

LA MODELACIÓN Y LA EXPERIMENTACIÓN EN EL ESTUDIO DE UN FENÓMENO FÍSICO. EXPERIENCIAS Y REFLEXIONES EN EDUCACIÓN MEDIA

Alexander Castrillón-Yepes

Sebastián Mejía Arango

Ana Carolina González-Grisales

Paula Andrea Rendón-Mesa

alexander.castrillon@udea.edu.co, sebastian.mejia4@udea.edu.co,

ana.gonzalez2@udea.edu.co, paula.rendon@udea.edu.co

Universidad de Antioquia, Colombia

Resumen

Se presentan experiencias y reflexiones frente a la inmersión de la modelación y la experimentación en la enseñanza de las matemáticas y la física, enmarcadas en un proyecto de investigación que se desarrolló en la Universidad de Antioquia (Medellín, Colombia). El problema se configuró a partir de evidencias que recopilaron los investigadores en una institución educativa pública; y está relacionado con la desarticulación entre modelos matemáticos y fenómenos físicos. El objetivo de este trabajo es analizar las posibles relaciones que algunos estudiantes construyen entre los modelos y un fenómeno físico a través de la modelación y la experimentación. Se adoptó un enfoque cualitativo, donde los investigadores asumieron el rol de observadores participantes, buscando describir e interpretar las acciones de los estudiantes a través de una propuesta de aula. Los resultados muestran que los procesos de modelación y experimentación son favorables para establecer relaciones entre los conocimientos matemáticos y físicos.

Palabras clave: *Modelación, experimentación, interdisciplinariedad.*

Introducción

Se presenta parte de un trabajo de investigación que se realizó en el marco del programa de Licenciatura en Matemáticas y Física (formación de profesores) de la Universidad de Antioquia (Medellín, Colombia). El problema de investigación emergió de la práctica pedagógica que se llevó a cabo en una institución educativa pública con estudiantes de 10^o-11^o (15-18 años). A partir del reconocimiento de la institución se identificaron dificultades de los estudiantes para relacionar representaciones matemáticas con fenómenos físicos.

La delimitación del problema consta de dos niveles, uno institucional y otro documental; ambos se configuraron a través del acercamiento a las clases de matemáticas y física. En el primer nivel,

los investigadores por medio de sus diarios de campo identificaron dificultades de los estudiantes para comprender el uso de modelos matemáticos en la clase de física, en especial, su manipulación e interpretación. Por ejemplo: La Ley de Coulomb fue vista por ellos como una “fórmula” que les permite obtener resultados numéricos. De esta manera, no hay evidencia de un análisis del modelo, es decir, qué representa y cómo se relaciona con la explicación de fenómenos físicos y quién lo usa y para qué lo usa (Villa-Ochoa, 2016). Además, en este nivel los estudiantes se cuestionan por la utilidad de las matemáticas, aun cuando en clase de física se requieren para expresar leyes y explicar y describir fenómenos.

En el nivel documental, se encuentran los planteamientos del Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN), y algunos reportes de literatura en relación con las dificultades observadas y con las estrategias propuestas para superarlas. Esto permitió identificar dos aspectos: el primero, una desarticulación entre los modelos matemáticos y su importancia en la explicación y descripción de los fenómenos; el segundo, la importancia de procesos como la modelación y la experimentación en la enseñanza de las matemáticas y la física y en sus posibilidades para promover el trabajo interdisciplinario (MEN, 2006).

La justificación sobre el uso de la modelación y la experimentación es debido a que la primera permite establecer relaciones entre las matemáticas y otras disciplinas (Blum, 2011), y a su vez es relevante para el estudio de situaciones científicas (MEN, 2006); y la segunda porque es una actividad de importancia en la enseñanza de las ciencias (Romero y Aguilar, 2013), se ha incorporado en la enseñanza de las matemáticas y en ambientes que involucran diferentes tipos de tecnologías (Rodríguez y Quiroz, 2016; Molina-Toro, Villa-Ochoa y Suárez, 2018) y se reconoce su relación con la modelación y los modelos (MEN, 2006; Rodríguez y Quiroz, 2016).

En consideración con la delimitación del problema, el objetivo de esta investigación es analizar las posibles relaciones que algunos estudiantes de Educación Media (15-18 años) construyen entre los modelos y un fenómeno físico a través de la modelación y la experimentación. En ese sentido, en el siguiente apartado se expondrán algunos referentes teóricos relacionados con la modelación y la experimentación; luego, se presentarán algunos aspectos metodológicos que se consideraron; y, finalmente, se describirán los resultados que se obtuvieron al implementar una propuesta de aula.

Modelación y experimentación en la enseñanza de las matemáticas y la física

Diversos investigadores concuerdan al considerar que la modelación y la experimentación son importantes en la formación en matemáticas y ciencias (Blum y Leiß, 2006; Villa-Ochoa, Castrillón-Yepes y Sánchez-Cardona, 2017; Rodríguez y Quiroz, 2016; Caron y Pineau, 2017; Romero y Aguilar, 2013; Molina-Toro et al., 2018). De manera particular, algunos estudios plantean que la modelación puede ser entendida como un proceso que busca la construcción de modelos y en el cual se establecen conexiones entre las matemáticas y otras disciplinas o áreas del conocimiento (Blum y Leiß, 2006).

Las preocupaciones sobre la manera en que se desarrolla la modelación en el contexto escolar

han generado que se caracterice este proceso a través de ciclos; sin embargo, existen diferentes perspectivas y ciclos de modelación en el campo de la Educación Matemática que varían según la mediación de algunos instrumentos o herramientas y en la descripción de los elementos que intervienen cuando se modela un problema o situación (Perrenet y Zwaneveld, 2012). A pesar de esto, es posible identificar algunos aspectos comunes que se movilizan a la hora de modelar. Entre estos se encuentra el estudio de un problema, situación o fenómeno que demarcan el contexto en el cual emerge la situación a modelar; la simplificación, referida a la identificación y exclusión de variables o factores que no intervienen directamente en el fenómeno o, que debido a su poca influencia, se pueden despreciar; la matematización, que consiste en la construcción de modelos y representaciones matemáticas en consideración con el fenómeno o problema; y, finalmente un proceso de validación que busca evaluar el grado de correspondencia entre los modelos planteados y la situación que se estudia. Sin embargo, estos aspectos no agotan la actividad de modelado, puesto que otras acciones se deberán ejecutar en consideración con la situación estudiada, los medios disponibles y los propósitos de formación con los cuales se incorpora este proceso en el aula.

Por su parte, la experimentación es vista como una actividad científica y un objeto de investigación desde varias perspectivas y enfoques en el ámbito educativo. Así, se reconocen discusiones alrededor de la dicotomía entre teoría y experimentación, y planteamientos sobre la caracterización de diferentes tipos de experimentos (como los físicos, mentales, discrepantes, etc.) que implican acciones como la observación controlada e intencionada, la manipulación de variables y la formulación de hipótesis. De manera particular, este trabajo asume una perspectiva donde la experimentación se encuentra en constante interacción con las construcciones teóricas; al asumir esta postura, según Malagón, Sandoval y Ayala (2013) la experimentación se acompaña de la comprensión conceptual y del diseño y organización de experiencias.

Frente a las acciones involucradas en la experimentación se resalta el diseño experimental, la observación controlada, el uso y manipulación de artefactos, la identificación de variables, la medición, la formalización y la validación (Mengascini y Mordeglia, 2014; Molina-Toro et al., 2018). De esta manera, es posible observar que la modelación y la experimentación comparten acciones y, en coherencia con esto, es viable plantear la vinculación de estos dos procesos en escenarios educativos. Algunas experiencias plantean incluso la importancia de considerar la experimentación en los procesos de modelación porque ésta permite dotar de significado los conceptos matemáticos y porque favorece la construcción, interpretación y validación de modelos (Rodríguez y Quiroz, 2016).

Caron y Pineau (2017), por ejemplo, plantean que algunos estudiantes tienen una buena percepción de las actividades experimentales cuando se modela y que estas pueden contribuir al aprendizaje de conceptos matemáticos y el desarrollo de habilidades de modelación.

En coherencia con estos planteamientos alrededor de la modelación y la experimentación, al igual que Molina-Toro y colaboradores (2018), en esta investigación se considera la posibilidad de promover la articulación de estos dos procesos en la enseñanza de las matemáticas y la física,

mediante el estudio de un fenómeno físico, la construcción de montajes experimentales, la consideración de las variables de interés en dicho fenómeno (simplificación), el ajuste de los montajes, el registro de datos, la reflexión sobre los procesos de medición, la construcción de modelos y representaciones, y la validación. Esta incorporación promueve escenarios interdisciplinarios en el ámbito de las matemáticas y las ciencias, a la vez que moviliza la comprensión de conceptos y procedimientos propios de estas disciplinas.

Diseño metodológico

Esta investigación surge de las prácticas pedagógicas que realizaron los autores de este trabajo en una institución educativa pública en Colombia, en el marco del programa de Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de Antioquia (Medellín, Colombia). La investigación adoptó un enfoque cualitativo que involucra acciones como cuestionar, crear hipótesis e interpretar. Así, autores como García, Gil y Rodríguez (1999) y Hernández, Fernández y Baptista (2014) sustentan que la investigación cualitativa se puede ver como un conjunto de prácticas interpretativas de la realidad. Las interpretaciones de la realidad en este trabajo se configuraron a partir de observaciones, anotaciones, grabaciones y documentos derivados del proceso de práctica de los investigadores y de la implementación de una propuesta de aula. En ese sentido, la investigación se desarrolló a partir de tres etapas, las cuales se describen a continuación:

- Etapa 1. Configuración del problema y revisión de literatura: En esta primera etapa se realizó un proceso de contextualización con la institución educativa, un reconocimiento del problema de investigación y una revisión de la literatura alrededor de la modelación y la experimentación.
- Etapa 2. Diseño, construcción y validación de una propuesta de aula: En esta segunda etapa se construyó una propuesta de aula en consideración con los elementos teóricos abordados en la etapa anterior, la cual fue discutida en diferentes espacios como semilleros de investigación y con algunos investigadores. La construcción de la propuesta de aula consta de tres fases, de las cuales se presentarán dos que son de interés para este reporte de investigación. La Tabla 1, describe las intenciones de dichas fases.

Tabla 1

Fases de la propuesta de aula

Fase	Actividad	Intención
Fase 2 "Modelación y experimentación"	Consta de tres momentos: el primero de ellos se centra en el reconocimiento de las variables involucradas en un fenómeno físico. El segundo hace alusión al estudio de un sistema masa-resorte donde los estudiantes se organizaron en equipos de trabajo para observar, tomar datos, analizar y graficar para describir y comprender el fenómeno a través de las variables que en él intervienen. El tercer momento consta de una discusión donde se abordaron reflexiones sobre sus resultados y se presentaban elementos teóricos sobre las funciones periódicas, para finalmente construir, con ayuda de los investigadores, un modelo del sistema.	-Relacionar las funciones matemáticas (relación de dependencia entre variables) y las relaciones causales de los fenómenos. -Relacionar el Movimiento Armónico Simple (MAS) con las funciones periódicas.
Fase 3 "Apropiación"	Esta fase consta de dos momentos: en el primero los estudiantes realizaban una indagación del Movimiento Armónico Simple en un péndulo. Ellos debían analizar las variables implicadas en este fenómeno y, con la ayuda de la modelación y la experimentación, construir un modelo matemático del fenómeno. En el segundo momento presentaron reflexiones en torno a los resultados que obtuvieron.	-Analizar y construir modelos a partir del MAS.

Fuente: Elaboración de los autores

- Etapa 3. Implementación, recolección y análisis de la información: Esta última etapa contempla la intervención en el aula, la recolección de registros sobre las construcciones de los estudiantes (documentos, diarios pedagógicos de los investigadores y grabaciones en audio y video de algunas sesiones) y el análisis de la información, donde los investigadores realizaron un proceso de revisión independiente y luego se reunieron para

triangular la información.

Finalmente, a partir del análisis de la información y la triangulación que hicieron los investigadores se realizó un proceso de categorización sobre las relaciones que los estudiantes establecieron entre los conocimientos en matemáticas y física, estas categorías son: relación de aplicación, relación de complementariedad y relación vacía.

- La relación de aplicación se da cuando los modelos matemáticos actúan de manera técnica sobre los fenómenos o cuando estos se limitan a ser el contexto para la construcción de modelos; es decir, cuando las matemáticas tienen un rol instrumental en la explicación o descripción de fenómenos físicos, o cuando el fenómeno físico se convierte en una "excusa" para modelar. Esta categoría implica que se percibe la matemática como una herramienta para la comprensión de la física o la física como un contexto para aplicar las matemáticas, en consecuencia, en cada caso la modelación o la experimentación se presentan subordinadas la una de la otra.
- La relación de complementariedad se presenta cuando las representaciones matemáticas y el fenómeno físico están en constante comunicación; aquí los procesos de modelación y experimentación se desarrollan y se apoyan simultáneamente sin subordinación.
- La relación vacía se da cuando se realizan relaciones entre modelos matemáticos y los fenómenos físicos, pero carecen de sentido y significado. En este caso, se reconoce que las matemáticas y la física están relacionadas, pero no se logra explicitar dicha relación, su naturaleza o necesidad. También se incluyen los casos en los que se plantea una relación nominal, pero sin sentido a la luz del conocimiento matemático o científico.

Resultados

En este apartado se presentan los principales resultados de la investigación en relación con el uso de la modelación y la experimentación para relacionar los modelos matemáticos con los fenómenos físicos.

Relación de aplicación:

Frente a la relación de aplicación, algunos estudiantes plantearon cómo el uso de expresiones matemáticas permitía describir o considerar elementos del fenómeno físico estudiado, en este caso, en relación con el MAS. Así, por ejemplo, el estudiante E1 (en adelante usaremos los códigos E1, E2, E3, etc. para aludir a cada uno de los participantes) mencionó que en su equipo de trabajo: "Encontramos una función $f(x)$ o función del tiempo, porque de acuerdo al tiempo, encontramos la posición. Entonces tenemos que si varía el tiempo la posición también". Este fragmento da cuenta de que los estudiantes identifican la dependencia e independencia entre variables y la existencia de una función, lo cual hace parte de los procesos de modelación y experimentación

(Gallardo, 2013; Caron y Pineau, 2017); sin embargo, en este caso ellos no presentaron la función a la que aludieron, ni dieron cuenta de argumentos sólidos sobre el tipo de función que se requiere para la descripción de un movimiento periódico.

Otra evidencia se presenta en la descripción de E2 sobre el proceso que realizaron en su equipo de trabajo:

"[...] El punto de equilibrio para nosotros fue de 18. En un determinado tiempo que fueron 12 segundos contamos 10 oscilaciones, después de esto para encontrar el T, que sería el periodo, lo dividimos; $12/10$ nos da 1.2 y ya de ahí pudimos encontrar la frecuencia angular que sería $2\pi rad/1.2$ [...] y nos da un total de 5.23. Ya de ahí podemos encontrar la función [...] la amplitud la usamos teniendo en cuenta que el punto máximo al que llegaba la gráfica era 40 y el punto de equilibrio era 18, así que lo restamos y dio 22 [...] su función sería $f(t) = 22 \text{sen}(5,23)t + 18$ ".

En esta última evidencia se identifica que el grupo de trabajo logra construir un modelo matemático en consideración con el diseño experimental que realizaron. Esto se hizo en coherencia con los conceptos físicos involucrados; sin embargo, en la discusión se evidenció que la explicación del fenómeno pasó a un segundo plano para primar el hallazgo del modelo matemático. Llamó la atención que los estudiantes priorizaron el registro tabular y el gráfico sobre la experiencia, por eso, olvidaron realizar el proceso de validación con la experiencia y se remitieron a los datos que registraron como único mecanismo para la validación.

Relación de complementariedad:

La única evidencia que los investigadores encontraron sobre este tipo de relación se dio en la fase 2 de la propuesta de aula, en la cual orientaron la discusión y la construcción de un modelo matemático a la luz de una experiencia física. En ese sentido, los investigadores debieron problematizar los argumentos de los estudiantes, evocar situaciones sobre sus registros tabulares y gráficos, pero también de la situación real para interpretar cada uno de los valores que registraron. A continuación, se describe una nota del diario de campo de uno de los investigadores:

"En las actividades del sistema masa-resorte, les preguntábamos a los estudiantes sobre sus mediciones y sus representaciones para que aludieran algunos de nuevo a los conceptos y procesos. Así se les cuestionó, por ejemplo, ¿por qué la cinta métrica se ubica de esa manera? ¿Por qué las gráficas se realizaron con trazos rectilíneos o curvilíneos (según el caso)? ¿La gráfica muestra que el sistema es acelerado o constante?... Esto los llevó a remitirse a sus experiencias..." (Diario de campo, sección 28 de agosto del 2019).

Relación vacía:

Como se mencionó en el diseño metodológico en esta categoría se presentan evidencias de

algunas relaciones que los estudiantes establecieron entre modelos matemáticos y el MAS. Por ejemplo, en la Figura 1 se presenta la construcción de un estudiante, donde afirma que la reflexión, la rotación y la traslación de funciones eran las variables del movimiento. Esto da cuenta de las dificultades que presentan los estudiantes sobre lo que es una variable en el sentido matemático y físico.

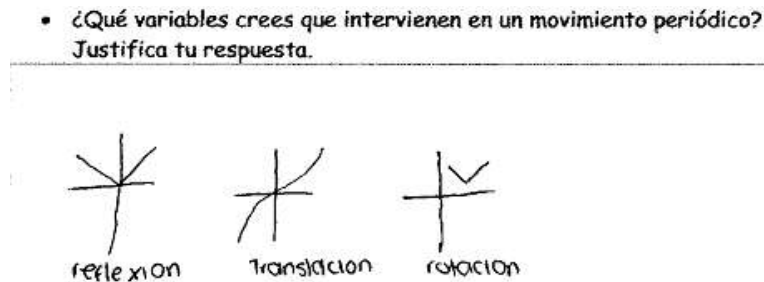


Figura 1. Evidencias de la relación vacía

Otras respuestas de los estudiantes, enmarcadas en esta categoría, permitieron identificar algunas dificultades para la construcción de un modelo. Una interpretación de los investigadores frente a este hecho se relaciona con la falta de claridad conceptual que mostraron los estudiantes frente a nociones como periodo, el cual se confundía con un tiempo arbitrario que medían, y el de frecuencia angular.

Consideraciones finales

Este reporte de investigación muestra que la incorporación de la modelación y la experimentación en las clases de matemáticas y física posibilitan dotar de significado los modelos matemáticos y los fenómenos físicos. En particular, la identificación y el reconocimiento de relaciones entre variables se materializaron en algunas de las producciones de los estudiantes. Sin embargo, este trabajo también da cuenta que la articulación de procesos como la modelación y la experimentación es un proceso complejo tanto para los estudiantes como para los profesores debido a que involucra conocimientos propios de las matemáticas y las ciencias, como la observación controlada, la formulación de hipótesis, la identificación de variables y sus relaciones, el diseño y ajuste de montajes experimentales, y el uso y validación de modelos.

Se sugiere realizar investigaciones y experiencias que exploren cada una de las categorías definidas en este trabajo. En particular, que den cuenta de las posibilidades para promover relaciones de complementariedad entre las matemáticas y la física. Esto posibilitaría promover trabajos interdisciplinarios donde no se presente una subordinación entre los conocimientos matemáticos y los extramatemáticos como un apriorismo en el cual la construcción de un modelo es el fin de la actividad de modelado o en donde la experimentación deje de lado el uso de leyes y expresiones matemáticas. Más bien, se espera que se reflexione y reconozca los aportes que

estos procesos pueden brindar a los escenarios educativos para la comprensión de las matemáticas y la física.

Referencias

- Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. In Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R., & Stillman, G. (Eds), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 15-30). Springer, Dordrecht.
- Blum, W. & Leiß, D. (2006). How do students and teachers deal with modeling problems? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum and S.Khan (Eds.) *Mathematical Modeling (ICTMA12): Education, Engineering and Economics* (pp 222 – 231). Chichester: Horwood Publishing.
- Gallardo, P. (2013). La Matemática en el Contexto de las Ciencias y la modelación. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 0 (10), 183-193.
- Caron, F., & Pineau, K. (2017). L'Hospital's Weight Problem: Testing the Boundaries Between Mathematics and Physics and Between Application and Modelling. In Stillman G., Blum W., Kaiser G. (eds), *Mathematical Modelling and Applications. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 59-69). Springer, Cham.
- García, E., Gil, J., & Rodríguez, G. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa*. Málaga, España: Aljibe.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. Sexta edición. México: McGraw-Hill.
- Malagón, F., Sandoval, S., & Ayala, M. M. (2013). La actividad experimental: construcción de fenomenologías y procesos de formalización. *Praxis Filosófica*, 36, 119-138.
- Mengascini, A. S., & Mordeglia, C. (2014). Caracterización de prácticas experimentales en la escuela a partir del discurso de docentes de primaria y secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*, 32.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias*. Bogotá: Magisterio.
- Molina-Toro, J. F., Villa-Ochoa, J. A., & Suárez-Téllez, L. (2018). La modelación en el aula como un ambiente de experimentación-con-graficación-y-tecnología. Un estudio con funciones trigonométricas. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(1), 87-115.
- Perrenet, J., & Zwaneveld, B. (2012). The many faces of the mathematical modeling cycle. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(6), 3-21.
- Romero, Á. E. & Rodríguez, O. L. D. (2003). La formalización de los conceptos físicos. El caso de la velocidad instantánea. *Revista Educación y Pedagogía*, 15(35), 55-67.

- Rodríguez, R., & Quiroz, S. (2016). El rol de la experimentación en la modelación *matemática*. *Educación matemática*, 28(3), 91-110.
- Romero, A., & Aguilar, Y. (2013). La experimentación y el desarrollo del pensamiento físico. Un análisis histórico y epistemológico con fines didácticos. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Villa-Ochoa, J., Castrillón-Yepes, A., & Sánchez-Cardona, J. (2017). Tipos de tareas de modelación para la clase de matemáticas. *Espaço Plural*, 18(36), 219-251.
- Villa-Ochoa, J. A. (2016). Aspectos de la modelación matemática en el aula de clase. El análisis de modelos como ejemplo. In J. Arrieta & L. Diaz (Eds.), *Investigaciones latinoamericanas de modelación de la matemática educativa* (pp. 109–138). Barcelona: Gedisa.