

Comunicaciones de innovación curricular en Educación Matemática

<http://ued.uniandes.edu.co>

@uedUniandes

Optimizando sin derivar ...

Experiencia de Estudio de Clases en la formación de profesores de matemáticas

Martha Cecilia Mosquera Urrutia, Vanessa Tovar Castro, Yaneth Tovar
Castrillón

martha.mosquera@usco.edu.co

Universidad Surcolombiana

1 de Agosto de 2020

¿CÓMO COMUNICARSE CON UNA PERSONA SORDA?

LA MEJOR MANERA DE COMUNICARSE

ES: ¡tan sencilla!



NO TAPARTE LA BOCA, NI DARLE LA ESPALDA MIENTRAS HABLAS



FORMAS DE LLAMARLE



un leve toque en el hombro



encender la luz



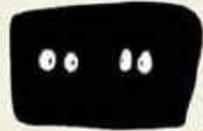
con señales

HABLAR SIEMPRE DE FRENTE, CON ALGUNOS GESTOS Y SEÑALES



NO GRITAR, NO HABLAR DEPRISA, NI DESPACIO

HABLAR NORMAL Y VOCALIZAR BIEN



NUNCA HABLAR EN ZONA OSCURA

NUNCA HABLAR ENTRE TODOS A LA VEZ



RESPECTAR EL TURNO DE PALABRA



ESCRIBIR SI NO TE ENTIENDE CON FRASES SIMPLES Y SI ES POSIBLE, UTILIZAR



DIBUJOS Y SINÓNIMOS

diseñado por:



¿Alguna vez te has preguntado cómo enseñar matemáticas a una persona sorda o cómo aprende matemáticas una persona sorda y cómo se dan estos procesos en la virtualidad?

Comparte tus experiencias martha.mosquera@usco.edu

[.co](http://usco.edu)

Presentamos resultados de un **estudio de clases** realizado con profesores de matemáticas en formación, en el grado noveno de la Institución Educativa Rural María Auxiliadora del municipio de Elías-Huila, en el marco del proyecto de investigación *“Aprendiendo a estudiar las clases de matemáticas en el Club de Apoyo MATemático del Huila CAMATH¹”* cuyo objetivo consistió en que los estudiantes modelaran una situación de variación y cambio (optimización del área de un rectángulo), teniendo como base un problema del entorno.

¹ Proyecto de Semillero de Investigación 2260 de 2017 financiado por la Vicerrectoría de Investigación y Proyección Social de la Universidad Surcolombiana. VIPS-USCO

¿Cómo comprendemos el Estudio de Clases?

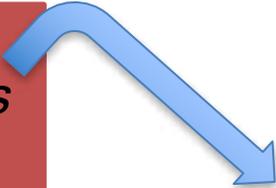


En el marco del proyecto de investigación se asumió, el estudio de clases como una estrategia metodológica para la práctica, que permite:

- ✓ *Trabajar en equipos (Futuros profesores, profesores de aula, formadores de profesores),*
- ✓ *Desarrollar y mejorar la capacidad de enseñanza*
- ✓ *Estudiar problemas de enseñanza y aprendizaje de la matemática,*
- ✓ *Gestionar clases que funcionen y en las cuales los estudiantes logren el éxito.*

Por qué y para qué estudiar las clases de matemáticas

Los conocimientos matemáticos estudiados durante la carrera



los marcos teóricos propios de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática

El ejercicio profesional docente

Las exigencias curriculares



Problemas relativos a la enseñanza y el aprendizaje de los objetos matemáticos

Por qué y para qué estudiar las clases de matemáticas

Los conocimientos matemáticos estudiados durante la carrera

los marcos teóricos propios de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática

Necesidad de estructurar

El ejercicio profesional docente

Las exigencias curriculares

Problemas relativos a la enseñanza y el aprendizaje de los objetos matemáticos

ETAPAS EN LA PLANIFICACIÓN DE LA CLASE

UNIDAD UNO
APRENDIENDO
A ORIENTAR EL
CURSO DE LA
ACCION DOCENTE

QUÉ VAMOS A HACER

¿Qué es lo que los estudiantes deben SABER?
¿Qué es lo que los estudiantes deben SABER HACER?
¿En qué errores podrían caer?
¿Cuáles son las dificultades que originan esos errores?

CÓMO LO VAMOS A HACER

¿Qué actividades son pertinentes?
¿Qué organización es adecuada?

FORMULACIÓN DEL
PROBLEMA DE LA CLASE
DISEÑO DE TAREAS

UNIDAD DOS
APRENDIENDO
A CONOCER
CONSTRUYENDO
CONSCIENTEMENTE
LOS CONCEPTOS

UNIDAD TRES
APRENDIENDO
A EVALUAR
LO QUE SABEMOS
RECOGIENDO
EVIDENCIAS

UNIDAD CUATRO
APRENDIENDO
A UTILIZAR
EL CONOCIMIENTO

Planificar

Las prácticas
de enseñar y
hacer
matemáticas

UNIDAD UNO
APRENDIENDO
A ORIENTAR EL
CURSO DE LA
ACCION DOCENTE

QUÉ VAMOS A HACER

¿Qué es lo que los estudiantes deben SABER?
¿Qué es lo que los estudiantes deben SABER HACER?
¿En qué errores podrían caer?
¿Cuáles son las dificultades que originan esos errores

CÓMO LO VAMOS A HACER

¿Qué actividades son pertinentes?
¿Qué organización es adecuada?

**FORMULACIÓN DEL
PROBLEMA DE LA CLASE
DISEÑO DE TAREAS**

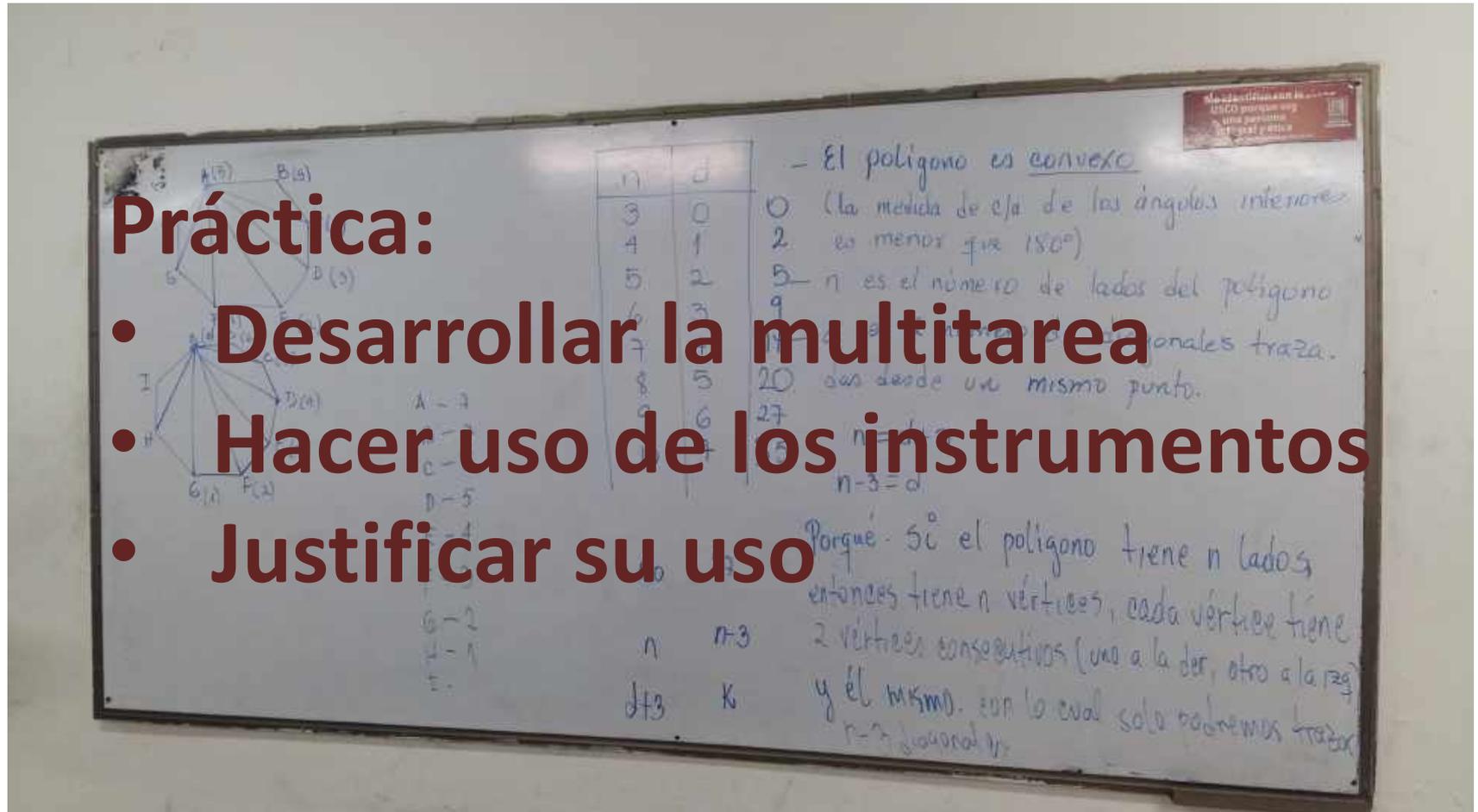
- **Comprender**
- **Aprender**

**Elaborar y usar
instrumentos de práctica**

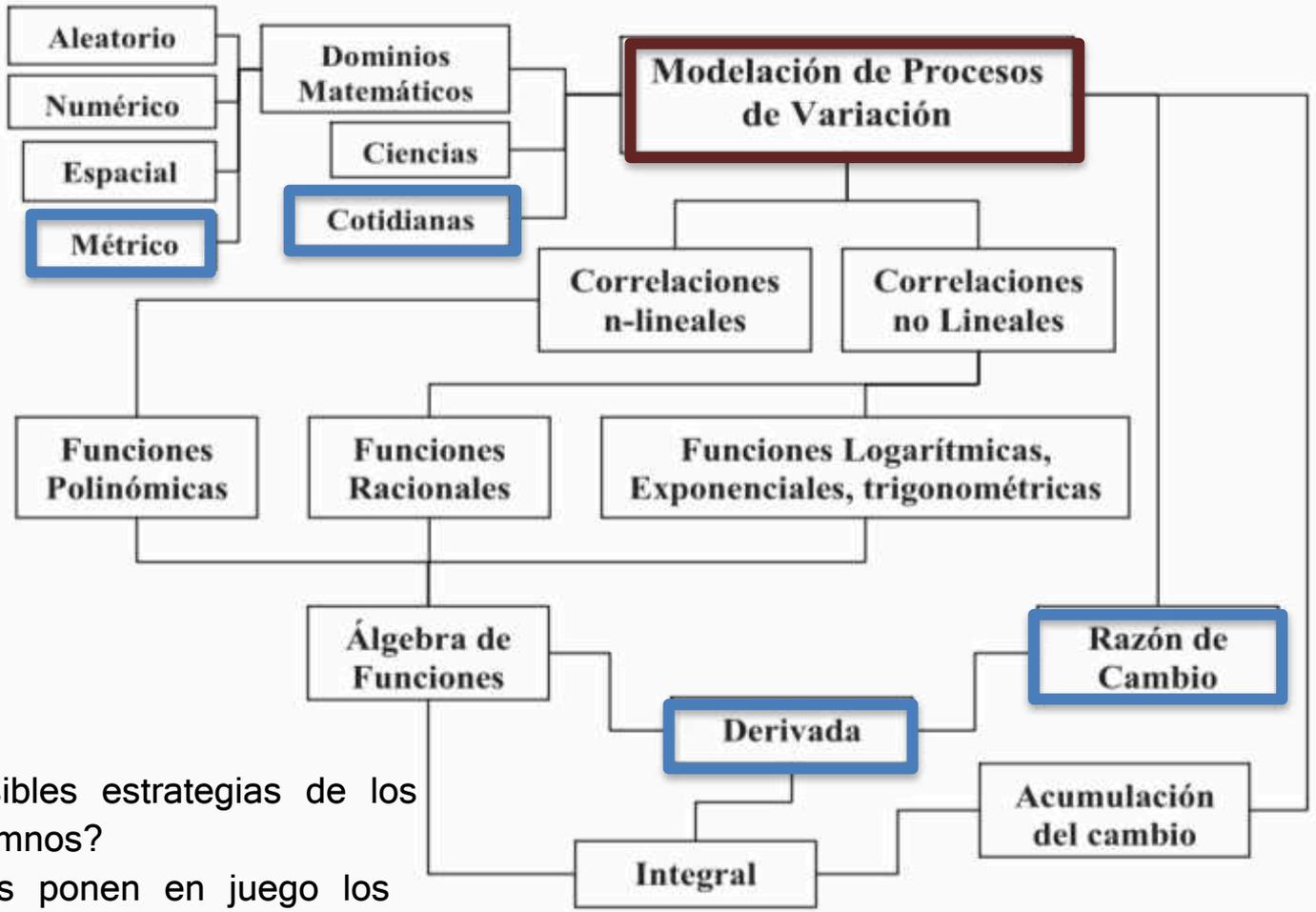
Qué y cómo aprenden de los materiales

Práctica:

- Desarrollar la multitarea
- Hacer uso de los instrumentos
- Justificar su uso



*Del análisis matemático,
nos hacemos preguntas*



¿Cuáles son las posibles estrategias de los alumnos?

¿Por qué? ¿cuáles ponen en juego los saberes adquiridos? Incluir ideas originales plausibles.

Nos preguntamos por los posibles errores: de cálculo, de representación

Nos preguntamos por obstáculos epistemológicos (saberes limitados que obstaculizan la adquisición de los nuevos: “



UNIDAD DOS
APRENDIENDO
A CONOCER
CONSTRUYENDO
CONSCIENTEMENTE
LOS CONCEPTOS



Se propone el problema
 Se observa a los alumnos trabajando en sus puestos, se les hace “devoluciones” ¿puedes dibujar tu solución? y ¿si usas ...? ¿será que funciona? Y ¿si aumentas el valor? ¿podrías encontrar un patrón?



UNIDAD TRES

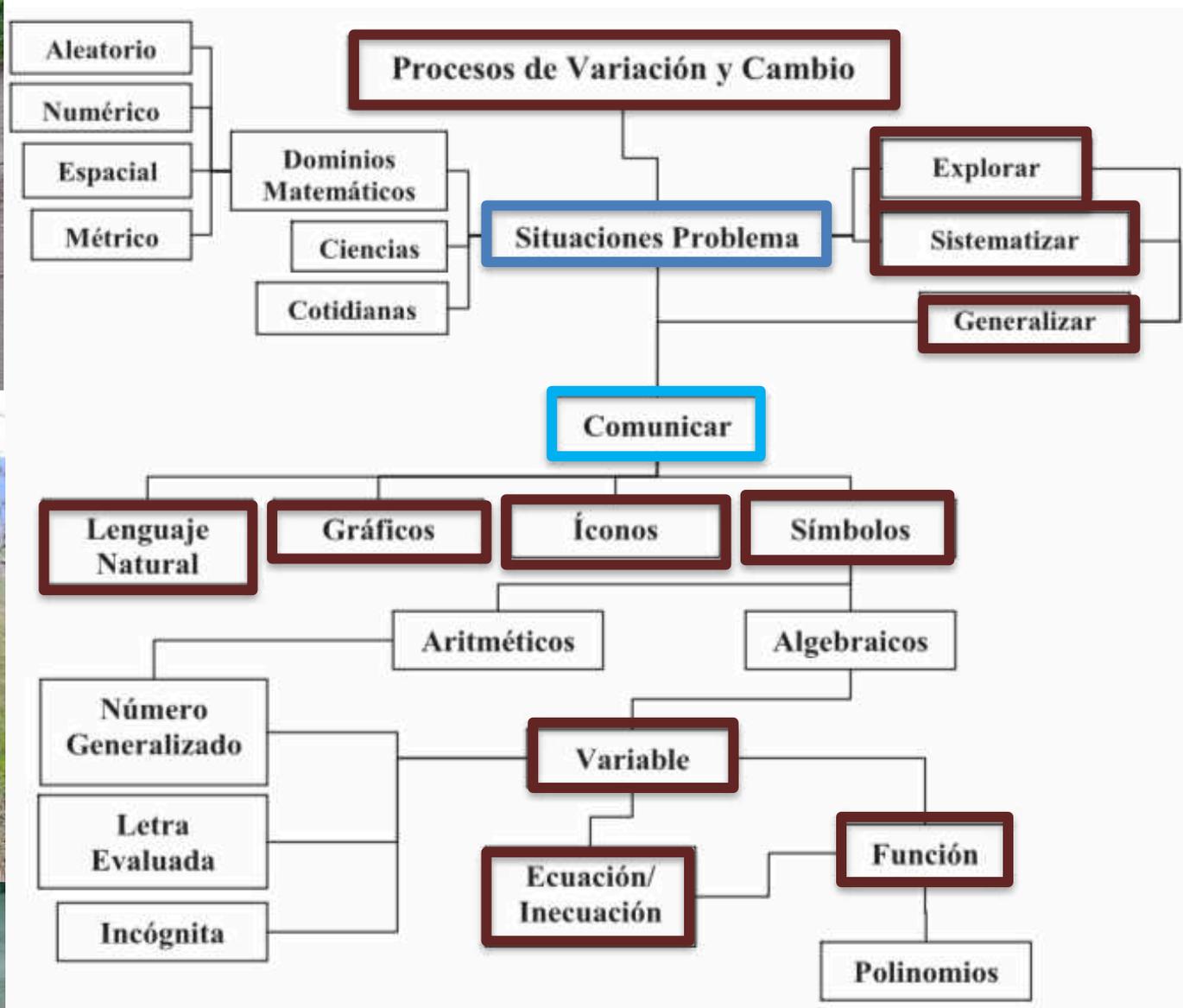
APRENDIENDO A EVALUAR LO QUE SABEMOS RECOGIENDO EVIDENCIAS

Los futuros profesores presentan sus estrategias y soluciones en pleno. Se discute el valor matemático: eficiencia, simplicidad, claridad.

Se cierra la sesión, se realiza una síntesis de lo aprendido.

Institucionalización.

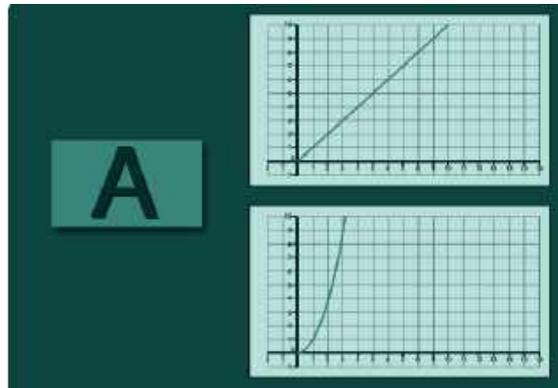




Derechos Básicos de Aprendizaje

En el DBA N° 6 para grado 7º esta diseñada la siguiente situación acerca de optimización de área:

Manipula las longitudes de un par de lados paralelos de un rectángulo, con el uso de un software de geometría dinámica. Establece el factor de escala para relacionar las longitudes de los lados, los perímetros y las áreas de los dos rectángulos. Determina qué indica el registro gráfico en correspondencia con la longitud de los lados y con las áreas de los rectángulos. (MEN, 2016, pág. 56)



Resolución de problemas

Disciplinares



Didácticos

Prácticos

Resolución de problemas

La resolución de problemas puede darse en tres ámbitos

***Disciplinares** referentes a la construcción de conceptos, para este caso se trabaja con los profesores en formación*

***Didácticos** se refieren a la comprensión de procesos de enseñanza - aprendizaje y evaluación de la disciplina*

***Prácticos** aprender a interpretar las producciones de los estudiantes que demanden una reflexión sobre la práctica*

Resolución de problemas

Elaborar y usar instrumentos

Técnicos: *material didáctico, software*

Conceptuales: *conceptos, construcciones teóricas que se generan de las investigaciones en DDM*



UNIDAD CUATRO
APRENDIENDO
A UTILIZAR
EL CONOCIMIENTO



Síntesis Estudio de Clases



En relación con la optimización

De formación
del profesor

Desarrollar, capacidades, conocimientos y habilidades, para identificar, analizar y proponer alternativas de solución a problemas de enseñanza y/o aprendizaje de la optimización de áreas, utilizando principalmente la Investigación Como Estrategia Pedagógica (IEP) y el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP).

De conocimiento
didáctico del
contenido

Generar conocimiento a partir de un estudio de clases que será desarrollado por los participantes en la Institución Educativa María Auxiliadora del municipio de Elías - Huila.

De formación
del profesor

Implementar estrategias de mediación pedagógico-didácticas para el desarrollo del pensamiento matemático para mejorar el conocimiento didáctico del contenido de los participantes.

La pregunta...

*Nos preguntamos entonces sí: ¿**al enfrentar a los estudiantes a problemas que pueden resolverse de manera intuitiva** sin el uso de las técnicas del cálculo diferencial, se consigue que perciban regularidades y relaciones, realicen conjeturas y predicciones, justifiquen o refuten las conjeturas y construyan explicaciones coherentes; logrando un tránsito natural entre los conceptos matemáticos elementales y los conceptos matemáticos avanzados?*

Buscando contextos en los cuáles los conceptos adquieren significado

A pesar de que la optimización es una actividad cotidiana...

- ✓ *cuando salimos de viaje, esperamos llegar en el menor tiempo posible,*
- ✓ *comprar el mayor número de objetos al menor precio,*
 - ✓ *hacer un vestido con la menor cantidad de tela,*
 - ✓ *obtener la ganancia máxima al realizar un negocio ...*



Buscando contextos en los cuáles los conceptos adquieren significado

... su estudio en el currículo, se realiza en el curso de cálculo diferencial, más precisamente para la obtención de máximos y mínimos de funciones reales de variable real y es ampliamente conocido el alto índice de fracaso de los alumnos en su comprensión.



***El problema de la clase
(Propuesto por una profesora en
formación)***

*Don Fernando quiere hacer un galpón para gallinas, pero solo dispone de 36 metros de malla para cercar un terreno rectangular
¿Qué dimensiones deberá tener el galpón para limitar la mayor área posible?*

Marco teórico

La mirada a los objetos se realiza desde el marco teórico de los modos de pensamiento, propuesto por Sierpinska (2000), los cuales permiten determinar los diferentes significados que adquiere un objeto matemático según el modo en que sea abordado.



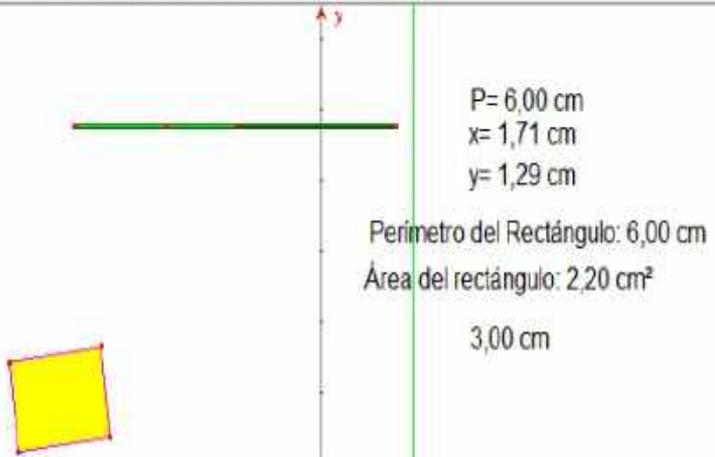
El ABP

Esto implica lograr que los docentes en formación sean conscientes que, las técnicas que proporcionan la primera y la segunda derivada no son suficientes para lograr una comprensión profunda del concepto de optimización de áreas,



MODOS DE PENSAR LA OPTIMIZACIÓN DE ÁREAS

MP-OA



	x=	y=	Perímetro	Área del r
1	1,50	-	-	-
2	1,50	1,50	6,00	-
3	1,50	1,50	6,00	2,25
4	0,73	2,27	6,00	1,66
5	0,80	2,20	6,00	1,75
6	0,86	2,14	6,00	1,84
7	0,92	2,08	6,00	1,91
8	0,98	2,02	6,00	1,98
9	1,04	1,96	6,00	2,04
10	1,10	1,90	6,00	2,09
11	1,16	1,84	6,00	2,14
12	1,22	1,78	6,00	2,17
13	1,29	1,71	6,00	2,20
14	1,35	1,65	6,00	2,23
15	1,41	1,59	6,00	2,24
16	1,47	1,53	6,00	2,25
17	1,53	1,47	6,00	2,25

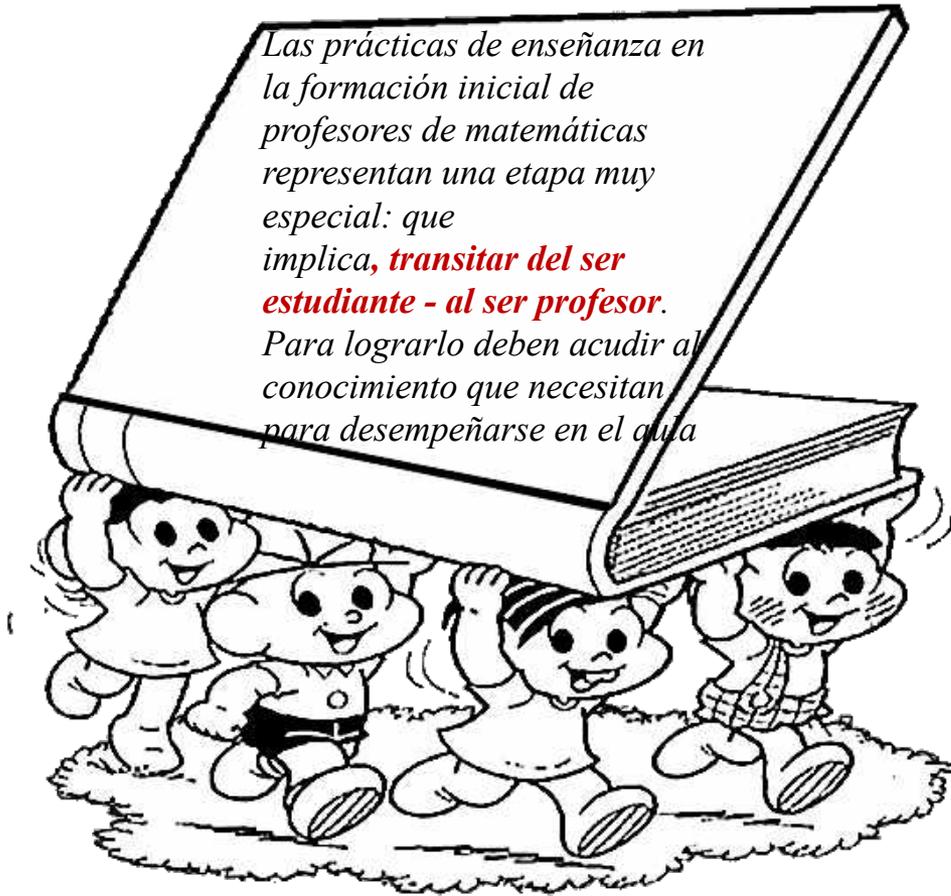
Sintético Geométrico SG-OA (como rectángulos de diferentes tamaños que se pueden descomponer, recomponer y aplicar en otras figuras, para estimar su tamaño)

Análítico Aritmético AA-OA (a través de las fórmulas que permiten calcular el área de los rectángulos, tablas de valores, gráficas cartesianas que expresan las relaciones entre las variables)

Análítico Estructural AE-OA (a través de funciones, relaciones funcionales, derivadas de las funciones y lugares geométricos).



EL ABP

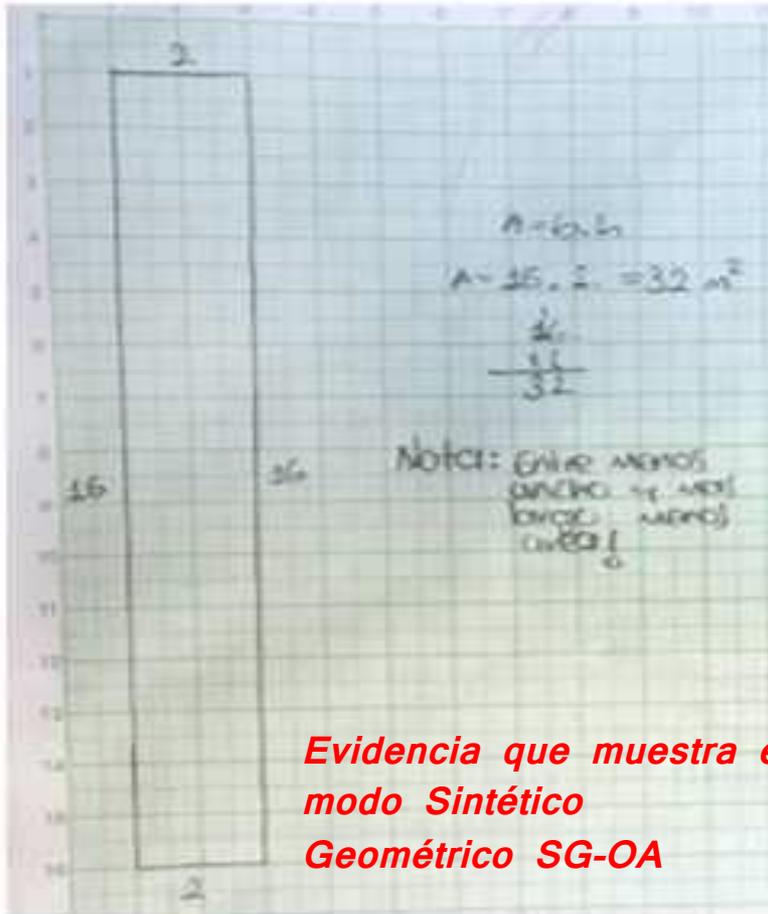


*Es así como surge la necesidad que se ha convertido para nuestro caso en el **objetivo principal del ABP***

Aprender a identificar problemas de enseñanza y aprendizaje de la matemática y a diseñar ambientes de aprendizaje propicios para su solución.

Aprender a enseñar a investigar

Análisis de las producciones de los estudiantes realizadas por los profesores en formación



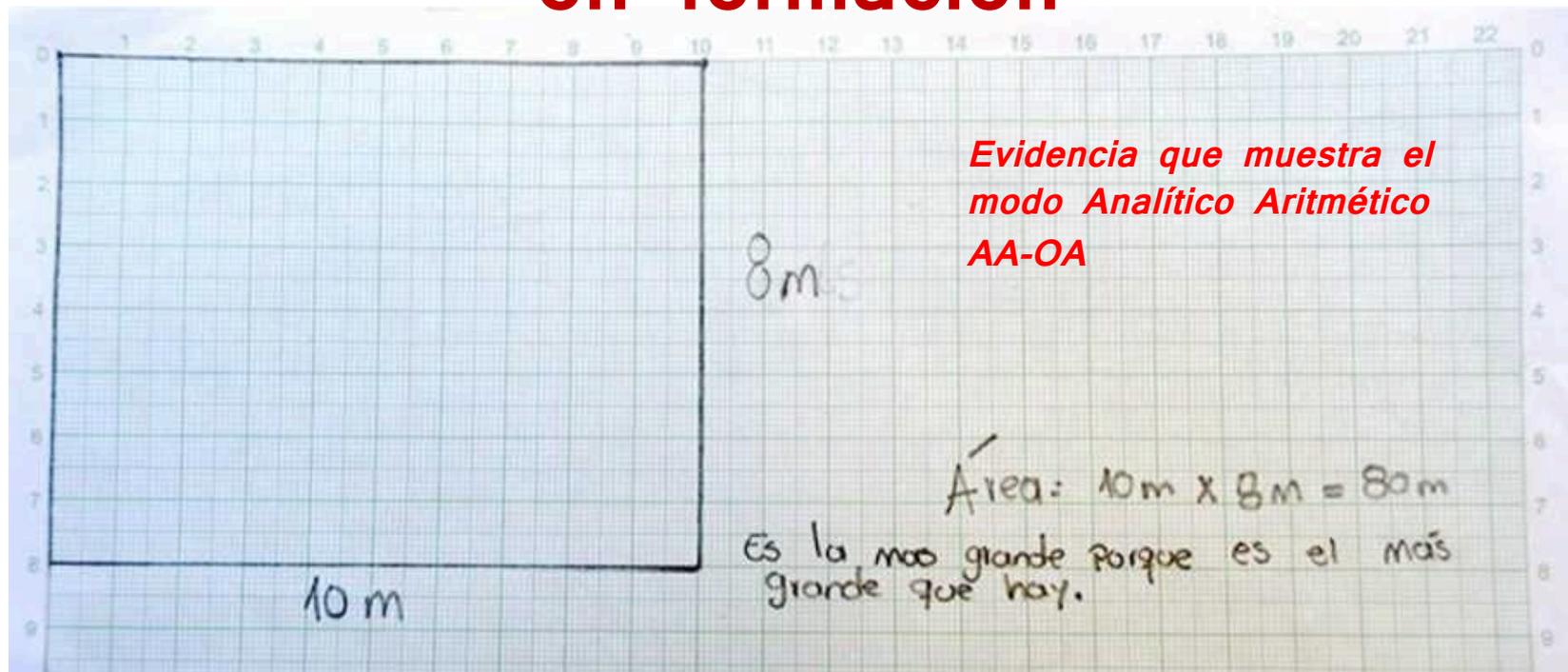
Evidencia que muestra el modo Sintético Geométrico SG-OA

Lado 1	Lado 2	Perímetro (metros)	Área (metros^2)
15	3	36	45
12	6	36	72
10	8	36	80
9,8	8,2	36	80,36
9,5	8,5	36	80,75
9,4	8,6	36	80,84
9,2	8,8	36	80,96
9,1	8,9	36	80,99
9	9	36	81

Evidencia que muestra el modo Analítico Aritmético AA-OA

Quando el valor del lado 1 y el lado 2 tienden a ser mas cercanos el área del rectángulo es mayor.

Análisis de las producciones de los estudiantes realizadas por los profesores en formación



Después de hacer varios intentos, el participante #1, llega a que el área de 80 m^2 es la más grande que hay. El participante Dibuja el rectángulo (SG) y razona sobre él, además, mide los lados y calcula el área del rectángulo (AA).

Análisis de las producciones de los estudiantes realizadas por los profesores en formación

1)	10	+	10	+	8	+	8	=	36	perímetro
2)	12	+	12	+	6	+	6	=	36	perímetro
3)	15	+	15	+	3	+	3	=	36	perímetro
4)	5	+	5	+	13	+	13	=	36	perímetro
5)	16	+	16	+	2	+	2	=	36	perímetro
6)	1	+	1	+	17	+	17	=	36	perímetro
7)	4	+	4	+	14	+	14	=	36	perímetro
8)	7	+	7	+	11	+	11	=	36	perímetro

1)	10	+	10	+	8	+	8	=	10	x	8	=	80	Area
2)	12	+	12	+	6	+	6	=	12	x	6	=	72	Area
3)	15	+	15	+	3	+	3	=	15	x	3	=	45	Area
4)	5	+	5	+	13	+	13	=	5	x	13	=	65	Area
5)	16	+	16	+	2	+	2	=	16	x	2	=	32	Area
6)	1	+	1	+	17	+	17	=	1	x	17	=	17	Area
7)	4	+	4	+	14	+	14	=	4	x	4	=	56	Area
8)	7	+	7	+	11	+	11	=	7	x	11	=	77	Area

Evidencia que muestra el modo Analítico

Estructural AE-OA

Conclusión:
A pesar de que todos los rectángulos tienen el mismo perímetro, nos hemos dado cuenta que el área puede cambiar

El participante #2, razona en ausencia de la figura, hace diferentes cálculos, elabora una tabla numérica para el perímetro y área de cada posible rectángulo, llegando a una interesante conclusión: “A pesar de que todos los rectángulos tienen el mismo perímetro, nos hemos dado cuenta que el área puede cambiar” (AA – AE)

Algunos logros

- *La participación activa de los futuros profesores en trabajos de planificación conjunta y estudios de clase con profesores de básica primaria y secundaria, en relación con la optimización de áreas, se lograron aspectos positivos en la generación de ejemplos de la vida cotidiana y de otras áreas (biología, química, física y educación física)*
- *El diseño y gestión de unidades didácticas para enseñar y aprender aspectos relacionados con el pensamiento variacional.*
- *Participación con ponencias en eventos a nivel regional, nacional e internacional*
- *La actualización del plan curricular del programa de licenciatura en matemáticas de la USCO*
- *El trabajo conjunto con las universidades de la región en el diseño y gestión de un programa de prácticas para las facultades de educación de la región.*

Identificación de capacidades que se ponen en juego durante la resolución de problemas

Tarea: área del rectángulo

Para visualizar

- C₁ Reconoce información codificada en la representación geométrica de un rectángulo (como vértices, ángulos rectos, congruencia o desigualdad en sus lados, entre otros)
- C₂ Identifica diferencias entre rectángulos en cuanto a su forma y área
- C₃ Identifica diferentes rectángulos que tienen el perímetro dado

Para comunicar

- C₄ Lee e interpreta correctamente el enunciado del problema y discrimina los datos que le son útiles para resolverlo
- C₅ Comunica correctamente los procedimientos usados para dibujar un rectángulo
- C₆ Traduce del lenguaje matemático al lenguaje verbal la solución del problema
- C₇ Registra las características de los rectángulos considerados en una tabla
- C₈ Expresa ante el gran grupo conjeturas que parten de la visualización preliminar de un rectángulo

Para razonar

- C₉ Determina el área de un rectángulo
- C₁₀ Establece una relación entre la medida de los lados y el área de un rectángulo
- C₁₁ Analiza los datos de una tabla

Para realizar procedimientos

- C₁₂ Cuadrícula rectángulos usando tramas de puntos, isométricas o cuadradas
- C₁₃ Determina el valor del área de los rectángulos por aproximación
- C₁₄ Representa rectángulos en el Geoplano físico o virtual
- C₁₅ Estima el área de un rectángulo siguiendo un patrón



¿Qué tipo de profesor queremos formar?

Un profesor con una visión holística que le permita:

comprender diferentes maneras de abordar esos problemas y de utilizarlos para desarrollar la intuición de los estudiantes,

transitar de un modelo educativo centrado en la explicación de contenidos declarativos a un modelo centrado en la comprensión del sentido

ir de una educación lineal y estrictamente racional, a una educación relacional de ubicación socio histórica y espacial para toda la vida

Explorando un modelo





obrigado

Dank U

Merci

mahalo

Köszi

спасибо

Grazie

Thank
you

mauruuru

Takk

Gracias

Dziękuję

Děkuju

danke

Kiitos

Referencias

- Duval, R. (1999). *Semiosis Y Pensamiento Humano: Registros Semióticos Y Aprendizajes Intelectuales*.
- Sierpiska, A. (2000). On Some Aspects Of Students' Thinking In Linear Algebra. En J. Luc Dorier, *On The Teaching Of Linear Algebra* (Págs. 209-246).
- Arcavi, Lorca, & Isoda. (2007). *El Estudio De Clases Japonés En Matemáticas : Su Importancia Para El Mejoramiento De Los Aprendizajes En El Escenario Global*. Valparaíso.
- Gómez, P., & Velasco, C. (2017). Complejidad y coherencia de los documentos curriculares colombianos *Revista Colombiana de Educación*,(73), 261-281 . Gómez, P. (2002). Análisis Didáctico y Diseño Curricular En Matemáticas.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo Del Conocimiento Didáctico En Un Plan De Formación Inicial De Profesores De Matemáticas De Secundaria*.
- Fiallo Jorge (2019) [Análisis de los procesos de argumentación y de demostración de identidades trigonométricas. Revista Uno. Comunicación matemática y argumentación](#) ISSN 1133 -9853
- Fiallo Jorge, Parada Sandra. Estudio dinámico del cambio y la variación. Curso de precálculo mediado por Geogebra. Ed: Ediciones UIS. ISBN impreso: 978-958-8956-43-5. En Colombia. 2018
- Fiallo Jorge, Parada Sandra. (2014) ["Curso de Pre-Cálculo apoyado en el uso de Geogebra pa](#)
- García, Gloria; Guacaneme, Edgar Alberto; Pinzón, Wilson (2012). [Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos: reflexión sobre los estándares curriculares del área de matemáticas](#). En Rojas, Pedro Javier (Ed.), *Estándares curriculares - Área matemáticas: aportes para el análisis* (pp. 48-57). Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Gaía.
- Guacaneme, E., Obando, G., Garzon, D., & Villa-Ochoa, J. (2013). Informe sobre la Formación inicial y continua de Profesores de Matemáticas: El caso de Colombia. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*.(8), 11-49.

Referencias

- Guacaname. E & Perry. P. (2000). "Propuesta curricular para la introducción a las funciones representadas por polinomios de segundo grado dos" Bogotá, "Una Empresa Docente"
- Leithold, L. (1998). Valores Máximos Y Mínimos De Funciones. En *El Cálculo* (Séptima Ed., Págs. 198-206).
- MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares*.
- MEN. (2006). Estándares Básicos De Competencias .
- MEN. (2013). *Secuencias Didácticas En Matemáticas Para Educación Básica Secundaria*.
- MEN. (2016). *Derechos Básicos De Aprendizaje* (Panamericana Formas E Impresos S.A. Ed., Vol. II).
- Mosquera, M. (2012). Una experiencia de Aprendizaje Basado en Problemas, en didáctica de la matemática. En C. Gaita. (Ed.), VI Coloquio Internacional Enseñanza de las Matemáticas. Didáctica de las Matemáticas: Avances y desafíos actuales. (pp. 321-327). Perú: PUCP. <http://www.pucp.edu.pe/irem/index.html>
- Uzuriaga, V. y Mosquera, M. (2012). Aprendizaje Basado en Problemas en Didáctica de la Matemática, caso: el teorema de Pitágoras y algunas extensiones mediado por Cabri Geometre II Plus. En F Ugarte (Ed.), VI Congreso Iberoamericano de Cabri. IBEROCABRI-2012. (pp. 231- 236). Perú: PUCP. <http://www.congreso.pucp.edu.pe/iberocabri/>
- Parraguez. (2012). *Teoría Los Modos De Pensamiento*. Valparaíso, Chile.
- Pinto-Rojas, I.; Parraguez, Marcela (2017). [Articulando modos de comprender la derivada desde una perspectiva local](#). En Muñoz, José María; Arnal-Bailera, Alberto; Beltrán-Pellicer, Pablo; Callejo, María Luz; Carrillo, José (Eds.), Investigación en Educación Matemática XXI (p. 567). Zaragoza, España: Universidad de Zaragoza.
- Pinto, Irma; Parraguez, Marcela (2017). [Los modos de pensar la derivada: un estudio de caso](#). En Serna, Luis Arturo (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (pp. 272-279). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Pinto, & Parraguez. (2015). El Concepto De Derivada Desde La Teoría Los Modos De Pensamiento, Sustentada En La Epistemología De Cauchy.
- Stewart, J. (2008). Aplicaciones De La Derivación. En *Cálculo De Una Variable* (Sexta ed., págs. 271-278).

Comunicaciones de innovación curricular en Educación Matemática

<http://ued.uniandes.edu.co>

@uedUniandes