

CONOCIMIENTOS DE LOS PROFESORES DE EDUCACIÓN SECUNDARIA PUESTOS EN JUEGO EN TAREAS ASOCIADAS A LAS REPRESENTACIONES DE LA FUNCIÓN LINEAL

SECONDARY EDUCATION TEACHERS' KNOWLEDGE INVOLVED IN TASKS ASSOCIATED WITH REPRESENTATIONS OF THE LINEAR FUNCTION

Norma Rubio, Cintya Gonzales, Magaly Campos

Pontificia Universidad Católica del Perú (Perú)

nrubio@pucp.edu.pe, cintya.gonzales@pucp.pe, mecamposm@pucp.pe

Resumen

Diversas investigaciones muestran que la forma en la cual un profesor comprende el significado de un objeto matemático determina, en parte, el tipo de tareas que selecciona y las representaciones que utiliza al enseñar. En este estudio se presentan algunos resultados de los conocimientos sobre las representaciones de la función lineal que una muestra de profesores de educación secundaria moviliza al resolver una de las tareas propuestas en una prueba diagnóstica. Se trata de un estudio cualitativo, en el cual se aplica el primer nivel de análisis didáctico propuesto por el Enfoque Ontosemiótico (EOS) y cuyos resultados muestran que los profesores priorizan las representaciones algebraicas sobre otras.

Palabras clave: representaciones, función lineal, conocimientos didáctico-matemáticos, profesores

Abstract

Several researches show that the way in which a teacher understands the meaning of a mathematical object determines, in part, the type of tasks they select and the representations they use when teaching. This study presents some results of the knowledge about the representations of the linear function that a sample of secondary education teachers mobilize when solving one of the tasks proposed in a diagnostic test. It is a qualitative study, in which the first level of didactic analysis proposed by the Onto-semiotic Approach (OSA) is applied and whose results show that teachers prioritize algebraic representations over others.

Key words: representations, linear function, didactic-mathematical knowledge, teachers

■ Introducción

En este artículo se muestran los primeros resultados de un proyecto que continúa en ejecución, los cuales han sido muy importantes en su etapa inicial. Este proyecto tiene como foco el estudio de los conocimientos didáctico-matemáticos de colectivos de profesores de secundaria pertenecientes a algunas regiones del Perú sobre las funciones afín y lineal para su enseñanza. Se considera en este estudio lo que la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1989) propone acerca de establecer “conexiones matemáticas” a través del uso de múltiples representaciones externas u ostensivas que servirán a los alumnos como “lentes” a través de los cuales interpreten los problemas y sus soluciones. Las funciones son ejemplos del dominio de las matemáticas en el que pueden ser usadas diferentes representaciones (gráficas, algebraicas, numéricas, etc.). De acuerdo con Matteson (2006), aprender matemáticas es como aprender una lengua extranjera y las representaciones ostensivas son los elementos clave para que los estudiantes tengan experticia para expresar y comprender los objetos matemáticos con precisión, correctamente y poder aplicarlos.

Además, es clara la importancia de los conocimientos didáctico-matemáticos que un profesor de matemática debe tener para alcanzar los desempeños de sus estudiantes, si se toma en cuenta lo que el Currículo Nacional del Ministerio de Educación del Perú establece sobre algunos de los desempeños de los estudiantes que cursan el primer y segundo año de educación secundaria en relación con la función lineal:

Interrelaciona representaciones gráficas, tabulares y algebraicas para expresar el comportamiento de la función lineal y sus elementos: intercepto con los ejes, pendiente, dominio y rango, para interpretar y resolver un problema según su contexto. Establece la relación de correspondencia entre la razón de cambio de una función lineal y la constante de proporcionalidad para resolver un problema según su contexto. (Minedu, 2017, p.255)

Por otro lado, los estudios de Leinhardt, Zaslavsky y Stein (1990), Even (1998), Ellis (2007), De Bock, Van Dooren y Verschaffel (2012) sobre las dificultades que manifiestan tener tanto los profesores como los estudiantes en relación con las funciones lineales son diversas: dificultades relacionadas con sus representaciones, la tendencia a asumir las funciones lineales en las situaciones en las cuales no lo son o producir un patrón lineal al elaborar una gráfica por el origen, cuando se trata de una función afín; así como la importancia del estudio de las funciones en la formación de docentes para contribuir a la competencia matemático-epistemológica formulada por Font (2011). Dicha problemática motivó plantearse la siguiente pregunta: ¿Qué representaciones emplean los profesores cuando resuelven tareas matemáticas sobre la función lineal? La finalidad de este trabajo es identificar los conocimientos didáctico-matemáticos relacionados con las diversas representaciones de la función lineal que profesores de educación secundaria movilizan al resolver una de las tareas propuestas en una prueba diagnóstica. Se analizan las respuestas de 75 profesores de educación secundaria pertenecientes a diversas regiones del Perú.

En este trabajo, en primer lugar, se describen algunos aspectos del enfoque Ontosemiótico (EOS), considerado como marco teórico en el cual se sustenta la investigación. Luego, se describe el método, considerando el contexto en el cual se desarrolla la investigación y algunas características de los participantes, los instrumentos de recolección y herramientas para el análisis de los datos. Finalmente, se incluyen algunos resultados del trabajo y reflexiones finales.

■ Marco teórico

Para llevar a cabo esta investigación, se ha considerado al Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS) y su modelo para categorizar el conocimiento didáctico-matemático (CDM), como lo muestra Godino (2009). Para la elaboración de la prueba diagnóstica, se toma en cuenta los aspectos más relevantes de la faceta epistémica del CDM de acuerdo a Burgos, Beltrán-Pellicer, Giacomone y Godino (2018), aplicados a las

representaciones de la función lineal. Además, se toma en consideración las conversiones entre representaciones de estas funciones, de acuerdo a Font (2011): numérica (tabla), algebraica (regla de correspondencia), gráfica (rectas) y verbal. También, se toma en cuenta el modelo de Competencias y Conocimientos Didáctico-Matemáticos (CCDM) del profesor de matemáticas propuesto por Godino, Giacomone, Batanero y Font (2017) y para el análisis de las respuestas de los profesores a los ítems, se considera el primer nivel de análisis didáctico propuesto por el EOS.

Godino, Batanero, Font y Giacomone (2016) señalan que en el EOS se entiende al CDM como aquel conocimiento más profundo de la matemática y su enseñanza, el cual es diferente al que adquieren los estudiantes, y que le sirve para diseñar, gestionar, implementar y evaluar los procesos de instrucción matemática. El modelo CDM incluye las facetas epistémica, cognitiva, afectiva, instruccional, mediacional y ecológica.

La faceta epistémica, la cual se toma en cuenta en la elaboración de la prueba diagnóstica, referente a la función lineal y a la función afín, se refiere al conocimiento de la diversidad de significados institucionales (conjuntista, analítico, gráfico, tabular o numérico) de estas funciones; además, del reconocimiento del sistema de prácticas, objetos y procesos implicados en cada significado parcial. Así, por ejemplo, el significado parcial tabular hace ostensible los aspectos numéricos y cuantitativos, mientras que el gráfico se conecta con procesos como la visualización, relacionándose con la geometría y en el cual intervienen objetos como plano coordenado, puntos, rectas, etc. Mientras que el significado parcial analítico está relacionado con los símbolos y se relaciona principalmente con el álgebra, como las reglas de correspondencia de las funciones. Además, la faceta epistémica se refiere al uso o aplicación de diversas representaciones, argumentos, estrategias de resolución. Las otras facetas no serán discutidas en este documento.

En relación con el análisis didáctico, en el EOS, se considera como “un estudio sistemático de los factores que determinan los procesos de enseñanza y aprendizaje de un contenido curricular o de aspectos parciales de los mismos”. Godino (2009) considera en el EOS cuatro niveles a considerar en este análisis didáctico:

1. Prácticas matemáticas y didácticas en las que se toman en cuenta y se describen las acciones realizadas para resolver las tareas matemáticas propuestas para contextualizar los contenidos y promover el aprendizaje. También se describen las líneas generales de actuación del docente y de los estudiantes.
2. Configuraciones de objetos y procesos (matemáticos y didácticos). A través de las cuales se describen de objetos y procesos matemáticos que intervienen en la ejecución de las prácticas, así como los que emergen de ellas. La finalidad de este nivel es describir la complejidad de objetos y significados de las prácticas matemáticas y didácticas como factor explicativo de los conflictos en su realización y de la progresión del aprendizaje.
3. Normas y metanormas. En este nivel se describen el conjunto de reglas, hábitos, normas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio, y que afectan a cada faceta y sus interacciones.
4. Idoneidad. Es el nivel en el que se identifican de potenciales mejoras del proceso de estudio que incrementen la idoneidad didáctica.

En este trabajo se aplican los dos primeros niveles de análisis didáctico. Por otro lado, cabe señalar que bajo el marco de esta investigación, se considera la siguiente postura matemática del objeto función lineal para la elaboración de las configuraciones epistémicas y cognitivas.

Una función $f: R \rightarrow R$ se llama *afín* cuando existen constantes $a, b \in \mathbb{R}$ tales que $f(x) = ax + b$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Un caso particular de las funciones afines son las *funciones lineales*, $f(x) = ax$. Por tanto, las que no son lineales serán denominadas funciones afines no lineales. Siendo la función lineal la que modeliza la relación de proporcionalidad directa.

■ Método

En este artículo se muestran los primeros resultados, los cuales han sido muy importantes en la etapa inicial de un proyecto que continúa en ejecución, el cual tiene como foco el estudio de los conocimientos didáctico-matemáticos de colectivos de profesores de secundaria de algunas regiones del Perú sobre las funciones afín y lineal para su enseñanza. En el proyecto participan 75 profesores de secundaria, de los cuales 12 son de la especialidad de Físico-Matemática, 62 son de la especialidad de Matemática y 1 profesor es ingeniero. Además, 33 profesores cuentan con más de 10 años de experiencia docente pero menos de 20 años. Siguiendo la misma línea, cabe resaltar que hay un grupo considerable de 30 profesores que manifiestan contar con más de 20 años de experiencia docente. Asimismo, 40 de ellos dictan actualmente primer año de secundaria. Con respecto a su formación, 34 de ellos cuentan con alguna maestría ya sea en gestión o administración educativa, docencia universitaria o didáctica en enseñanza de las matemáticas. Sin embargo, es preciso señalar que 12 profesores, no tienen ningún estudio adicional al de profesor de educación secundaria.

A continuación, se muestra en tabla 1 el resumen de la información anterior:

Tabla 3. *Resumen de la información de los profesores participantes*

Especialidad	Cantidad de profesores	Experiencia	Cantidad de profesores	Grado de instrucción	Cantidad de profesores
Físico-Matemática	12	0 – 3 años	3	Licenciatura	12
Matemática	62	3 – 5 años	3	Magíster	34
Ingeniero	1	5 – 10 años	6	Doctor	1
TOTAL	75	10 – 20 años	33	Otros	28
		Más de 20 años	30	TOTAL	75

En la primera etapa de este proyecto, los participantes fueron enfrentados a una prueba diagnóstica la cual consistía de siete ítems, cada uno de los cuales tenía como objetivo el que los profesores manifestaran sus conocimientos didáctico-matemáticos sobre funciones lineales/afines y las distintas representaciones (algebraica, tabular o numérica, gráfica, verbal) que utilizan al resolver una tarea. Las otras tres etapas de este proyecto siguen en ejecución (fortalecimiento de los conocimientos de los profesores, acompañamiento en el diseño e implementación de clases e identificación de los criterios que de manera empírica consideran los profesores al diseñar, implementar y evaluar su proceso de instrucción).

En este trabajo se presenta un reporte del análisis de las respuestas a una de las tareas de la prueba diagnóstica, ítem 2, la cual fue aplicada a 75 profesores en ejercicio (34 de Comas, 10 de Puno y 31 de Huacho). La duración de la prueba fue de 1 hora y 45 minutos. Las respuestas dadas por escrito se recogieron apenas el profesor finalizaba la prueba. En relación con el análisis, este se sustentó en el primer nivel de análisis propuesto por el EOS de las prácticas, objetos y procesos matemáticos, el cual permitió identificar aspectos importantes del conocimiento didáctico-matemático de la faceta epistémica de esta muestra de profesores de educación secundaria sobre las diversas representaciones de la función lineal y de la función afín. La tarea analizada en este reporte, ítem 2, consta de dos preguntas. La primera de ellas muestra las representaciones tabulares parciales de tres funciones reales de variable real f , g y h y se les pide a los profesores que analicen el valor de verdad de cuatro proposiciones sobre funciones relacionadas con su crecimiento y si son lineales.

A continuación, se muestra, en la figura 1, la tarea formulada a los profesores.

ÍTEM 2]
 A continuación se muestran representaciones tabulares parciales de las funciones reales de variable real f , g y h .

De f :

x	20	60	100
$f(x)$	5	15	4

De g :

x	$\sqrt{3}$	$3\sqrt{3}$	$5\sqrt{3}$
$g(x)$	3	9	15

De h :

x	3	5	7
$h(x)$	-9	-15	-21

1) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera? Justifique por qué eligió o no, cada una de las alternativas propuestas.

- A) f puede ser una función creciente.
- B) g puede ser una función lineal.
- C) h puede ser una función lineal.
- D) f puede ser una función lineal.

Figura 4 *Pregunta 1 del ítem 2 de la prueba diagnóstica*

Se esperaba que los profesores respondiesen que no necesariamente las funciones dadas son lineales y que f no es creciente.

En la segunda pregunta de esta misma tarea, se les propone a los profesores participantes del proyecto, considerando los datos de las tablas dadas, que propongan una pregunta distinta u otra alternativa a la formulada en 1. En la figura 2, se presenta la pregunta.

2) Considerando las representaciones tabulares parciales dadas para las funciones f , g y h , proponga una pregunta distinta u otra alternativa a la formulada en 1.

Figura 5 *Pregunta 2 del ítem 2 de la prueba diagnóstica*

Se esperaba que los profesores respondieran formulando una pregunta relacionada a un contexto extramatemático; es decir, una situación problema, ya que ellos están familiarizados con este tipo de tareas, que es lo que requiere la institución en el currículo.

■ **Análisis de las respuestas**

Para el análisis de las respuestas dadas por los 75 profesores participantes, se aplica el primer nivel del análisis didáctico propuesto por el EOS. Para ello, se elaboran las configuraciones epistémicas CE (institucionales) de acuerdo a los significados parciales: (numérico o tabular, gráfico y algebraico) para la identificación de los objetos

primarios que intervienen y emergen en la solución de la tarea propuesta de la función lineal. Las configuraciones cognitivas CC (personales), que en términos del EOS son dependientes de las configuraciones epistémicas, al haber estado el sujeto en relación con el objeto matemático en algún proceso de instrucción, fueron comparadas con estas CE; además en su justificación se esperaba que utilizaran alguna otra representación.

A continuación, se muestran las CC elaboradas, las cuales permitieron caracterizar las respuestas de los profesores en relación con la pregunta 1 de la tarea propuesta.

Configuración cognitiva CC1

Determinación de una constante de proporcionalidad, cuando el profesor verifica la linealidad a través del cálculo de y/x , al observar que esta se conserva para todos los pares de la tabla, entonces afirma que g es lineal, como se muestra en la figura 3.

De f : $\frac{2}{20} = \frac{15}{60}$

x	20	60	100
$f(x)$	5	15	4

De g : $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$

x	$\sqrt{3}$	$3\sqrt{3}$	$5\sqrt{3}$
$g(x)$	3	9	15

$\frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{9}{3\sqrt{3}} = \frac{15}{5\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

B) g puede ser una función lineal.

Si $\frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{9}{3\sqrt{3}} = \frac{15}{5\sqrt{3}}$

Figura 6 Respuesta del profesor P1

Configuración cognitiva CC2

Determinación de una razón de cambio constante, en este caso el profesor calcula el cociente de diferencia de ordenadas entre diferencia de abscisas. Se puede pensar que en esta configuración se tiene una concepción clara de la razón de cambio de una función lineal, al formular la hipótesis de que una función es lineal si su razón de cambio es constante, como se muestra en la figura 4. Sin embargo, la razón de cambio de una función afín no lineal $f(x) = ax + b$ con $b \neq 0$ también es constante.

x	$\sqrt{3}$	$3\sqrt{3}$	$5\sqrt{3}$
$g(x)$	3	9	15

$m = \frac{y}{x} = \frac{3}{\sqrt{3}}$

x	3	5	7
$h(x)$	-9	-15	-21

$\frac{3}{-9-0} = \frac{2}{-9}$
 $\frac{2}{-6} = \frac{-1}{3}$

Figura 7 Respuesta del profesor P2

Configuración cognitiva CC3

Determinación de una regla de correspondencia para validar que una función es lineal en esta configuración presuponiendo que el conjunto de puntos satisface la regla de una función afín y poniendo énfasis en lo algebraico. Para ello, el profesor halla los coeficientes a y b del modelo, regla de correspondencia, fórmula o ecuación $y = ax + b$, reemplaza dos pares de valores de la tabla, estableciendo así un sistema de ecuaciones, como se muestra en la figura 5.

De h :

x	3	5	7
$h(x)$	-9	-15	-21

$y = ax + b$ $-15 = a(5) + b$
 $-9 = a(3) + b$

1) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera? Justifique por qué eligió o no, cada una de las alternativas propuestas.

A) f puede ser una función creciente. $-9 = 3a + b$
 $-15 = 5a + b$
 $-9 - 3a = -15 - 5a$
 $2a = -15 + 9$
 $2a = -6$
 $a = -3$

B) g puede ser una función lineal.
 Si $P(0,0) \quad \frac{9}{\sqrt{3}} = \frac{9}{3\sqrt{3}} = \frac{15}{5\sqrt{3}}$ $-9 - 3a = -15 - 5a$
 $-15 = 5a + b$
 $-15 = -3(5) + b$
 $0 = b$

C) h puede ser una función lineal.
 Si $\begin{cases} -9 = a(3) + b \\ -15 = a(5) + b \end{cases} \Leftrightarrow a = -3 ; b = 0$

D) f puede ser una función lineal.
 No.

Figura 8 Respuesta del profesor P3

En este caso se observa que no se verifica que el tercer punto cumpla la regla, solo afirma que es lineal ya que $b = 0$. Coincidimos con Birgin (2012) en que esta configuración no ayuda a dar un significado de razón de cambio al coeficiente “ a ”.

Configuración cognitiva CC4

Determinación de alguna regularidad en las imágenes, cuando el profesor recurre a la multiplicación por un determinado factor, o la elevación al cuadrado. Se infiere de su procedimiento que intenta encontrar un patrón; sin embargo, no lo logra.

De g :

x	$\sqrt{3}$	$3\sqrt{3}$	$5\sqrt{3}$
$g(x)$	3	9	15

$y = x$ $g(x) = x$
 $g(x) = x$ $g(3) = \sqrt{3}$
 $g(\sqrt{5}) = 3 = (\sqrt{5})^2$ $y = x$
 $g(3\sqrt{3}) = 9 = 3(\sqrt{3})^2$ $g(x) = x$
 $g(5\sqrt{3}) = 15 = 5(\sqrt{3})^2$ $Ax + 0 = 0$
 $\sqrt{5} = 3$

De h :

x	3	5	7
$h(x)$	-9	-15	-21

Figura 9 Respuesta del profesor P4

De acuerdo con Ellis (2007), esta configuración muestra una influencia de razonamiento deductivo para llegar a la generalización.

Configuración cognitiva CC5

Validación a través del trazo de una gráfica, uniendo los puntos dados de una función mediante un trazo continuo. En la figura 7, se observa que el profesor ubica los puntos y se percata que están alineados, por lo que traza una recta que pasa por estos y concluye que esos puntos pertenecen a la gráfica de una función lineal. Por lo general,

como lo muestra la investigación de Leinhardt et al. (1990), se tiende a adoptar el fenómeno de continuidad y de linealidad.

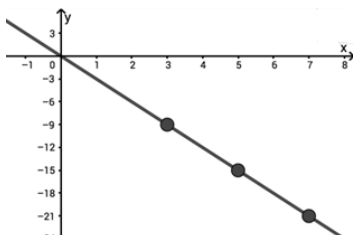


Figura 10 Respuesta del profesor P5

De los 75 profesores que participaron en la prueba diagnóstica contestaron al ítem 60 profesores y, como se observa, una gran mayoría se basa en las reglas de correspondencia para justificar que una función es lineal. Solo dos profesores hacen uso de la proporción. Además, 19 profesores afirman que gráficamente las tres coordenadas dadas corresponden a tres puntos colineales, sin considerar el caso de que haya otros puntos que no pertenezcan a la recta que grafican, ya que no se afirma que es una función lineal. En la tabla 2, se presenta la cantidad de profesores cuyas respuestas corresponden a una de las CC mostradas anteriormente.

Tabla 4. Características de las respuestas de los profesores

Caracterización de las respuestas	Cantidad de profesores
1. Determina una constante de proporcionalidad que no corresponde precisamente a la razón de cambio constante.	8
2. Verifica la linealidad a través de una razón de cambio.	4
3. Determinan la regla de correspondencia $g(x) = (\sqrt{3})x$ en la cual los tres puntos verifican la expresión.	27
4. Relaciona que por cada $2\sqrt{3}$, que se incrementa en x , el valor de $g(x)$ aumenta 6 unidades.	2
5. Afirma que gráficamente las tres coordenadas dadas corresponderían a tres puntos colineales en una representación gráfica o afirman que pasa por el origen de coordenadas.	19

En el caso de la pregunta 2, ningún profesor propuso una situación problema. La mayoría cambia los valores de las tablas o elabora preguntas que requieren para su solución la regla de correspondencia. Siguiendo la misma línea, varios profesores consideran que las representaciones de las funciones lineales se relacionan con su regla de correspondencia o modelizaciones. En las figuras 8 y 9 se muestran las respuestas que dieron algunos profesores.

2) Considerando las representaciones tabulares parciales dadas para las funciones f , g y h , proponga una pregunta distinta u otra alternativa a la formulada en 1.

¿Cuál sería la modelización matemática que se ages a cada función?

Figura 11 Respuesta del profesor P6

2) Considerando las representaciones tabulares parciales dadas para las funciones f , g y h , proponga una pregunta distinta u otra alternativa a la formulada en 1.

¿La función f a que función corresponde?

Figura 9 Respuesta del profesor P7

■ Resultados

Con respecto a la pregunta 1 del ítem 2, los conocimientos de los profesores puestos en juego en esta tarea son variados. Así, según el análisis realizado, se puede afirmar que la mayoría de los profesores tiene un conocimiento común, porque resuelve la tarea; aunque algunos de los profesores cometen errores, como el afirmar que dados tres puntos de una gráfica al unirlos resulte una recta, sin conocer la regla de correspondencia. También, muestran tener cierto conocimiento especializado (faceta epistémica, propuesta por el EOS) ya que además los profesores tratan de justificar sus respuestas empleando diferentes representaciones ostensivas, mostrando de esta manera los significados parciales (numérico, algebraico, gráfico, etc.) que conocen de la función lineal. Sin embargo, las justificaciones dadas por los profesores a la primera pregunta no correspondieron a la respuesta esperada; una de estas fue, por ejemplo, f puede ser creciente en un intervalo limitado.

Con respecto a las demás preguntas, las respuestas que se obtuvieron coincidieron con los supuestos hipotéticos H1, H2, H3, H4 y H5 que nos planteamos. H1: La estructura de la pregunta puede hacer que el profesor centre su atención en que haga cumplir los datos de la representación tabular y obviar el fin de esta. H2: Los puntos podían pertenecer a una función por tramos; sin embargo, también estaba la hipótesis de que la idea global de función intervendría en el problema, para deducir que esta era una función continua con el mismo comportamiento en todo su dominio y por tanto pasa por el origen. H3: Uso de la constante de proporcionalidad y H4: Cálculo de la razón de cambio para verificar la linealidad. H5: Los profesores iban a privilegiar la representación algebraica y usarían los puntos de la tabla como parte de un modelo funcional $f(x) = mx$. Este último supuesto hipotético fue finalmente corroborado.

Se pudo constatar, con la pregunta 2, que a pesar de que en las disposiciones del Minedu está que los profesores trabajen con situaciones problemas, no es fácil la creación de estas.

Concordamos con Burgos et al. (2018) cuando afirman que los profesores en formación no son comúnmente precisos con la noción de proposición, la cual a veces es interpretada por ellos como premisa o argumento en lugar de un enunciado sobre conceptos que requiere de justificación o de una prueba. En nuestro caso, también observamos lo mismo con profesores en servicio, ya que no se cuestionan la verdad de la afirmación y solo trabajan en aspectos procedimentales y de manera algorítmica, lo cual no fortalece el significado de función lineal.

■ Reflexiones finales

Este estudio es importante pues se ha podido identificar las diferentes concepciones que tienen los profesores en servicio que participan en este proyecto respecto al concepto de función, en particular al de función lineal. La mayoría de estos profesores puso mayor énfasis tanto en la manipulación de la representación algebraica, como en la representación gráfica para justificar sus argumentos, como se observa en las soluciones que proporcionan al momento de desarrollar las tareas. Por ello, es importante poner énfasis en las otras representaciones para comprender la noción de función lineal, tanto desde un punto de vista local y global. Asimismo, se observa que los

profesores de este estudio muestran limitadas argumentaciones y deficiencias en las propuestas de preguntas que formulan, lo que también debe ser desarrollado.

Por otro lado, con base en los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica, se ha continuado con la segunda etapa del proyecto, para que así puedan ser capacitados de una manera más certera al implementar los talleres. Así, por ejemplo, se ha podido trabajar con las diferentes representaciones de la función lineal y no solo con la representación algebraica; los profesores tomaron conciencia que, dada una tabla de valores de una función, esto no garantiza que esta sea lineal; que no solo se debe aplicar la regla de correspondencia, sino que también se puede hacer uso de proporciones, cuando corresponda. En diversas oportunidades se recurre, en educación primaria, a la construcción de tablas para la organización de situaciones cotidianas en las que interviene la proporcionalidad; sin embargo, este tipo de representación no es tomado en cuenta en educación secundaria, lo que podría servir para una introducción y que fue planteado en los talleres.

El ítem 2 ha permitido observar que los profesores emplean diversos ostensivos, pero sin necesidad de conocer el objeto matemático que está siendo representado. Por otro lado, se detecta conocimientos parciales de los profesores y su falta de práctica para generar situaciones de contexto extra-matemático.

Por lo tanto, se considera que, hacer explícito los conocimientos didáctico-matemáticos del profesor de matemática respecto de funciones lineales constituye un aporte de interés para la formación inicial y permanente del profesorado de matemáticas, ya que puede proporcionar herramientas para el diseño e implementación de procesos formativos para este profesorado a fin de brindarle nuevas herramientas que enriquezcan su labor profesional para facilitar el aprendizaje de sus alumnos y alcanzar los estándares exigidos en las programaciones curriculares, respecto a este contenido en particular.

Agradecimiento: Trabajo realizado en el marco del proyecto de investigación DGI-PUCP 216-2018-3-0051

■ Referencias bibliográficas

- Birgin, Osman. (2012). Investigation of eighth-grade students' understanding of the slope of the linear function. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 26(42a), 139-162.
- Burgos, M., Beltrán-Pellicer, P., Giacomone, B., Godino, J. (2018). Conocimientos y competencia de futuros profesores de matemáticas en tareas de proporcionalidad. *Educação e Pesquisa*, 44, e182013.
- De Bock, D., Van Dooren, Wim., & Verschaffel, L.(2012). Students' understanding of linear and non-linear functions: Two studies on the mediating role of external representations. *HUB Research papers economics & management*, 40, 1-33.
- Ellis, A. (2007). Connections between generalizing and justifying: Students' reasoning with linear relationship. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 194-229.
- Even, R. (1998). Factors involved in linking representations of functions. *Journal of Mathematical Behaviour*, 17, 105-121.
- Font, V. (2011). Las funciones y la competencia disciplinar en la formación docente matemática. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 56, 86-94.
- Godino J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31.
- Godino, J.D., Batanero, C., Font, V., y Giacomone, B., y (2016). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: El modelo CCDM. En J.A. Macías, A. Jiménez, J.L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds). *Investigación en Educación Matemática XX* (pp.285-294). Málaga:SEIEM.
- Godino, J., Giacomone, B., Batanero, C., y Font, V. (2017). Enfoque Ontosemiótico de los Conocimientos y competencias del Profesor de Matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90-113.

- Leinhardt, G., Zaslavsky, O. & Stein, M. (1990). Functions, graphs, and graphing: tasks, learning, and teaching. *Review of Educational Research, Washington, 60*, 1 - 64.
- Matteson, S.M. (2006). Mathematical literacy and standardized mathematical assessments. *Reading Psychology, 27*, 205-233.
- Ministerio de Educación del Perú. (2017). *Programa Curricular de Educación Secundaria*. Lima.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.