

CONOCIMIENTO DE LAS CARACTERÍSTICAS DE APRENDIZAJE PARA LA ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD EN BACHILLERATO: UN ESTUDIO DE CASO

KNOWLEDGE OF LEARNING CHARACTERISTICS FOR PROBABILITY TEACHING AT SENIOR HIGH SCHOOL: A CASE STUDY

José Miguel León Banguero; Leticia Sosa Guerrero

Universidad Autónoma de Zacatecas (México)

josemigleon@gmail.com, lsosa@uaz.edu.mx

Resumen

En este reporte de investigación se presentan los avances de un proyecto de titulación el cual busca indagar el estado actual de conocimiento didáctico asociado a las características de aprendizaje sobre la probabilidad que evidencian profesores de bachillerato en Zacatecas. Se realiza una indagación en investigaciones que evalúan los conocimientos para la enseñanza de la probabilidad e investigaciones sobre las dificultades para el aprendizaje de la probabilidad, a partir de ello, utilizando el marco teórico del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemática (MTSK), se propone una prueba de conocimientos didácticos, asociados a la enseñanza de la probabilidad simple y compuesta.

Palabras clave: formación de profesores en probabilidad, estudio de caso, conocimiento profesores

Abstract

This research reports the progress of a degree project which is aimed at inquiring into the current state of didactic knowledge associated with learning characteristics on probability that senior high school teachers demonstrate in Zacatecas. A search is carried out in investigations that evaluate the knowledge for probability teaching, and in investigations about difficulties for probability learning; hence, by using the theoretical framework of the Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK), we propose a didactic knowledge test, associated with the teaching of simple and compound probability.

Key words: teacher training in probability, case study, knowledge, teachers

■ Introducción

En los últimos años, el aprendizaje de la probabilidad ha cobrado un papel importante y necesario en la formación de futuros ciudadanos, debido a que este les permite desenvolverse y tomar decisiones adecuadas ante fenómenos de azar e incertidumbre (Batanero y Serrano, 2007). Dicha importancia ha impulsado la inclusión de los contenidos de probabilidad en currículos de matemáticas en diversos países como: España, México, Estados Unidos, Chile, Canadá, etc. (Batanero, 2015). Sin embargo, dicha inclusión ha generado diversos interrogantes con respecto a su enseñanza, aprendizaje, integración en el curricular, entre otras, las cuales requieren -necesariamente- de una atención para propiciar el desarrollo del pensamiento y razonamiento probabilístico en todos los niveles educativos (Vásquez & Alsina, 2015).

Actualmente, uno de los interrogantes que surge en la investigación de la disciplina de la Matemática Educativa es acerca de los conocimientos que deben de poseer un profesor de matemáticas para llevar a cabo un proceso de enseñanza. Sin embargo, las respuestas a dichas cuestiones no son de forma inmediata, conlleva al investigador a realizar un análisis profundo de los conocimientos matemáticos y didácticos para la enseñanza, los cuales juegan un papel fundamental en la formación inicial y continua del profesor. Desde esta perspectiva, surge esta investigación, debido a las limitadas investigaciones que se centran en comprender y analizar los conocimientos matemáticos y didácticos que debe de poseer un profesor de matemáticas para la enseñanza de contenidos de probabilidad (Mohamed, 2012).

Los principales aspectos que ha permitido centrar la mirada de diversos investigadores y grupos de investigación especializados en Matemática Educativa (ME) y Formación de Profesores (FP) para la enseñanza de la probabilidad son los diversos cambios curriculares en matemáticas, en los cuales se ha incluido de manera paulatina desde el año 1990 contenidos matemáticos relacionados con la probabilidad (Vásquez y Alsina, 2015). A raíz de la inclusión de dichos contenidos surge la necesidad de considerar los conocimientos matemáticos y didácticos y matemáticas que requiere un profesor de matemáticas para la enseñanza de la probabilidad.

En los últimos diez años, son numerosas las consideraciones en consignadas en “handbooks” y revistas especializadas en Matemática Educativa, las cuales manifiestan que resulta importante y significativo para la enseñanza de conceptos de probabilidad establecer elementos para la enseñanza de estos contenidos en diversos niveles educativos (Ortiz et al., 2006; Ortiz, Batanero y Contreras, 2011). Por esta razón, resulta relevante para el estado actual del conocimiento profesional para la enseñanza de la probabilidad realizar investigación que esté dirigida a caracterizar y establecer elementos de su conocimiento (Guerrero, 2015).

En complemento a lo anterior, a continuación, presentamos algunos antecedentes que permiten dilucidar el estado actual de conocimiento profesional de profesores de matemáticas para la enseñanza de la probabilidad, los cuales permiten plantear el problema de investigación el cual queremos abordar en esta comunicación.

Con respecto a los conocimientos matemáticos, Mohamed (2012) señala por medio de un test para medir el nivel de conocimiento de profesores en activo sobre probabilidad simple y condicional, que su conocimiento matemático es muy limitado. Esto se debe a que en sus resultados encuentra que sus participantes poseen dificultades para resolver problemas elementales que involucran conceptos de probabilidad como: espacio muestral, independencia y dependencia de eventos, tipos de eventos, etc. Resultados semejantes se han encontrado en otras investigaciones como: Gómez (2014), Batanero, Gómez, Contreras y Díaz (2015) y Contreras (2011), en donde documentan que el conocimiento matemático de los profesores en matemáticas en formación y en ejercicio, de distintos niveles, es muy limitado. En ese sentido, concluyen que esto se debe a que los profesores en formación y en activo presentan errores, sesgos y dificultades debido a su bajo su razonamiento probabilístico.

En lo referente al conocimiento didáctico del contenido para la enseñanza de la probabilidad, Gómez (2015) afirma que este dominio de conocimientos es deficiente en profesores en activo, esto lo afirma con base en evaluaciones

de conocimientos y entrevistas semiestructuradas, en donde los resultados muestran que los participantes presentan dificultades para reconocer elementos de enseñanza, aprendizaje y currículo. En lo específico a nuestro tema de interés que es el conocimiento de los estudiantes con respecto a la interacción con el contenido matemático, Batanero et al. (2015) y Mohamed (2012) que los profesores en formación y en activo poseen problemas para reconocer los distintos tipos de razonamientos de los estudiantes, así como los errores, dificultades y sesgos presentes en las respuestas de los estudiantes. Dicho así, consideramos que resulta relevante y significativo para el estado del arte en lo referente a la enseñanza de la probabilidad, hacer un reconocimiento del estado actual de conocimiento profesional para las características de aprendizaje de los estudiantes en profesores en activo.

Así mismo, otro aspecto importante a considerar en los antecedentes son las diversas investigaciones acerca de los modelos teóricos y metodológicos que permiten estudiar el conocimiento que evidencian profesores de matemáticas. En ese sentido, son diversas las propuestas que permiten estudiar y modelar los conocimientos del profesor, un ejemplo de ello es el modelo Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK), propuesto por el grupo SIDM coordinado por el Dr. Carrillo de la Universidad de Huelva, España. Este modelo permite modelar el conocimiento matemático del profesor y analizarlo desde distintos escenarios sobre su práctica, esto a través de la delimitación de dominios y subdominios de conocimiento profesional. El modelo MTSK se abordará de manera más detallada en la siguiente sección.

A raíz de la delimitación de los antecedentes con respecto a los conocimientos matemáticos y didácticos para la enseñanza de la probabilidad y los modelos de conocimiento profesional, resulta relevante plantear la pregunta que rige esta investigación:

¿Qué conocimiento sobre las características de aprendizaje de la probabilidad poseen profesores en activo de bachillerato en Zacatecas?

Con el fin de abordar dicha pregunta de investigación, se plantea el objetivo de investigación, el cual es identificar el estado actual de conocimiento de las características de aprendizaje de los estudiantes que evidencian tres profesores en activo de Zacatecas, México. Es importante resaltar que esta investigación toma como referencia el modelo de conocimiento profesoral MTSK, el cual, a través de uno de sus subdominios, permite la identificación de elementos que se encuentren en el subdominio relacionado con las características de aprendizaje de los estudiantes. Sin embargo, se reconoce, a partir de resultados de otras investigaciones que implementan este modelo, la posibilidad de aparición de elementos pertenecientes a otros subdominios de conocimientos considerados en el MTSK.

■ Marco teórico

MTSK es modelo que se centra en comprender el conocimiento específico que posee un profesor de matemáticas para realizar su labor, desde un punto de vista de la enseñanza y el aprendizaje (Escudero, D., Carrillo, J & Flores-Medrano, 2015). En ese sentido, este modelo propone, desde la idea del conocimiento especializado, una perspectiva profunda y estructurada de la práctica profesoral en el aula, debido a que toma en consideración las concepciones y creencias del profesor con respecto a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Rojas et al., 2015)

Como hemos mencionado anteriormente, el modelo MTSK ha sido desarrollado por el grupo SIDM coordinado por el Dr. Carrillo, en el año 2013. Sin embargo, este modelo no se origina desde cero, surge a partir de modificaciones y precisiones del modelo MKT (Ball, Thames y Phelps, 2008). En ese sentido, el modelo MTSK propone solventar problemas en la delimitación del subdominio del Conocimiento Común del Contenido y Conocimiento del Horizonte Matemático a partir de una nueva propuesta de organización (Montes et al., 2013). Esta nueva organización considera dos dominios de conocimiento: (1) Conocimiento Matemático (MK) y (2) Conocimiento

Didáctico del Contenido (PCK), a su vez propone tres nuevos subdominios de conocimientos para cada dominio respectivamente: Conocimiento de los Temas (KoT), Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM), Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM) y Conocimiento de la Enseñanza (KMT), Conocimiento de las Características de Aprendizaje de los Estudiantes (KFLM), Conocimiento de los Estándares (KMLS).

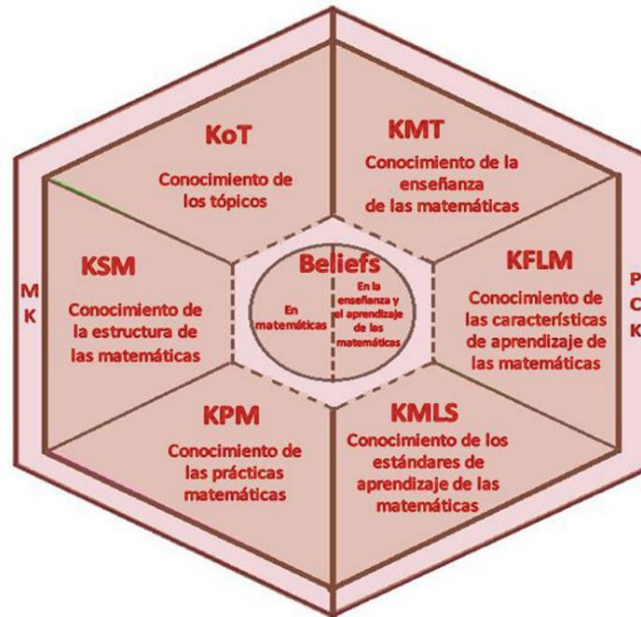


Figura 1. Tomado de Sosa et al. (2015)

A continuación, de manera breve y sucinta, resumimos los dominios y subdominios considerados en el MTSK, los cuales son de gran importancia para el desarrollo de esta investigación, puesto que permiten visualizar, desde una perspectiva específica, en los instrumentos de recogida de información considerados para esta investigación, elementos del conocimiento del profesor para la enseñanza de la probabilidad.

1. Conocimiento Matemático (MK): Este dominio de conocimiento se toma en cuenta como uno de los factores fundamentales en la formación del profesor, puesto que considera los conocimientos sobre la materia (probabilidad), conceptos, relaciones, problemas, procedimientos, estructuras, etc., los cuales se ponen en juego durante el proceso de enseñanza (Rojas et al., 2015). Cabe resaltar que el MK reconoce únicamente los aspectos de conocimiento teórico de las matemáticas y no elementos de la didáctica. En la propuesta de organización del MTSK se consideran tres subdominios de conocimientos:
 - a. Conocimiento de los Temas (KoT): Este subdominio de conocimientos considera los conocimientos que posee un profesor con respecto a los contenidos a enseñar. En este sentido el KoT abarca conocimientos sobre los distintos significados, representaciones, historia, fenomenología, propiedades, caracterizaciones, etc., los cuales son importantes para conocer los contenidos matemático y sus significados de manera fundamentada y con mayor profundidad, para este subdominio en particular se consideran cinco subcategorías: fenomenologías, propiedades y fundamentos, definiciones, registros de representación, procedimientos (Flores-Medrano, Escudero, Montes, Aguilar y Carrillo, 2014).
 - b. Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM): Este subdominio comprende los conocimientos que tiene el profesor sobre los distintos modos de proceder, relaciones y correspondencias existentes entre los conceptos y objetos matemáticos. En este sentido, el KPM considera los conocimientos del profesor sobre hacer, descubrir y crear matemática, desde una perspectiva que

- integra la lógica proposicional, modos de proceder y sintaxis propia de las matemáticas (Flores-Medrano, Escudero, Montes, Aguilar y Carrillo, 2014). Para este subdominio en particular se consideran dos tipos de prácticas, las cuales permiten diferenciar el conocimiento: prácticas ligadas a la matemática general y prácticas ligadas a una temática en matemáticas.
- c. Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM): Este subdominio considera que el conocimiento del profesor posee una perspectiva conjuntista y global de la enseñanza de la matemática. En ese sentido, el KSM contempla todas aquellas conexiones intraconceptuales que hay entre los conceptos y temporales que hay en un mismo concepto (Montes, Aguilar, Carrillo & Muñoz-Catalán, 2013). Es decir, permite que el profesor establezca relaciones entre los conocimientos previos y posteriores con respecto a diferentes cursos y niveles educativos. Para este subdominio en particular se consideran cuatro categorías de conexiones matemáticas, las cuales son: complejización, simplificación, transversales y auxiliares.
2. Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK): En dominio de conocimiento se resalta la importancia de que el profesor conozca, en gran medida, los contenidos a enseñar, los contenidos a aprender y los estándares de aprendizaje que pretende lograr con sus estudiantes (Montes, Aguilar, Carrillo & Muñoz-Catalán, 2013). Para llevar a cabo lo anterior, el PCK toma en consideración aspectos del conocimiento profesional del profesor relacionados con la didáctica específica del contenido, es decir, retoma consideraciones curriculares, formas de enseñanza y aprendizaje, conocimientos a partir de la indagación bibliográfica, etc. (Rojas et al., 2015). Es importante mencionar que el PCK reconoce únicamente relacionados con la didáctica del contenido y no elementos del conocimiento matemático. En la propuesta de organización del MTSK se consideran tres subdominios de conocimientos:
 - a. Conocimiento de la Enseñanza de la Matemática (KMT): Este subdominio abarca los conocimientos en donde el contenido matemático condiciona la enseñanza. En ese sentido, este subdominio le provee al profesor sobre las herramientas metodológicas y teóricas para la enseñanza del contenido (Montes, Aguilar, Carrillo & Muñoz-Catalán, 2013). En ese sentido, el KMT comprende aquellas características propias del contenido matemático y sus recursos para su enseñanza, tales como: libros de texto, tipos de tareas, ejemplos, representaciones, etc. Este subdominio de conocimiento considera dos categorías: conocimiento de las formas de enseñanza y conocimiento de los recursos y materiales asociados al contenido a enseñar.
 - b. Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS): Este subdominio de conocimiento considera el conocimiento del profesor acerca de las capacidades conceptuales, procedimentales y de razonamiento matemático que se desarrollan en determinados niveles o momentos educativos y que están estipulados en documentos oficiales de la secretaría de educación a cargo (Montes, Aguilar, Carrillo & Muñoz-Catalán, 2013). En ese sentido, el KMLS le permite al profesor reconocer elementos como: estándares, aprendizajes esperados, competencias, orientaciones de enseñanza, materiales curriculares, etc. Este subdominio de conocimiento considera tres categorías: contenidos matemáticos que se requieren enseñar, conocimiento del nivel de desarrollo conceptual y procedimental esperado y secuenciación de temas.
 - c. Conocimiento de las Características de Aprendizaje (KFLM): Este subdominio abarca los conocimientos que tiene el profesor de las matemáticas con respecto a las características de aprendizaje inherentes al contenido matemático que aborde (Sosa, Flores-Medrano y Carrillo, 2015). Es importante mencionar que este subdominio toma en consideración al contenido matemático como objeto de aprendizaje y no el estudiante, como regularmente sucede. En ese sentido el KFLM permite a los profesores identificar y anticipar aspectos como: formas de

razonamiento, dificultades, errores, sesgos al momento de la interacción del estudiante con el contenido matemático. Así mismo, considera aspectos motivacionales que permiten al profesor sacar el máximo provecho a los contenidos y propiciar su aprendizaje en los estudiantes (Rojas et al., 2015). Para este subdominio en particular se consideran cuatro categorías: formas de aprendizaje, fortalezas y dificultades asociadas al aprendizaje, formas de interacción de los alumnos con el contenido matemático y concepciones de los estudiantes sobre las matemáticas.

■ Metodología

Para esta investigación, la metodología que se pretende utilizar es un estudio de caso, en el cual se pretende analizar, por medio de una evaluación de conocimientos didácticos, los conocimientos de las características de aprendizaje de tres profesores en activo de Nivel Bachillerato en Zacatecas, México.

Los casos que consideramos son representativos para la población sobre la cual queremos abordar son aquellos profesores que han enseñado contenidos de probabilidad en el quinto semestre del nivel de Bachillerato en Zacatecas, México. Además, el participante debe de tener mínimo tres años de experiencia profesional frente a grupo.

Para el diseño del instrumento de investigación se toma como referencia situaciones problema que han sido validadas por expertos en investigaciones como Batanero et al. (2015), Guerrero (2015), Vásquez (2014) y Mohamed (2012). De igual forma, antes de la aplicación, se procedió a hacer una prueba piloto con tres estudiantes de la Maestría en Matemática Educativa, en la cual arrojó que era necesario hacer modificaciones de contenido a la situación y a la pregunta 2 y 3 del cuestionario.

Con respecto a la técnica con que se va a recoger la información, se diseñó una evaluación de conocimientos sobre probabilidad. Esta prueba tiene como objetivo analizar los conocimientos de los profesores sobre las características de aprendizaje con respecto a la probabilidad, específicamente se quiere reconocer las competencias de los profesores para identificar sesgos, dificultades y obstáculos, presentes en las respuestas de estudiantes hipotéticos. Cabe mencionar que el diseño del instrumento toma en consideración los dominios, subdominios y categorías de conocimiento planteadas en el modelo teórico-metodológico del MTSK.

La prueba está compuesta por dos partes: La primera busca reconocer aspectos inherentes a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas como lo son la resolución de la situación y el reconocimiento de los conceptos y objetos que están en juego en la situación. En un segundo momento, la prueba pretende medir los conocimientos con respecto a la interacción del estudiante con el contenido matemático y los distintos tipos de razonamiento, esto a través del planteamiento de las respuestas de cuatro estudiantes hipotéticos. Cabe mencionar que dichas respuestas se realizan a partir de los resultados de investigaciones como Guerrero (2015), Vásquez (2015) y Mohamed (2012); en esta segunda parte se busca que los participantes clasifiquen las respuestas como correctas e incorrectas y brinden una justificación sobre el por qué de cada una de estas.

A continuación, presentamos la situación diseñada para esta investigación:

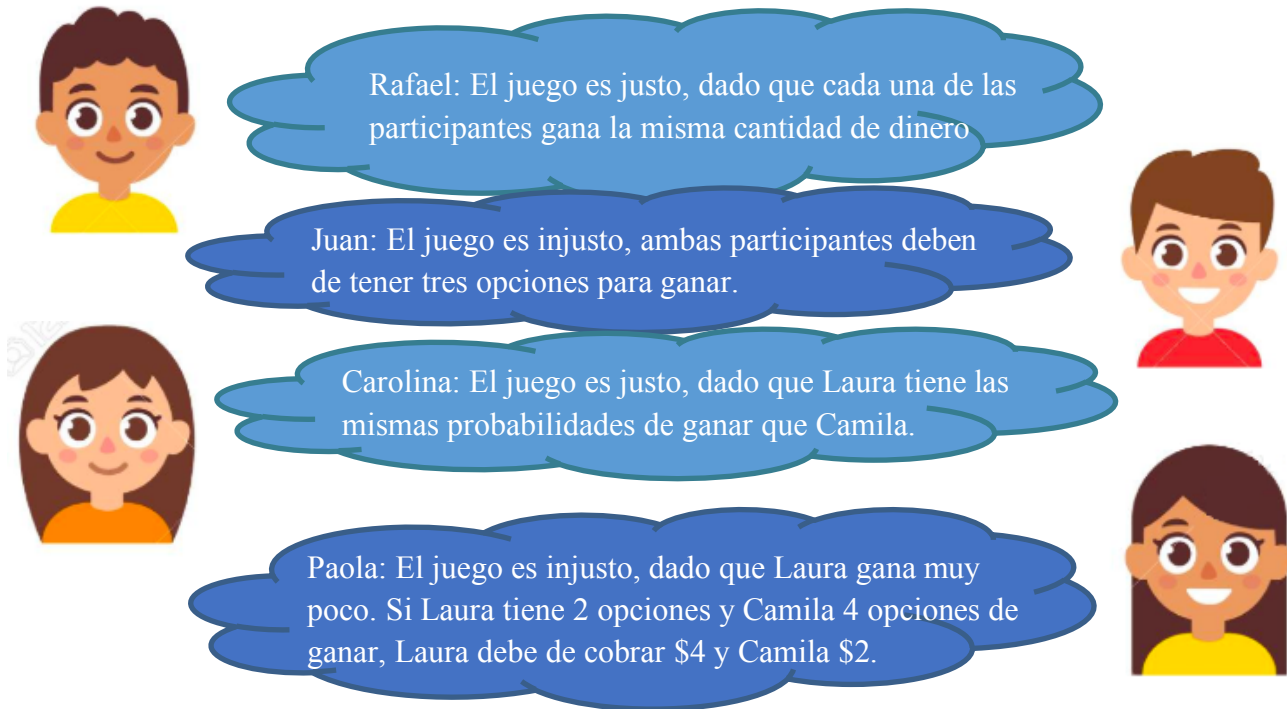
La profesora Susana les propone a sus estudiantes la siguiente situación:

Laura y Camila inventan un juego de azar con las siguientes condiciones:

1. Se lanzan dos dados y calculan la diferencia de puntos entre el mayor y el menor;
2. Si el resultado de la diferencia es 0 o 2, entonces Laura le cobra a Camila \$2.
3. Si el resultado de la diferencia es 1, 3, 4 o 5 es Camila es quien le cobra a Laura \$2.

¿El juego inventado por Laura y Camila es justo? Si considera que no es así, proponga una modificación al juego para que lo sea.

Algunos alumnos de la profesora Susana proporcionan las siguientes respuestas:



Rafael: El juego es justo, dado que cada una de las participantes gana la misma cantidad de dinero

Juan: El juego es injusto, ambas participantes deben de tener tres opciones para ganar.

Carolina: El juego es justo, dado que Laura tiene las mismas probabilidades de ganar que Camila.

Paola: El juego es injusto, dado que Laura gana muy poco. Si Laura tiene 2 opciones y Camila 4 opciones de ganar, Laura debe de cobrar \$4 y Camila \$2.

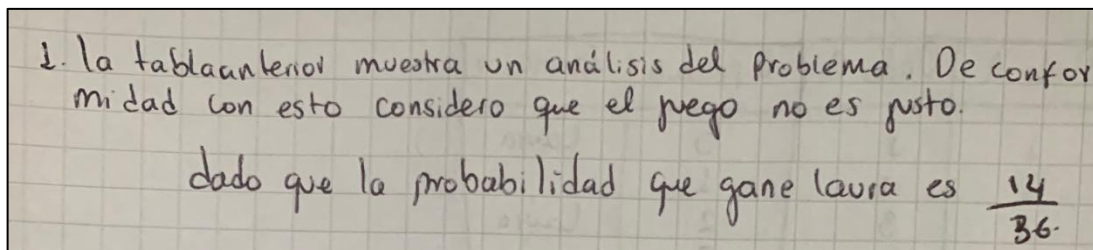
A partir de la situación anterior, responda:

1. Resuelva el problema planteado por la profesora Susana.
2. ¿Cuál o cuáles de los estudiantes responde correctamente? ¿Por qué?
3. ¿Cuáles contenidos matemáticos considera usted que son necesarios para resolver el problema?
4. Describa las posibles dificultades presentes en las respuestas incorrectas de los estudiantes, que los han llevado a responder erróneamente.

■ Resultados

En los resultados de esta investigación, reconocemos a partir de la aplicación del instrumento de investigación, diversos elementos del conocimiento del profesor para la enseñanza de la probabilidad que permiten establecer aspectos importantes a considerar. A continuación, se presentan, a partir de los subdominios del modelo MTSK, los resultados que consideramos más relevantes y significativos:

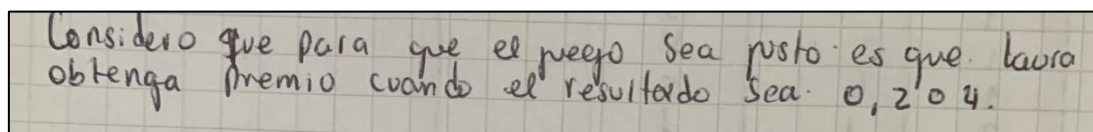
Con respecto al Conocimiento Matemático (MK), con la primera pregunta se busca establecer el nivel de conocimientos para resolver la situación planteada. En ese sentido, se puede afirmar que todos los participantes resolvieron la situación correctamente, proporcionando correctamente las probabilidades de ganancia para Laura y Camila, y comparándolas entre sí (Ilustración 1).



1. la tabla anterior muestra un análisis del problema. De conformidad con esto considero que el juego no es justo.
dado que la probabilidad que gane Laura es $\frac{14}{36}$.

Ilustración 1

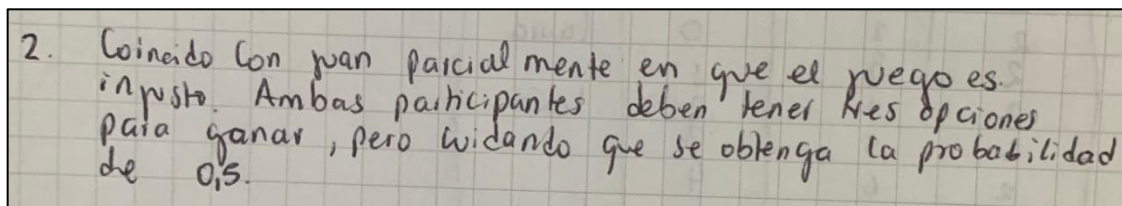
De igual forma, a partir de la identificación de todos los casos asociados a la situación, cada uno de los participantes plantea una modificación correcta al juego inventado por Laura y Camila (Ilustración 2). Sin embargo, se puede identificar en las respuestas recolectadas que todos proponen la modificación del juego a partir del ajuste de las probabilidades de ocurrencia de cada uno de los eventos aleatorios y no desde la modificación de las ganancias o premios.



Considero que para que el juego sea justo es que Laura obtenga premio cuando el resultado sea 0, 2 o 4.

Ilustración 2

Con respecto a los conocimientos matemáticos para la selección de la respuesta correcta, lo cual se abordaba en la segunda pregunta, consideramos que los participantes evidenciaron diversas dificultades en sus respuestas. Uno de los participantes considera que para que el juego sea justo ambos jugadores deben de tener el mismo número de opciones de ganar, es decir, el participante afirma que para que un juego sea equitativo este debe de ser simétrico en cuanto al número de opciones y premio obtenido (Ilustración 3). En ese sentido, consideramos que el participante posee dificultades al comprender la definición de juego equitativo.

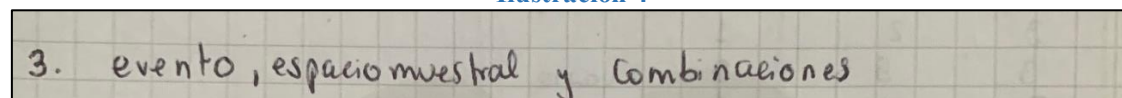


2. Coincido con gran parte en que el juego es injusto. Ambas participantes deben tener tres opciones para ganar, pero cuando se obtenga la probabilidad de 0,5.

Ilustración 3

En la pregunta 3, la cual busca comprender los conocimientos sobre los conceptos y propiedades puestas en juego para el desarrollo de la situación. Los participantes mencionan algunos de los conceptos aplicados (Ilustración 4). Sin embargo, en las respuestas proporcionadas se puede identificar dos factores relevantes: (1) no se hace mención alguna de conceptos como independencia de eventos, aleatoriedad, permutación, equiprobabilidad y simetría de objetos. (2) En la respuesta de uno de los participantes se puede identificar que hay una confusión en la definición de permutación y combinación, puesto que en si se quiere analizar el conjunto de los posibles eventos al lanzar dos dados y hacer la diferencia entre el primero y el segundo, el orden en que caen los dados es relevante, por ende, es el concepto de permutación el que se aborda y no combinación.

Ilustración 4



3. evento, espacio muestral y combinaciones

Con respecto a la pregunta 4, en la cual se cuestionaba de manera más profunda el conocimiento de los estudiantes con respecto a las dificultades, errores y obstáculos con respecto a la probabilidad, se puede afirmar que el conocimiento de los participantes fue muy limitado, esto se debe a que poseen dificultades significativas en el reconocimiento de las problemáticas en sus respuestas. Estas afirmaciones se realizan con base a las diversas respuestas proporcionadas por los participantes, como ejemplo podemos ver que el Participante 1 (Ilustración 5) afirma únicamente que, para tratar didácticamente las respuestas erróneas de los estudiantes hipotéticos, basta únicamente con mencionar el espacio muestral asociado a la situación. Sin embargo, afirmamos que dicho concepto, si bien es necesario, no es suficiente, esto se debe a que hay otros conceptos y propiedades sobre las cuales se podría abordar como lo son independencia de eventos, combinación, definición de probabilidad, juego justo, equiprobabilidad, etc.

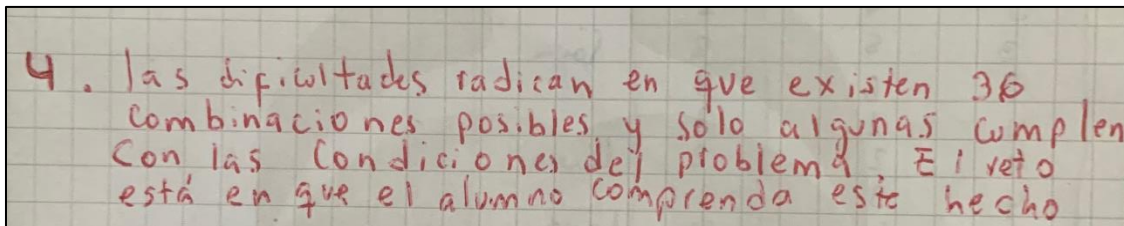


Ilustración 5

En general, los resultados del análisis de la evaluación de conocimiento permiten mostrar algunos de los errores y dificultades más recurrentes presentes en el conocimiento matemático y didáctico de la enseñanza de la probabilidad. En ese sentido, mencionamos de manera explícita nuestra preocupación sobre aquellos elementos del conocimiento didáctico que están ausentes en los participantes. Estos resultados guardan relación a los encontrados en Mohamed (2012), Vásquez (2015), Guerrero (2015) y Batanero et al. (2015), quienes afirman que hay deficiencias en el conocimiento matemático y didáctico de la probabilidad en profesores en formación y en activo de bachillerato.

■ Conclusiones

La indagación bibliográfica y el diseño, aplicación y análisis del instrumento para medir los conocimientos matemáticos y didácticos para la enseñanza de la probabilidad en bachillerato, ha permitido reconocer la importancia significativa que tiene la indagación de elementos importantes para el conocimiento profesional. El análisis cualitativo de las respuestas de los participantes permite afirmar que su estado actual de conocimiento es muy limitado, con respecto a los conocimientos didácticos asociado a la enseñanza de la probabilidad y las características de aprendizaje de los estudiantes, lo cual se complementa con lo encontrado por Batanero et al. (2015).

En un primer momento, la indagación del conocimiento matemático (MK) en las respuestas de los participantes arrojó que este conocimiento es limitado. Esto se debe a que, si bien poseen los conocimientos para la resolución de la situación planteada, existen dificultades para reconocer aspectos relacionados con procedimientos, conceptos o definiciones en juego y relaciones con otros conceptos de probabilidad. En ese sentido, consideramos de suma importancia abordar este aspecto a partir del campo de la formación de profesores.

En un segundo momento, la indagación del conocimiento didáctico (PCK) en las respuestas de los participantes arrojó que su nivel de conocimientos es insuficiente. Esta afirmación se realiza a partir de las limitadas respuestas que proporcionaron los participantes en las preguntas que se pretendía evaluar este dominio de conocimientos. En ese sentido, consideramos fundamental que se aborde este tipo de contenidos en cursos de desarrollo profesional

para profesores en activo y en formación, dado que existen dificultades significativas en: el reconocimiento de errores, dificultades y sesgos presentes en las respuestas hipotéticas de los estudiantes y dificultades para reconocer las formas de interacción que tienen los estudiantes con el contenido matemático.

■ Implicaciones

Consideramos que esta investigación pone en manifiesto la necesidad de abordar cuestiones relacionadas con el conocimiento para la enseñanza de la probabilidad en Bachillerato. En ese sentido, las reflexiones aquí consignadas constituyen un insumo importante para analizar el conocimiento actual de profesores de matemáticas en el nivel de Bachillerato. Consideramos también que, con la delimitación de algunos elementos matemáticos y didácticos para la enseñanza de la probabilidad, estos pueden ser de utilidad para la formación de profesores a través de cursos de desarrollo profesional.

■ Referencias bibliográficas

- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching. What makes it special?. *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-40.
- Batanero, C., Ortiz, J. J. y Serrano, L. (2007). Investigación en didáctica de la probabilidad. *UNO*, 44, 7-16.
- Batanero, C., Gómez, E., Contreras, J. M., y Díaz, C. (2015). Conocimiento matemático de profesores de primaria en formación para la enseñanza de la probabilidad: Un estudio exploratorio. *Praxis Educativa*, 10(1).
- Batanero, C. (2015). Investigación en didáctica de la probabilidad. En Fernández, Ceneida; Molina, Marta; Planas, Núria (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 69-72). Alicante, España: Universidad de Alicante.
- Contreras, J. M. (2011). *Evaluación de conocimientos y recursos didácticos en la formación de profesores sobre probabilidad condicional*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Escudero, D., Carrillo, J. y Flores-Medrano, E. (2015). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas detectado en la resolución del problema de las cuerdas. *PNA*, 10(1), 53-77.
- Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Montes, M., Aguilar, A. y Carrillo, J. (2014). ¿Cómo se relaciona el conocimiento que tiene el profesor acerca del aprendizaje de las matemáticas con su entendimiento sobre los Espacios de Trabajo Matemático? En I. Gómez-Chacón, J. Escribano, A. Kuzniak y P.R. Richard (Eds.). *Proceedings Fourth ETM Symposium* (pp. 473-485). Madrid, España.
- Gómez, E. (2014). *Evaluación y desarrollo del conocimiento matemático para enseñar la probabilidad en futuros profesores de educación primaria*. Tesis doctoral. Universidad de Granada, España.
- Guerrero, H. (2015). *Evaluación de Conocimientos sobre Esperanza Matemática y juegos equitativos en alumnos de Bachillerato* (Tesis Doctoral). Universidad de Granada, España.
- Mohamed, N. (2012). *Evaluación del conocimiento de los futuros profesores de educación primaria sobre Probabilidad*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada. Granada, España.
- Montes, M., Contreras, L.C., & Carrillo, J. (2013). Conocimiento del profesor de matemáticas: Enfoques del MKT y del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa & N. Climent (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XVII*. (pp. 403-410). Bilbao: SEIEM.
- Montes, M., Aguilar, A., Carrillo, J., & Muñoz-Catalán, M. (2013). *MTSK: From Common and Horizon Knowledge to Knowledge of Topics and Structures*. Manuscript submitted for publication (CERME 8).
- Rojas, N. (2015). *Caracterización del Conocimiento Especializado del profesor de matemáticos: un estudio de casos*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada, España.
- Sosa, L., Flores-Medrano, E. y Carrillo, J. (2015). Conocimiento del profesor acerca de las características de aprendizaje del álgebra en bachillerato. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(2), 173-189.

- Ortiz, J., Mohamed, N., Batanero, C., Serrano, L., y Rodríguez, J. (2006). Comparación de probabilidades en profesores en formación. En P. Bolea, M.J. González y M Moreno (Eds.), *Actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 268-276). Huesca: SEIEM.
- Ortiz, J., Batanero, C., Contreras, J. M. (2012). Conocimiento de futuros profesores sobre la idea de juego equitativo. *RELIME*, 15 (1), 63-91.
- Vásquez, C. (2014). *Evaluación de los conocimientos didáctico-matemáticos para la enseñanza de la probabilidad de los profesores de educación primaria en activo*. Tesis doctoral. Universidad de Girona, España.
- Vásquez, C. y Alsina (2015), A. Una aproximación ontosemiótica al conocimiento común del contenido para enseñar probabilidad. En: J.M. Contreras, et al. (eds.). Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos: Actas. Granada: Universidad de Granada, 2017.