

USO DE OBJETOS VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM VISANDO A COMPREENSÃO E A REPRESENTAÇÃO DE ELEMENTOS DA GEOMETRIA ANALÍTICA

USE OF VIRTUAL LEARNING OBJECTS FOR THE UNDERSTANDING AND REPRESENTATION OF ANALYTICAL GEOMETRY ELEMENTS

Solange Maria Guarda, Vitor José Petry

Universidade do Oeste de Santa Catarina (Brasil). Universidade Federal da Fronteira Sul (Brasil)
sola_g7@hotmail.com, vitor.petry@uffs.edu.br

Resumo

Nesta pesquisa foram usados objetos virtuais de aprendizagem - OVA desenvolvidos no software GeoGebra para o ensino de conteúdos relacionados à geometria analítica, sendo analisadas diferentes representações apresentadas por alunos, com o objetivo de identificar evidências da compreensão e aprendizagem de conceitos abordados. O trabalho se caracteriza como uma pesquisa qualitativa, sendo a análise dos dados, textual discursiva. Embora a maioria dos alunos tenha conseguido transitar entre as diferentes formas de representação, algumas dificuldades foram observadas, indicando a necessidades de complementação de estudos através de sistematizações e principalmente do desenvolvimento de habilidades da representação descritiva dos elementos estudados.

Palabras chave: representações semióticas, geometria, OVA

Abstract

In this research virtual learning objects developed in GeoGebra software were used for the teaching of contents related to analytical geometry, analyzing different representations presented by students, with the objective of identifying evidence of the understanding and learning of the addressed concepts. The work is characterized as a qualitative research, with a textual discursive analysis of data. Although most of the students managed to go along the different forms of representation, some difficulties were observed, indicating the need to complement studies through systematizations and mainly through the development of skills of descriptive representation of the studied elements.

Key words: remiotic representations, geometry, virtual learning objects (OVA)

■ Introdução

Considerando as dificuldades relativas a conhecimentos da Matemática apresentados por alunos do Ensino Médio e ingressantes nos cursos superiores, inclusive nas áreas consideradas de exatas, algumas universidades, como é o caso da universidade campo desta pesquisa, oferecem disciplinas para a retomada de alguns conteúdos na tentativa de desenvolver em seus alunos habilidades de raciocínio lógico, de argumentação e de representação de conceitos e propriedades abordadas. Dessa forma, nesta pesquisa são analisadas, com base na teoria de Duval (2003, 2012), representações apresentadas por dezessete alunos da primeira fase de um curso de Arquitetura e Urbanismo na abordagem de conceitos de geometria analítica com o objetivo de identificar evidências da compreensão e aprendizagem de conceitos abordados.

Na perspectiva de um professor mediador dos processos de aprendizagem, cabe a ele a busca por métodos e estratégias que auxiliem o aluno na compreensão e representação dos objetos de estudo, visando torná-los mais significativos. Para Pozo (2002, p. 145), “[...] a possibilidade que um professor tem de mover seus alunos para a aprendizagem depende em grande parte de como ele mesmo enfrenta sua tarefa de ensinar”. O uso de ferramentas tecnológicas pode auxiliar nesta tarefa, permitindo a interação entre as diferentes formas de representações semióticas dos conceitos trabalhados, contribuindo na elaboração do pensamento cognitivo do aluno.

Nesta perspectiva, foram desenvolvidas e aplicadas atividades utilizando objetos virtuais de aprendizagem – OVA, ou simplesmente objetos de aprendizagem, conforme definição usada por alguns autores citados neste trabalho, para o ensino de conteúdos relacionados à geometria analítica, envolvendo os tópicos: propriedades e área do paralelogramo e do triângulo gerado por dois vetores linearmente independentes (LI).

■ Marco teórico

Para Duval (2003, 2009), as diferentes maneiras de representação de conteúdo (matemático ou não), são denominadas representações semióticas, que devem transformar o funcionamento cognitivo do indivíduo para que haja uma apreensão conceitual, de raciocínio ou compreensão de enunciados. Ainda, na percepção do autor, o uso dos sistemas semióticos é essencial para a compreensão do aluno e a importância das representações perpassa o domínio da Matemática e de sua aprendizagem. O caráter intencional das representações conscientes é fundamental, do ponto de vista cognitivo, pois permite tomar consciência do papel essencial da significação na determinação dos objetos e é através dessa significação, que se faz a apreensão do conceito de um objeto. Em particular, para a aprendizagem de diversos objetos matemáticos, é fundamental, o reconhecimento e a representação dos sistemas de numeração, notações simbólicas para os objetos, estruturas algébricas, lógica de operações, figuras geométricas, representações em perspectiva, gráficos, além de outras. Segundo a teoria de Duval (2003, 2012), é fundamental o desenvolvimento de habilidades para utilizar e transitar por pelo menos dois registros de representação do objeto em estudo para considerá-lo aprendido. Considera-se, portanto, que existem diferentes formas de representação de um mesmo elemento matemático, no entanto, é necessário que haja similaridade no pensamento cognitivo do aluno a fim de que ocorra, de fato, uma apropriação do conceito matemático relacionado aos objetos apresentados, seja ele geométrico, gráfico ou algébrico.

Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes. Consideram-se, geralmente, as representações semióticas como um simples meio de exteriorização de representações mentais para fins de comunicação, quer dizer para torná-las visíveis ou acessíveis a outrem. Ora, este ponto de vista é enganoso. As representações não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento (Duval, 2012, p. 269).

É importante que o professor, como agente no processo de ensino e aprendizagem, tenha ciência como isso ocorre na formação cognitiva do aluno para conseguir fazer as intervenções apropriadas em função da fase de desenvolvimento em que o aluno se encontra, além de propor e aplicar metodologias, desenvolver estratégias, adotar ferramentas que o despertem ao processo de aprendizagem e consequente desenvolvimento intelectual.

Considerando as constantes evoluções nas dinâmicas da sociedade, com a incorporação frequente de novas tecnologias é fundamental que a escola também esteja em constante transformação. Pensar e modificar as práticas pedagógicas considerando o desenvolvimento intelectual, o desempenho do aluno e as transformações sociais deve ser um processo constante na prática docente, levando o professor a propor métodos e estratégias eficazes para que o aluno construa seus conhecimentos a partir dos conteúdos dispostos no currículo escolar e das atividades propostas.

A utilização de tecnologias para o ensino vai muito além do simples uso de equipamentos eletrônicos. Em se tratando da disciplina de Matemática, é possível usar calculadoras online, softwares, além de diversas outras tecnologias digitais que possibilitam representar expressões algébricas e formas geométricas, e até mesmo, o uso da programação computacional. Segundo Baldin (2008), há uma inovação metodológica oportunizada pelo uso de tecnologias no ensino dessa disciplina, porém, “pesquisas indicam principalmente a necessidade de olhar para a preparação dos professores que irão utilizar os novos recursos na sala de aula” (Baldin, 2008, p. 8). Sendo assim, para que o uso de tecnologias seja uma ferramenta eficaz no processo de ensino e aprendizagem, o professor precisa estar preparado, conhecer suas ferramentas e a forma de utilizá-las. Ainda, segundo Baldin, “[...] o uso de tecnologias traz a possibilidade de executar atividades de laboratórios com problemas contextualizados de Matemática, introduzindo técnicas de modelagem, análise crítica de resultados mediados por tecnologias, habilidades de resolução de problemas, criando cenários favoráveis para atividades de Ensino Integrado.” (Baldin, 2008, p. 8).

De acordo com Audino e Nascimento (2010, p. 133), “... qualquer material digital que possa ser reutilizado para dar suporte ao ensino é considerado um objeto de aprendizagem”.

Uma das formas de utilizar a tecnologia digital em sala de aula se dá pela construção e a interação com OVA, cuja utilização como instrumento de aprendizagem já vem sendo discutida desde a década de 1990, apesar de não haver uma definição única entre pesquisadores e defensores da forma específica de utilização desse material. As abordagens feitas sobre o tema são ecléticas, no entanto, fica evidente que os OVA são considerados importantes no processo de ensino e aprendizagem pela capacidade de simular e animar fenômenos e pela facilidade de proporcionar diferentes representações de objetos, no caso do ensino de Matemática.

Ao ensinar ou aprender Matemática, utiliza-se diferentes símbolos e formas para representar estruturas conceituais e o uso de OVA é uma tentativa de realizar a interação entre as formas de representação semióticas dessas estruturas ou objetos de estudos. Vale destacar que o simples uso de OVA ou outras formas tecnológicas, não garante por si só a aprendizagem. Segundo Kummer (2018), muitas vezes, o aluno tem dificuldade em fazer a passagem da representação por símbolos para a forma conceitual. De acordo com este autor, o mesmo ocorre na relação com os objetos de aprendizagem, onde frequentemente o aluno consegue interagir e propor soluções para o problema em tela, porém apresenta dificuldades para expressar os conceitos relacionados a esse problema. Por isso, na medida que estas dificuldades vão surgindo, é necessário realizar uma sistematização dos elementos, apresentando-os de forma conceitual, permitindo que o aluno acompanhe racionalmente a passagem da forma de representação do objeto do estudo.

■ Metodologia

O trabalho se caracteriza como uma pesquisa qualitativa, sendo a análise dos dados textual discursiva, descrita por Moraes e Galiuzzi (2007). Desenvolver e utilizar ferramentas que contribuam para a compreensão de conceitos e argumentações de forma significativa ao aluno foi o propósito da aplicação das atividades apresentadas neste trabalho. A partir das atividades desenvolvidas, buscou-se identificar as principais formas de representação semiótica apresentadas pelos alunos ao interagirem com os OVA e como conseguiram transitar entre diferentes formas de representação dos objetos matemáticos estudados.

O registro das atividades e a coleta de dados para a análise se deu por meio de diário de bordo com relatos e apontamentos feitos pela professora da turma (coautora desta pesquisa), de relatórios das atividades realizadas e dos materiais desenvolvidos pelos alunos. Para esta pesquisa foram desenvolvidos e disponibilizados de forma online, três objetos virtuais de aprendizagem. Os objetos foram desenvolvidos usando o software GeoGebra e consistem em atividades interativas, disponibilizadas aos alunos durante a aplicação do projeto com a finalidade de construção dos conceitos relacionados aos tópicos abordados.

Cada OVA foi projetado com finalidade específica, sendo que o primeiro (OVA1), apresentado na figura 1, teve como propósito levar os alunos a observarem dois vetores LI no plano, a geração do paralelogramo a partir desses vetores e como consequência a identificação de algumas propriedades do paralelogramo. O objetivo a ser alcançado na interação com o segundo objeto (OVA2), apresentado na figura 2, foi de identificar os lados do paralelogramo como os segmentos, cujos comprimentos são as normas dos vetores, identificar a altura relativa à base e como consequência, chegar às relações que fornecem a área do paralelogramo gerado por dois vetores LI. O propósito do terceiro (OVA3), apresentado na figura 3, foi de identificar a diagonal do paralelogramo (diferença entre os dois vetores) e determinar a área do triângulo gerado. Em cada um dos objetos foi inserida uma caixa de diálogo de forma a permitir a exibição de instruções para facilitar a interação dos alunos com o objeto e permitir-lhes compreender os conceitos matemáticos usados para a obtenção do valor dos elementos calculados no referido objeto. Na figura 1 é apresentado um print do OVA1, enquanto os objetos OVA2 e OVA3 são apresentados nas figuras 2 e 3, respectivamente.

OVA 1: Paralelogramo gerado por dois vetores LI

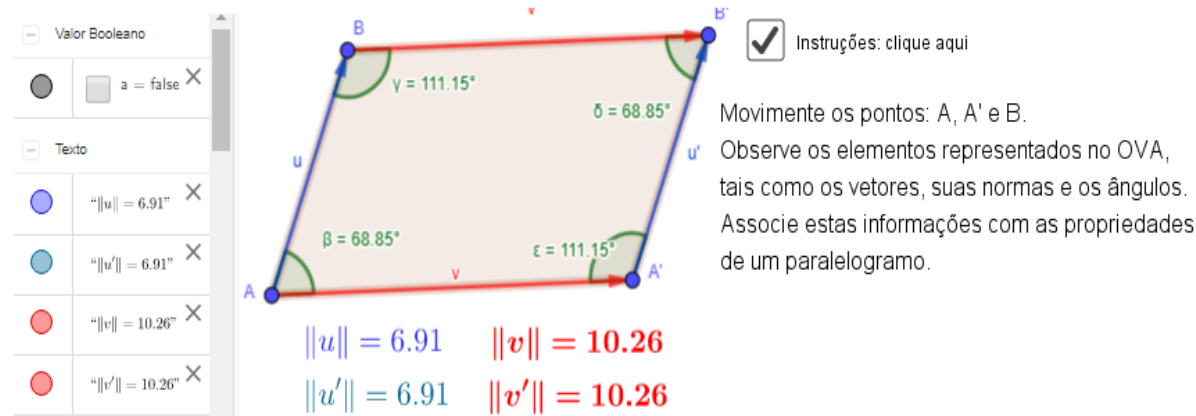


Figura 1: Tela de apresentação do OVA1. Fonte: Autores.

OVA 2: Área do paralelogramo gerado por dois vetores LI

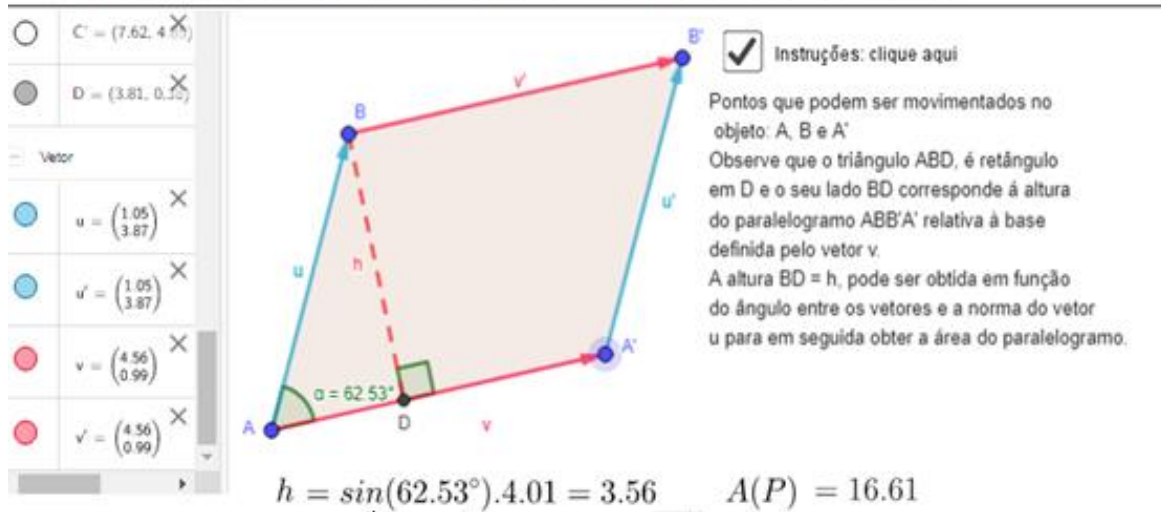


Figura 2: Tela de apresentação do OVA2. Fonte: Autores

OVA 3: Área do triângulo gerado por dois vetores LI

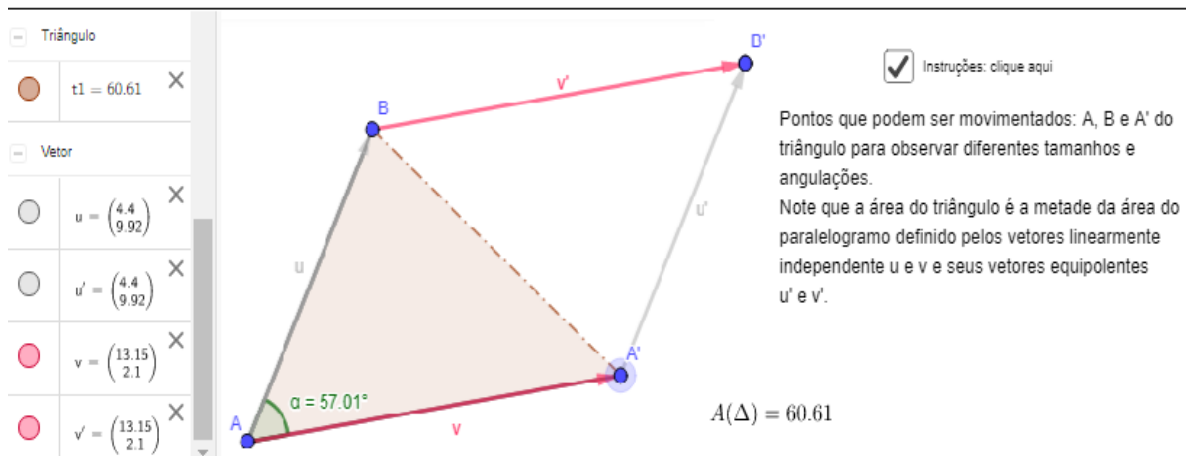


Figura 3: Tela de apresentação do OVA3. Fonte: Autores

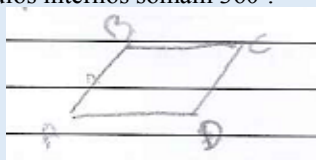
A aplicação se deu em uma turma com dezessete alunos da primeira fase de um curso de Arquitetura e Urbanismo noturno, em um encontro com quatro períodos, correspondendo cada período a uma aula de cinquenta minutos. Inicialmente foi explicada a dinâmica da proposta e na sequência os alunos foram convidados a interagir com os OVA. Durante esta interação, foram propostas atividades aos alunos em que estes foram instigados a fazer as representações dos objetos de estudo, seguido de um momento de socialização de suas observações e da formalização conjunta de alguns conceitos, corroborando com Demo (1996, p. 125) quando destaca a importância de “[...] socializar conhecimento relevante para uma plateia [...] que tem a oportunidade de ouvir a mensagem construída”. Para finalizar, foram propostos alguns exercícios visando verificar e aprofundar a aprendizagem dos conceitos trabalhados, permitindo novas representações.

■ Resultados e análise

Ao interagirem com os OVA, foi solicitado para que os alunos descrevessem sua percepção em relação às propriedades do paralelogramo, a determinação de sua altura e área, bem como a área do triângulo, ambos, gerados por dois vetores LI. Nesta atividade tiveram a oportunidade de fazer representações em linguagem textual, em linguagem algébrica e representações geométricas dos objetos. A percepção dos alunos relativa às propriedades do paralelogramo a partir da interação com o primeiro OVA são descritas no quadro 1. Para apresentar as respostas de cada aluno, buscando preservar sua identidade, estes foram identificados pela letra “A” seguida de um número, atribuído aleatoriamente a cada aluno de 1 a 17. Dessa forma, A1 representa o aluno 1 e assim, sucessivamente.

Quadro 1 – Percepção dos alunos relativa às propriedades do paralelogramo a partir da interação com OVA 1.

Questão: Quais as propriedades do paralelogramo você identifica no OVA 1?			
Aluno	Resposta	Aluno	Resposta
A1	Lados paralelos, ângulos opostos pelo vértice consecutivos	A10	O paralelogramo possui dois pares de lados paralelos, portanto são vetores equipolentes, e que não importa, o “movimento” que se faça, os lados permanecem paralelos e os ângulos internos opostos pelo vértice sempre serão congruentes.
A2	Lados paralelos, equipolentes, mesma norma, mesmo sentido, ângulos internos soma 360° .	A11	O paralelogramo possui 2 pares de lados paralelos, portanto, são vetores equipotentes, e que não importa o movimento que se faça os lados permanecem paralelos e os ângulos internos opostos são congruentes e ângulos consecutivos suplementares.
A3	Os lados são paralelos e equipolentes. Os ângulos são congruentes do seu ângulo oposto.	A12	Ângulos e lados opostos são iguais.
A4	Lados equipolentes, ângulos alternos internos, lei do seno para a altura.	A13	Possui lados e ângulos opostos congruentes, lados opostos paralelos, ângulos consecutivos formam 180° .
A5	Mesma norma, mesmo sentido lados paralelos. Os ângulos opostos são congruentes.	A14	Lados e ângulos opostos congruentes.
A6	Lados paralelos, ângulos opostos pelo vértice são congruentes. Ângulos internos somam 360° .	A15	Que são vetores paralelos, que os ângulos são congruentes, que indiferente como o paralelo muda eles ficam com os ângulos internos congruentes.
A7	Lados (vetores) opostos são paralelos e ângulos opostos são congruentes.	A16	Os ângulos opostos são congruentes, os vetores são paralelos.



A8	Observando o paralelogramo tem-se que ele possui dois pares de lados paralelos que são vetores equipolentes e que não importa o “movimento” que se faça os lados permanecem paralelos e ângulos internos opostos sempre são congruentes.	A17	Que são vetores paralelos, que os ângulos são congruentes, que indiferente como o paralelo muda eles ficam com os ângulos internos congruentes.
A9	Lados equipolentes, ângulos alternos internos iguais, lei do seno para a altura.		

Ao analisar as respostas dos alunos à questão apresentada no momento da interação com este OVA verificou-se que a maioria conseguiu identificar duas das propriedades do paralelogramo: que os lados paralelos possuem a mesma medida, ou seja, a norma dos vetores u e u' e dos vetores v e v' são respectivamente iguais (A2, A3, A4, A5, A6, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14 e A16); e que os ângulos opostos são congruentes, (A3, A5, A6, A7, A8, A10, A11, A12, A13, A14 e A16). Apenas dois alunos citaram o fato de os ângulos consecutivos serem suplementares (A11 e A13).

Os alunos A15 e A17 apontaram o fato de que, independentemente de como o paralelogramo é movimentado, os ângulos permanecem congruentes, não observando, porém, que essa propriedade é válida somente para os ângulos opostos. O aluno A2 descreveu que a soma dos ângulos internos é 360° . O aluno A8 descreveu os lados paralelos como vetores equipolentes e que, independentemente da posição do paralelogramo, essa propriedade permanecia e os ângulos opostos “pelo vértice” eram congruentes, mesma descrição realizada pelo aluno A10. Com base na análise realizada, percebe-se, que, embora estes últimos alunos tenham feito a observação correta na interação com o OVA, houve uma confusão de linguagem, ao falar “opostos pelo vértice”. Chama atenção ainda a similaridade entre as duas respostas, sugerindo uma análise conjunta nesta atividade.

Observa-se ainda que alguns alunos apresentaram dificuldades em expressar suas conclusões fazendo confusão de linguagem e/ou apresentando respostas desconexas e incompletas com relação às situações observadas. Por exemplo os alunos A1 e A4 fazem descrições confusas e desconexas, o que sugere uma dificuldade de estabelecer as transformações de representação sugeridas por Duval (2003, 2009, 2012). Já no caso dos alunos A2, A3, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A16 e A17, há um indicativo da habilidade de transitar da representação geométrica para a representação em linguagem escrita, sugerindo-se a compreensão dos conceitos abordados, de acordo com Duval (2003, 2009, 2012).

Com o propósito de determinar a área do paralelogramo, sugeriu-se que os alunos observassem o OVA 2, que tem representada a altura e o ângulo formado entre os dois vetores u e v , geradores do paralelogramo. Eles deveriam apontar a forma de determinar a altura do paralelogramo para, posteriormente, determinar sua área, na tentativa de transitar entre a representação geométrica disponível no OVA para uma linguagem textual ou algébrica. No terceiro OVA, com a introdução do segmento (A'B) (diagonal do paralelogramo), os alunos foram instigados a determinar a forma de calcular a área do triângulo, ao concluírem que esse segmento dividiu o paralelogramo $ABB'A'$ em dois triângulos congruentes $\triangle ABA'$ e $\triangle BB'A'$.

Ao analisar as respostas verificou-se que apesar de algumas imprecisões de notação, a maioria dos alunos conseguiu identificar a altura do paralelogramo como sendo o produto do seno do ângulo entre os vetores geradores do paralelogramo e a norma de do vetor u . Os alunos A2, A7, A9, A12, A13, A14, A15 e A16, conseguiram fazer a representação algébrica de forma correta, porém não apresentaram a solução em forma textual.

Os alunos A3, A5 e A6 também apresentaram apenas a forma algébrica, mas com imprecisões na notação, embora suas respostas sugiram que tenham compreendido a correta relação entre os elementos envolvidos. Já os alunos A4 e A17 expressaram a altura do paralelogramo como sendo o produto do seno do ângulo entre os vetores geradores do paralelogramo e a norma do vetor v . Embora no material coletado não seja possível identificar sua linha de

raciocínio, esta representação pode ser considerada correta quando o vetor u for tomado como base do paralelogramo, mas isto difere da representação geométrica disponível no OVA, o que reforça a hipótese de se ter havido uma confusão no momento da escrita. Apenas dois alunos (A8 e A10) fizeram a correta representação em duas formas distintas (linguagem textual escrita e linguagem algébrica), enquanto o aluno A11 optou apenas pela representação textual.

Novamente o aluno A1 mostrou dificuldades para fazer qualquer tipo de representação, apresentando resposta confusa e desconectada com a proposta. Na figura 4 são apresentadas as representações dos alunos A12, A4 e A1, respectivamente, que exemplificam esta análise.

Quanto à representação algébrica da área do paralelogramo e do triângulo, os alunos A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A16 e A17 conseguiram expressar estas a partir do produto da norma do vetor que está na base do paralelogramo pela altura obtida no exercício anterior, de forma a expressar a área do paralelogramo como o produto das normas dos dois vetores pelo seno do ângulo formado por estes, e a área do triângulo como a metade dessa área, sugerindo que estes conseguiram transitar corretamente entre as representações geométrica e algébrica. O aluno A2 conseguiu representar corretamente a área do paralelogramo, porém não mostrou a representação da área do triângulo, enquanto A4 representou a área do paralelogramo como indicado acima, porém para a área do triângulo optou em representá-la como a metade do módulo do determinante cujas linhas são as coordenadas dos respectivos vetores geradores. Esta forma de representação também foi observada nas respostas do aluno A6 para a área das duas figuras geométricas em análise.

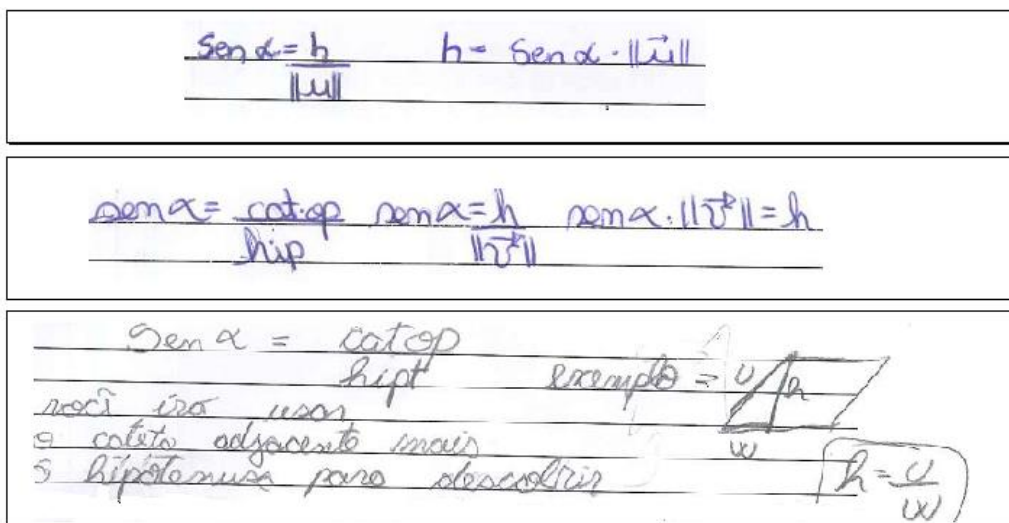


Figura 4: Representações feitas pelos alunos A12, A4 e A1, respectivamente, relativas as suas percepções sobre a obtenção da altura do paralelogramo.

Houve ainda quem optasse pelas duas representações, como por exemplo, o aluno A7. A segunda forma de representação não decorre imediatamente da representação geométrica proposta nos OVA, porém ela é apresentada no material didático usado pelos alunos durante a disciplina, o que leva a concluir que os alunos que optaram por ela, fizeram consulta ao referido material. Essa hipótese é reforçada pelo fato de não explicitarem em seu uso o significado dos elementos da matriz e sim, apenas apresentarem a fórmula para calcular a área. Após o desenvolvimento destas atividades, no momento da socialização e formalização, esta representação também foi formalizada. Os alunos A3 e A5 apresentaram representações confusas e incorretas para a área do paralelogramo e não apresentaram representação da área do triângulo, sugerindo dificuldades na compreensão dos conteúdos propostos. Já o aluno A1, que na atividade anterior não havia conseguido a expressão correta para representar a

altura, apresentou a expressão correta para o cálculo da área, sugerindo também uma consulta ao material ou a algum colega, visto que no conjunto das atividades não conseguiu fazer a construção consistente de suas representações. Na figura 5 são apresentadas as representações algébricas dos alunos A14 e A7, respectivamente.

Figure 5 shows two boxes of handwritten mathematical formulas. The top box contains two lines: the first line is 'Paralelogramo: $A = \|w\| \cdot h \rightarrow A = \text{Sen } \alpha \cdot \|w\| \cdot \|v\|$ ' and the second line is 'Triângulo: $A = \frac{\|w\| \cdot h}{2} \rightarrow A = \frac{\text{Sen } \alpha \cdot \|w\| \cdot \|v\|}{2}$ '. The bottom box contains two lines: the first line is 'Paralelogramo - $A(P) = \text{Sen } \alpha \cdot \|v\| \cdot \|w\|$ ' and the second line is 'Triângulo - $A(ABC) = \frac{1}{2} \cdot \text{Sen } \alpha \cdot \|v\| \cdot \|w\|$ ou $A(ABC) = \frac{1}{2} \left| \det \begin{pmatrix} \alpha & p \\ \alpha' & p' \end{pmatrix} \right|$ '.

Figura 5: Representações feitas pelos alunos A14 e A7, respectivamente, relativas às suas percepções sobre o cálculo da área do paralelogramo e do triângulo.

Após a interação com os OVA, a socialização e formalização dos conceitos com a turma, foram propostas atividades para verificar e reforçar a compreensão dos tópicos abordados. Uma das atividades consistia em determinar a área do paralelogramo, considerando conhecidas as coordenadas de três dos seus vértices: $A(2,2)$, $B(6,4)$ e $C(12,2)$. Foi sugerido aos alunos a resolução usando as duas formas abordadas anteriormente. A maioria dos alunos conseguiu resolver a questão usando a interpretação geométrica e a fórmula usando o determinante, conforme exemplificado na solução do aluno A13, mostrada na figura 6.

Observou-se que os alunos recorreram ao OVA, digitando as coordenadas dos vértices para visualizar geometricamente o problema, aproveitando também o valor do ângulo formado pelos vetores geradores fornecido no OVA. Tem-se então um indicativo de que o OVA auxiliou na compreensão do problema e que os alunos mencionados conseguiram transitar com bastante clareza entre as formas de representação do problema proposto, chegando à solução correta sem maiores problemas. Alguns, porém, optaram simplesmente em substituir as coordenadas dos vetores na fórmula para calcular o determinante, argumentando que isso era mais fácil e que chegava ao mesmo resultado. De fato, como foi mencionado durante a formalização, o valor da área de uma figura geométrica é único, independente da forma como ele é calculado, porém a proposta do exercício era de verificar a compreensão das representações feitas anteriormente. Por fim, o fato de optarem apenas pela solução mais rápida não significa necessariamente que estes alunos não tenham compreendido a construção ou que não tenham condições de transitar entre as diferentes formas de representação, embora que em alguns casos esta dificuldade havia sido verificada nas atividades anteriores.

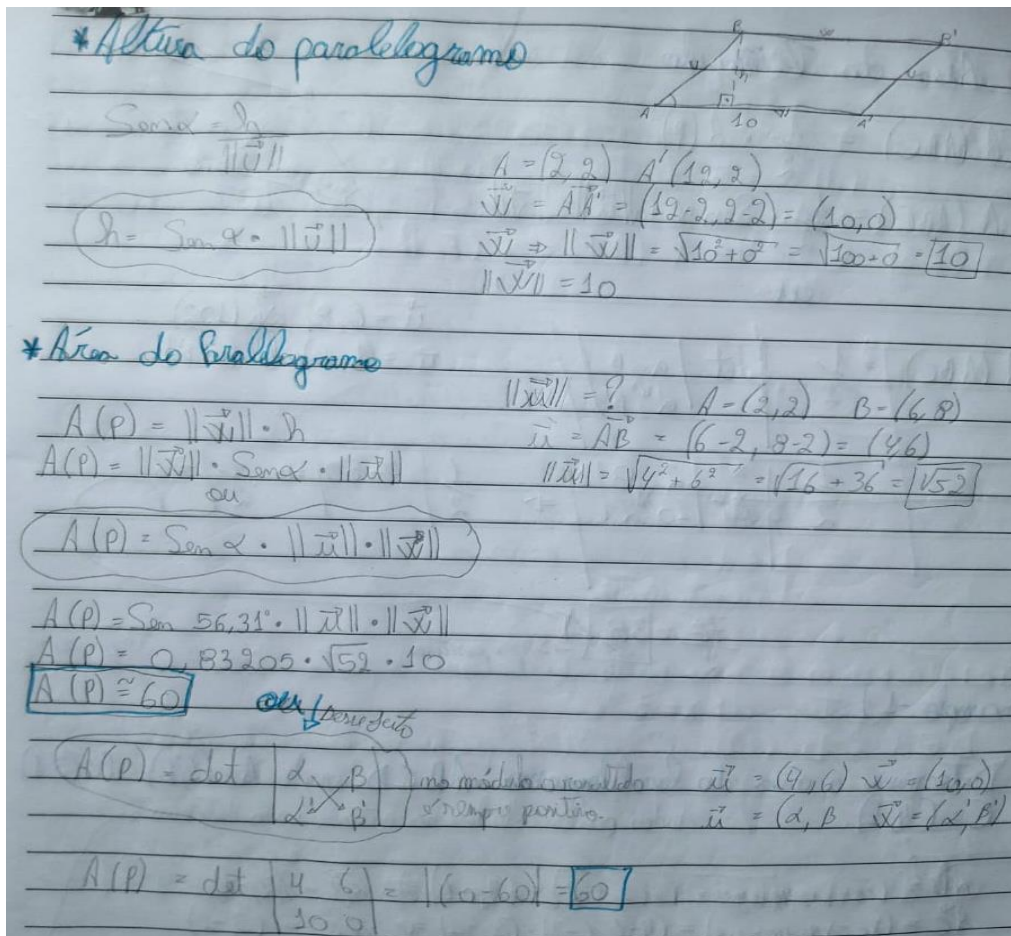


Figura 6: Resolução da atividade pelo aluno A13.

Considerando a análise feita, pode-se observar que a maioria dos alunos (A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A16) conseguiu transitar de forma satisfatória entre pelo menos duas formas de representação dos objetos de estudo em todas as atividades desenvolvidas durante a interação com os OVA, dando uma indicação da compreensão dos conceitos estudados com o uso dos objetos. Estes também não apresentaram dificuldades na resolução dos exercícios, mostrando habilidades de resolução usando a interpretação geométrica em cada caso. Outros alunos (A2, A6 e A17) apresentaram dificuldades em algumas situações, porém em outras conseguiram fazer representações consistentes, embora tenham nos exercícios finais, optado mais pela aplicação direta da fórmula do que pela representação e interpretação geométrica dos problemas. Já os alunos A1, A3, A4 e A5 foram os que apresentaram as maiores dificuldades em relacionar diferentes formas de representação dos objetos matemáticos e mesmo após a formalização, preferiram na maioria das vezes, apenas encontrar o resultado do problema, sem se preocupar com a representação e interpretação da situação geométrica.

Apesar de algumas dificuldades apresentadas, na avaliação dos alunos os OVA foram importantes para a visualização geométrica dos problemas abordados, em especial, pela possibilidade de interação e de manipulação dos dados, o que permitiu seu uso no momento da resolução dos exercícios, auxiliando na representação geométrica e na compreensão dos problemas propostos. A importância da manipulação dos OVA fica explícita no depoimento do aluno A14, quando afirma que "...eles auxiliaram na compreensão, pois representam o formato real e ainda apresentam mais possibilidades ao variar suas medidas".

■ Considerações finais

Esta pesquisa teve como objetivo, identificar evidências da compreensão e aprendizagem de conceitos abordados a partir do desenvolvimento e disponibilização OVA aos alunos durante aulas de geometria analítica. Ao analisar os dados coletados, foi possível observar que embora alguns alunos mostrassem algumas dificuldades em expressar suas conclusões fazendo confusão de linguagem e/ou apresentando respostas desconexas e incompletas com relação às situações observadas, a maioria mostrou indicativos de habilidades de transitar da representação geométrica para a representação em linguagem escrita na interação com o OVA1 e da representação geométrica para a representação algébrica nos OVA2 e OVA3, sugerindo a compreensão (mesmo que parcial em alguns casos) dos conceitos abordados. No segundo e terceiro objetos, a maioria optou em não fazer as representações na forma textual, onde em geral, apresentam maiores dificuldades. Embora admita-se a possibilidade de essas dificuldades não se restringirem apenas a representação de objetos matemáticos, ela seguramente influencia na aprendizagem dos alunos. Por fim, considera-se que os OVA constituem-se como elementos auxiliares no processo de aprendizagem de conteúdos da Matemática, contribuindo na motivação e interação dos alunos, permitindo uma visualização gráfica/geométrica dos objetos estudados, necessitando, porém, uma complementação através de sistematizações e principalmente no desenvolvimento de habilidades da representação descritiva desses objetos. Somente com o desenvolvimento dessas atividades será possível estabelecer as conversões e a “possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação”, permitindo a mobilização simultânea de mais de uma forma de representação, conforme sugerido por Duval (2003).

Agradecimento: A pesquisa teve apoio financeiro da FAPESC por meio do projeto de pesquisa com termo de outorga 2018TR1514 referente ao Edital nº 03/2018.

■ Referências bibliográficas

- Audino, D. F. e Nascimento, R. S. (2010). Objetos de aprendizagem – diálogos entre conceitos e uma nova proposição aplicada à educação. *Revista Contemporânea de Educação*, 10(5), 128-148.
- Baldin, Yuriko Y. (2008). Uso de tecnologia como ferramenta didática no ensino integrado. In: Carvalho, Luiz M. et al. *História e tecnologia no ensino da matemática*, Vol. 2. (pp. 1-24), Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna,
- Demo, P. (1996). *Educação e qualidade*. 3. ed. Campinas, SP: Papyrus.
- Duval, R. (2003). Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: Machado, Silvia Dias Alcântara (Org.). *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica*. (pp.11-33), Campinas, SP: Papyrus.
- Duval, R. (2009). *Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais*. Trad. Lenio Fernandes Levy e Marisa Rosane Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física.
- Duval, R. (2012). Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Trad. Moretti, M. D. *Revista Eletrônica de Educação Matemática* 7(2), 266-297. doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p266
- Moraes, R., Galiazzi, M. C. (2007) *Análise textual discursiva*. Ijuí: Unijuí.
- Pozo, J. I. (2002). *Aprendizes e mestres: a nova cultura da aprendizagem*. Porto Alegre: Artmed.
- Kummer, T. (2018). Ações e operações de visualização, raciocínio e representação no processo de construções geométricas. In: Scheffer, N. F. Comachio, E. Cenci, D. (org). *Tecnologias da informação e comunicação na educação matemática: articulação entre pesquisas, objetos de aprendizagem e representação*. (pp. 47-61), Curitiba: CRV.