direciona as discussões, e tem como objetivo o ensino. Os autores sugerem identificar as ênfases que surgiram nas discussões coletivas, as quais podem ser utilizadas como instrumento de produção de dados para pesquisas sobre conhecimentos de Matemática para o ensino.

Nesse modelo existem quatro ênfases principais: realizations (realizações); landscapes (panoramas); entailments (vinculações); blends (misturas) (Davis & Renert, 2012, 2014). Como neste artigo trazemos um recorte de nosso trabalho e fazemos uma aproximação com a teoria da Investigação do Conceito, iremos focar apenas na ênfase das realizações que podem ser descritas de diversas formas, por exemplo, por meio de definições, algoritmos, metáforas, imagens, aplicações, gestos, entre outros, e utilizados pelo professor para comunicar um determinado conceito matemático (Davis, 2012, Davis & Renert, 2014). Essas realizações não são entendidas como certas ou erradas, porém se originam de um entendimento sobre como se aprende e se ensina determinado conceito e das experiências vivenciadas pelos sujeitos ao se relacionarem com esse saber.

Davis (2012) aponta também que na investigação do conceito em nível individual, os entendimentos de conceitos matemáticos e as concepções de Matemática são emergentes, e o conhecimento individual e coletivo não pode ser dicotomizado. Para ele, os professores, individualmente, raramente conseguem identificar mais do que um punhado de interpretações de um determinado conceito quando apresentados a uma pergunta direta, por exemplo, “O que é multiplicação?”. Assim, afirma que esses professores ao situarem o conceito matemático com base em suas experiências de ensino são capazes de produzir listas ricas de imagens e analogias.

Assim, ao considerar as especificidades da Matemática para o Ensino, pretendemos com este trabalho refletir como o licenciando, futuro professor, constrói uma Matemática para ensinar o conteúdo EDL.

■ Uma proposta de construção coletiva de conceitos

Para produzirmos, organizarmos e analisarmos os dados, desenvolvemos nossa pesquisa seguindo algumas características da Investigação do Conceito (IC).

Na IC, o papel do pesquisador consiste em “Estruturar tarefas significativas e apropriadas para os participantes de modo a criar ambientes que permitam a interação e troca de ideias” (Davis & Simmt, 2006, p. 300, tradução nossa). Nesse sentido, conduzimos os encontros estruturando e propondo tarefas sobre o tema de EDL, como: resolução de problemas; elaboração de problemas pelos participantes, demonstrações formais e uso de tecnologia para construção do gráfico de uma EDL.

Em nossa pesquisa valorizamos as ideias e a argumentação dos licenciandos no processo de resolução dos problemas selecionados, criando, dessa maneira, um ambiente de construção coletiva de conceitos, com o intuito de proporcionar a construção de saberes relacionados ao estudo das EDL para o ensino por meio da Matemática problematizada.

Os dados foram produzidos em uma instituição pública de ensino, em um total de cinco encontros, em uma turma do quinto período de Licenciatura em Matemática, com a presença de 19 alunos, na disciplina Teoria dos Números. A organização dos encontros e os objetivos da pesquisa encontram-se descritos na tabela a seguir.

Tabela 1 – Organização e Objetivo dos Encontros

Dias	Organização dos Encontros	Objetivo da Pesquisa
Dia 1 – 13/06/2017	Individual: Os licenciandos resolveram um teste com problemas de EDL individualmente. Grupo: Os licenciandos resolveram problemas de EDL em grupo e discutiram no coletivo suas estratégias e soluções.	Levantar conhecimentos prévios dos licenciandos ao resolverem situações-problema relacionadas à EDL por meio do teste individual. Levantar conhecimentos prévios dos licenciandos ao resolverem situações-problema relacionadas à EDL trabalhando em grupos.
Dia 2 – 20/06/2017	Grupo/coletivo Resolução de problemas diversos pelos licenciandos e discussões no coletivo.	Observar as estratégias utilizadas pelos licenciandos ao discutirem situações-problema em grupo e como as socializam com toda a classe.
Dia 3 – 23/06/2017	Grupo/coletivo Alunos propõem problemas e os apresentam e validam no coletivo.	Analisar os saberes mobilizados pelos licenciandos ao proporem problemas que recaiam em uma EDL.
Dia 4 – 27/06/2017	Momento de discussão coletiva baseada na produção dos alunos e na exposição da teoria formalizada.	Verificar como os alunos interligam os saberes já construídos com os Teoremas de EDL ao participarem das discussões durante a exposição pelos pesquisadores.
Dia 5 – 04/07/2017	Duplas/coletivo Utilização do Geogebra no estudo de EDL.	Observar a mobilização dos saberes dos alunos ao utilizarem o software Geogebra para construção de gráficos de EDLs.

Fonte – Organizado pelo pesquisador, 2017.

Pela grande quantidade de dados produzidos em nossa pesquisa ao longo dos encontros, optamos neste artigo, em analisar as soluções da situação-problema estimuladora do primeiro encontro, apresentadas por um dos grupos de alunos. Nesse encontro, para que emergisse o conceito de EDL, iniciamos o trabalho em pequenos grupos por meio de resolução de problema. A seguir será apresentado o problema proposto à turma e a solução do grupo autointitulado “O Infinito”.

Quadro 1 - Problema proposto no primeiro encontro

Um consumidor deseja pagar uma compra de supermercado, no valor de R\$ 151,00, com tickets de 3 e 5 reais. Pergunta-se: A equação tem solução? Se tem solução, o número de soluções é finito ou infinito? Se tem solução, quais são essas soluções? Qual é o menor número de tickets que pode ser usado? E o maior? (SILVA, Valdir Vilmar Da. Números Construção e Propriedades. 1ª Edição. Goiânia: UFG, ano 2003).

Figura 1: Resolução do Problema do encontro 1 – Grupo “Infinito”

a) Jaim.

b) Juntos.

c) $3x + 5y = 151$

Achamos um regularidade na variação de x e y que se resume exatamente em relação aos coeficientes.

“Variação dos coeficientes”

x	y
2	29
7	26
12	23
17	20
22	17
27	14
32	11
37	8
42	5

d) 3 tickets - menor
49 tickets - maior

Fonte – Dados da pesquisa, 2017.

A estratégia escolhida pelo grupo apontava, a princípio, que o problema seria resolvido por meio de uma equação, já que a representação algébrica do problema foi a expressão $3x + 5y = 151$. Porém, ao apresentar o par ordenado (x, y) , que torna a sentença verdadeira, percebemos que chegaram à solução por tentativa e erro. Esse modo de apresentar a solução do problema confirma o que apontam (Davis, 2012, Davis & Renert, 2014), ao afirmarem que as realizações são diversas e que são formas de comunicar um determinado conceito matemático.

O grupo, ao representar a equação na busca das soluções que resolveriam o problema, destaca: “Achamos uma regularidade na variação das variáveis x e y que se resume exatamente em relação aos coeficientes”. Essa frase apresentada pelo grupo, juntamente com a tabela mostrada na Figura 1, mostrou que emergiu, por meio das discussões coletivas, uma Matemática científica, pois aqueles alunos ao trabalharem juntos identificaram uma solução geral para a equação via parametrização da equação da reta, por meio dos coeficientes da equação $3x + 5y = 151$. Essa parametrização fica evidente por meio da tabela ao somarem às soluções particulares da coluna X o valor do coeficiente $b = 5$ e diminuírem às soluções particulares da coluna Y o valor do coeficiente $a = 3$. Essa constatação feita pelo grupo conduziu à solução geral de uma EDL como apresenta Hygino (1991, p. 119) “Seja (x_0, y_0) uma particular solução da equação diofantina $ax + by = c$, onde $a \neq 0$ e $b \neq 0$. Então, essa equação admite infinitas soluções e o conjunto dessas soluções é: $S = \{(x_0 + \frac{b}{d}t, y_0 - \frac{a}{d}t) \mid t \in \mathbb{Z}\}$ onde $d = \text{mdc}(a, b)$ ”.

No caso do problema em questão, com o $\text{mdc}(3, 5) = 1$, foi possível constatar que $x = x_0 + 5t$ e $y = y_0 - 3t$, como evidenciado na tabela apresentada pelo grupo. Além disso, o grupo, ao ordenar as soluções particulares dessa EDL em uma tabela, apresentou um modo de articular o saber científico com o saber escolar, tornando o conteúdo compreensível aos demais colegas que estavam na sala. Essa solução mostrou que o saber do conteúdo estava sendo construído, pois os conceitos de EDL eram refletidos e discutidos de acordo com a necessidade de resolver a situação proposta. Shulman (1986) refere-se aos conhecimentos específicos da disciplina ministrada pelo professor como conhecimento do conteúdo, que englobam a compreensão e a organização de fatos, os conceitos e os procedimentos relacionados à área específica.

Podemos afirmar, também, que o grupo *O Infinito* apresentou indícios de uma construção do saber pedagógico do conteúdo proposto por Shulman (1986), pelo modo como apresentou a solução do problema coletivamente e

explicou a forma encontrada para relacionar os coeficientes no sentido de determinar valores para x e de y , e facilitar o entendimento pelos colegas. Acerca do saber pedagógico do conteúdo, Shulman (1986) afirma que esse saber é o que incorpora os conteúdos mais importantes a serem estudados, englobando as representações mais úteis, as analogias mais eficazes, as ilustrações, bem como exemplos e demonstrações. E também que é o único saber produzido pelo professor em sua prática e, em nosso caso, pelos licenciandos ao proporem formas de resolver e explicar suas estratégias de solução que conduziram a uma articulação de saberes.

A forma de esses alunos apresentarem a solução do problema e as discussões coletivas nos mostraram que a construção do saber pedagógico do conteúdo começa na licenciatura e nessa esfera também é possível criar articulações entre o saber científico e o escolar no sentido da construção de conceitos. Ao observarmos que o grupo foi capaz de conjecturar uma importante relação entre os coeficientes de uma EDL, entendemos que é preciso proporcionar mais momentos como esse nas disciplinas de conteúdo específico da licenciatura, já que isso aponta que a Matemática apresentada dessa forma não é uma superficialização da Matemática acadêmica, pelo contrário, possibilitou a esses alunos compreender esse conceito em sua gênese. Sobre esse aspecto, Giraldo (2018, p. 41) contribui ao afirmar que:

De fato, na base de muitos obstáculos de ensino e de aprendizagem de matemática podem se encontrar vínculos entre concepções sobre a própria natureza da matemática e formas naturalizadas de exposição da disciplina, que se alimentam mutuamente, são tacitamente estabelecidas e amplamente disseminadas, tanto no ensino básico como no universitário.

Após essa solução, retomamos em um encontro posterior, as discussões e as demonstrações da solução geral de uma EDL. Essas discussões coletivas propiciam ao futuro professor refletir sobre conceitos matemáticos ao mesmo tempo que ele constrói uma Matemática com vistas ao ensino.

Além disso, o trabalho coletivo assumiu um papel de destaque tanto na riqueza de detalhes quanto no entendimento dos conceitos de EDL, por meio dos trabalhos colaborativos. Esse aspecto da coletividade se justifica, visto que os saberes individuais, quando compartilhados se entrelaçam, e produzem novos saberes que contribuirão não somente para que o indivíduo (re) construa seus conceitos, mas todo o grupo participante. Outros exemplos ocorreram ao longo da pesquisa, em que as discussões coletivas contribuíram para construir uma Matemática para o ensino, porém o limite de páginas neste artigo restringe discuti-las.

No final desse trabalho foram feitas algumas perguntas à turma, entre elas: “*O que foi bom?*”, e eles deveriam enviar a resposta por e-mail. A seguir apresentamos duas das respostas obtidas.

Gostei da forma como foi desenvolvida a pesquisa. Atividades trabalhadas em grupo nos possibilitaram enxergar as resoluções e desafios de estudar equações diofantinas de uma forma única e diferente. Foram enriquecedores os debates em sala de aula, tanto durante as discussões em grupo quanto depois nos momentos em que discutíamos com a turma o que havíamos pensado e feito. Acredito que é um trabalho válido a ser realizado outras vezes. (Licenciando Y, 04/07/2017)
A dinâmica em grupo e a introdução do conteúdo usando a resolução de problemas antes de demonstrar os teoremas. (Licenciando X, 04/07/2017)

Podemos afirmar pelas respostas desses licenciandos a relevância de trabalhar via resolução de problemas, o que nos permite inferir que o trabalho em grupo e no coletivo foram primordiais, tanto na riqueza de detalhes como no entendimento dos conceitos de EDL emergentes ao longo dos encontros.

■ Considerações finais

Com este artigo intentamos apresentar que é possível construir uma Matemática para o ensino ao mesmo tempo em que se forma um professor, e um dos caminhos para isso é a Investigação do Conceito, valorizando a colaboração na resolução e na comunicação coletiva de soluções para problemas de EDL. Nesse sentido, na formação inicial, processos nos quais os licenciandos possam vivenciar e refletir acerca das situações que permeiam a escola e a prática docente favorecem e estimulam o desenvolvimento da identidade profissional, ao (re) construir seus saberes.

Além disso, os futuros docentes, ao resolverem, conjecturarem e pensarem coletivamente sobre as situações-problema que foram propostas tiveram oportunidade de entender que essa Matemática estabelecida hoje, muitas vezes ensinada basicamente por meio de demonstrações e teoremas, pode também ser produzida por eles com epistemologia própria. Isso, certamente, trará implicações positivas no futuro, quando forem ensinar na escola básica, ao terem consciência daquilo que precisa ser trabalhado para desenvolver determinado conceito.

Confirmamos que nosso trabalho desenvolvido com base em uma concepção da Matemática problematizada fez sentido, uma vez que o conteúdo de EDL trabalhado em sua maioria com base quase exclusivamente em demonstrações e teoremas foi, em nossa pesquisa, proposto de modo inverso, colocando o futuro docente como protagonista de sua aprendizagem.

Salientamos que a formação inicial docente não supre todas as necessidades e especificidades relacionadas à teoria e à prática que será construída com a experiência de sala de aula. Porém, iniciar na formação inicial as discussões numa linha de uma Matemática para o ensino evita a dupla descontinuidade que Klein (1908) apontou ao dizer que a Matemática universitária tem pouca relação com a Matemática escolar e vice-versa. Além disso, as reflexões feitas em um trabalho nessa linha possibilitaram que esses futuros professores fizessem articulações necessárias entre a Matemática científica e a escolar, de forma a construir uma Matemática para o ensino.

Como verificado na pesquisa, o trabalho em grupo e no coletivo foi importante e relevante pela riqueza de ideias e experiências vividas que surgiram quando os professores situavam determinado conceito matemático no contexto de suas experiências como alunos, o que resultou na (re) construção do próprio conceito. O aspecto da coletividade justifica-se, pois os saberes individuais, quando compartilhados, se entrelaçam e produzem novos saberes, permitindo que o indivíduo e o grupo participante (re) construam seus conceitos.

Ressaltamos, também, que na formação inicial os licenciandos também trazem de sua formação anterior experiências ou projetam formas de ensinar com a perspectiva de serem professores, o que resulta em construção de conceitos. Assim, também geram “metáforas, analogias e imagens” (Davis, 2012) ao trabalharem resoluções de situações-problema utilizando conceitos aprendidos em suas experiências como alunos, de forma a reformular esses conceitos e caminhar na construção dos conceitos de EDL para o ensino.

■ Referências

- Ball, D. L.; Thames, M. H.; Phelps, G. (2008). *Content Knowledge For Teaching: What makes it Special?* Journal of Teacher Education, 59(5), 389-407.
- Charlot, B. (2005). *Relação com o saber, formação dos professores e globalização: questões para a educação hoje.* Porto Alegre, Artmed.
- Davis, B. e Simmt, E. (2006). *Mathematics-for-teaching: an ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know.* Educational Studies in Mathematics, 61(3), 293-319, March.

- Davis, B. e Renert, M. (2009). *Mathematis-for-Teaching as shared dynamic participation for the Learning of Mathematics*, 29(3), 37-43.
- _____. (2012). *Profound understanding of emergent mathematics: broadening the construct of teachers' disciplinary knowledge*. *Educational Studies in Mathematics*, 82(2), 245- 265, Feb.
- _____. (2014). *The math teachers know: profound understanding of emergent mathematics*. New York: Routledge.
- Davis, B. (2012). Subtlety and complexity of mathematics teachers' disciplinary knowledge. In: International Congress on Mathematical Education, 12, Seoul, Korea. Anais. Seoul, Korea: ICME.
- Domingues, H. H. (1991). *Fundamentos de Aritmética*. São Paulo. Atual.
- Giraldo, V., Rangel, L., Menezes, F. e Quintaneiro, W. (2017). *(Re) construindo saberes para o ensino a partir da prática: investigação de conceito e outras ideias*. Anais do VI SHIAM.
- Giraldo, V. (2018). *Formação de professores de matemática: para uma abordagem problematizada*. *Revista Ciência e Cultura*, 70(1), 37-42, jan./mar.
- Lins, R., C. e Gimenez, J. (1997). *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. Campinas, SP. Papyrus.
- Moreira, P.C.e Ferreira, A.C. (2013). *O Lugar da Matemática na Licenciatura em Matemática*. *Boletim de Educação Matemática*, 27(47), 985-1005.
- Nóvoa, A. (2009). *Professores: Imagens do futuro presente*. Lisboa: Educa.
- Paiva, M. A. V. (2018). Proeja's Classroom as a Teacher Training Space. *RIPEM*, 8(2), 60-71.
- Resende, M. R. (2007). *Re-significando a disciplina Teoria dos Números formação do professor de Matemática na licenciatura*. Tese (Doutorado em Educ. Matemática) PUC/SP.
- Shulman, L. S. (1986). *Those who understand knowledge growth in teaching*. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Silva, V. V. Da. (2003). *Números Construção e Propriedades*. Goiânia, Brasil: UFG.
- Zerhursen, A.; Rakes, C. & Meece, S. (1999). *Diophantine Equations*. Disponível e <<http://math.as.uky.edu/~carl/ma330/projects/diophanfin.html>>. Acesso em: 10/06/2018.
- Tardif, M.; Lessard, C.; Lahaye, L. (1991). *Esboço de uma problemática do saber docente*. *Teoria & Educação*, 1(4), 215-253.