
O CONCRETO E O ABSTRATO LIDOS NOS MANUAIS DIDÁTICOS DE GEOMETRIA DO INÍCIO DO SÉCULO XX

CONCRETE AND ABSTRACT READED IN EARTH-CENTURY 20TH GEOMETRIC TEXTBOOKS

*Maria Célia Leme-da Silva**

Resumen: o presente artigo tem por objetivo analisar a circulação e apropriação de propostas educacionais internacionais para o ensino de geometria, em particular, como o concreto e o abstrato são abordados, no curso primário do início do século XX. Examinam-se o livro “*First Steps in Geometry*”, escrito por George Albert Wentworth e G. A Hill em 1901 e o livro “*Geometria (Observação e Experiência)*” do brasileiro Heitor Lyra da Silva, publicada em 1923 e que inclui em suas referências a obra estadunidense. Pode-se dizer que o debate entre concreto e abstrato, vincular ou não o estudo da geometria com a realidade e as consequências que tais articulações podem provocar no processo de aprendizagem não é de hoje. Ele se faz presente desde há muito tempo e já circulou por diferentes países. A história nos ensina que já existiram propostas para levar os alunos a transitarem com segurança na marcha pedagógica que parte do concreto em direção ao abstrato, como a discussão sobre a igualdade geométrica.

Palavras-chave: Método intuitivo, Ensino primário, História da geometria escolar, manuais.

Abstract: this article aims to analyze the circulation and appropriation of international educational proposals for the teaching of geometry, in particular, how the concrete and the abstract are addressed, in the primary course of the early 20th century. We examine the book “*First Steps in Geometry*”, written by George Albert Wentworth and G. A Hill in 1901 and the book “*Geometry (Observation and Experience)*” by the Brazilian Heitor Lyra da Silva, published in 1923 and which includes in his references the American work. It can be said that the debate between concrete and abstract, whether or not to link the study of geometry with reality and the consequences that such articulations can cause in the learning process is not new. It has been around for a long time and has been in different countries. History teaches us that there have already been proposals to take students to move safely in the pedagogical march that starts from the concrete towards the abstract, such as the discussion about geometric equality.

Key Words: Intuitive method, Primary education, History of school geometry, manuals.

* Matemática Bacharelado e Licenciatura (Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil. Doutorado em Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil. Professora Associada da Universidade Federal de São Paulo, Brasil. E-mail: celia.leme@unifesp.br ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-6029-0490>

1. Considerações Iniciais

O presente artigo tem por objetivo analisar a circulação e apropriação de propostas educacionais internacionais para o ensino de geometria no curso primário no início do século XX. Entende-se, em acordo com Barbin e Menghini [1], que o período é marcado pela circulação em âmbito internacional de novas metodologias e reformas educacionais para o ensino de geometria.

Em particular, o recorte temporal corresponde a inserção do método intuitivo ou também designado por lições de coisas nas propostas de ensino em âmbito internacional, embasado em princípios como colocar um objeto concreto sob os olhos do aluno como exemplo, com o intuitivo de levá-lo a adquirir uma ideia abstrata; fazer ver, observar, tocar, discernir as qualidades dos objetos por meio dos sentidos, [2]. Ou seja, as propostas evocam a presença dos objetos e das imagens dos objetos, de forma concreta, para o interior das salas de aulas.

Pesquisa anterior [3] analisou manuais escolares para o ensino de geometria que foram traduzidos e adaptados para o português a partir de obras estrangeiras durante o século XIX. O estudo indicou duas propostas para o ensino de geometria, ambas associadas ao ensino do desenho, a primeira, o desenho à mão livre e a segunda, o desenho geométrico. Identificou-se, no desenho à mão livre, pressupostos do método intuitivo, ao propor aos alunos a cópia de figuras geométricas a partir da observação e identificação de propriedades, enquanto que no desenho geométrico, a produção das figuras é feita por meio de instrumentos, em particular a régua e o compasso, em que o aluno deve reproduzir passos de construção sem explorar as características e propriedades das figuras em si.

De todo modo, o século XIX, não somente nos poucos e raros manuais escolares, mas igualmente nas normatizações, apresenta uma forte relação entre o ensino de geometria e de desenho para escola de primeiras letras no Brasil. Somente no final do século XIX e início do século XX as duas matérias escolares, Geometria e Desenho, iniciam trajetórias independentes e distintas, [4].

Pode-se constatar que as primeiras produções brasileiras de manuais escolares para o ensino de geometria, desvinculadas do desenho, datam do final do século XIX e início do século XX, em particular, duas obras significativas merecem destaque: o livro *“Noções Intuitivas de Geometria Elementar”* de Gabriel Prestes (1895) e *“Geometria (Observação e Experiência)”* de Heitor Lyra da Silva (1923). Considera-se ainda que mesmo as produções brasileiras que não se caracterizam como traduções ou adaptações do estrangeiro, indicam vinculações com produções do exterior. Matasci [5] ressalta o papel importante do contato internacional na constituição dos sistemas escolares modernos do século XIX:

Os contextos são, de qualquer forma, muito complexos, pois a aceleração do comércio e a intensificação das conexões entre os países do mundo no momento da *primeira globalização* refletem-se em áreas da vida social - como a educação - intimamente associada à criação de identidades nacionais. [...] O

sentimento de pertencer ao país é também baseado na escola, sendo os livros escolares um dos principais vetores de construção de identidade do povo, [5].

Desta forma, a análise de manuais escolares insere-se em um contexto amplo de trocas, transferências e apropriações culturais, no qual os respectivos autores de livros são considerados agentes mediadores e participantes de uma proposta educacional nacional. É neste sentido, que trazemos para o exame duas obras: o livro *First Steps in Geometry*, escrito por George Albert Wentworth e G. A Hill em 1901 e o livro *Geometria (Observação e Experiência)* [6] do brasileiro Heitor Lyra da Silva, publicada em 1923 e que inclui em suas referências a obra estadunidense. Considera-se os livros em análise propostas inovadoras para a introdução de uma geometria escolar ou como explícito na obra estadunidense para os primeiros passos do ensino de geometria, ambas produzidas no início do século XX.

O exame das obras comparativamente busca responder à questão: quais os elementos presentes nas duas obras que sustentam a abordagem moderna e inovadora para o ensino de geometria? Quais propostas podem ser identificadas como convergentes nas duas obras e quais aspectos podem ser indicados como distintos? Como as duas obras abordam a inter-relação dos aspectos concretos e abstratos para o ensino de geometria? Acredita-se que a resposta a tais questões nos permite refletir acerca dos pilares atuais sobre os quais se discutem o ensino de geometria dos anos iniciais.

2. E autores dos manuais de Geometria

A primeira obra analisada, o livro "*First Steps in Geometry*" (1901) é assinada por George Albert Wentworth (1835-1906) e G.H. Hill (1842-1916). Sobre os autores do livro não encontramos informações acerca de G.H. Hill, além das datas de nascimento e morte que consta da ficha catalográfica da obra. A respeito de George Albert Wentworth foi possível identificar uma breve biografia sobre sua trajetória profissional e uma lista significativa de obras¹⁰ produzidas por ele, que envolvem Aritmética, Geometria, Álgebra, Geometria Analítica, Geometria Plana e Sólida, Trigonometria, Logaritmo entre outras.

De acordo com a biografia [7], Wentworth estudou em Harvard e em 1858, foi chamado pela Phillips Exeter Academy como instrutor em línguas antigas. Um ano depois, ele foi eleito para a presidência de Matemática na Universidade de Washington em St. Louis, posição que ocupou com habilidade até sua renúncia em 1892. Na primavera de 1899 foi eleito membro do conselho de administração da Academy, prestando valioso serviço nesta função até sua morte. Formou uma geração de jovens americanos, consciente de seu dever para com seus alunos. Além de grande reputação como professor, seu reconhecimento repousa em grande parte por sua capacidade de escrever livros

¹⁰ A lista pode ser encontrada em:

<https://onlinebooks.library.upenn.edu/webbin/book/lookupname?key=Wentworth%2C%20G%2E%20A%2E%20%28George%20Albert%29%2C%201835-1906>

didáticos de ensino, sendo considerado um dos principais escritores de livros didáticos matemáticos elementares na América, com circulação generalizada.

O livro brasileiro “*Geometria (Observação e Experiência)*” [8] é escrito por Heitor Lyra da Silva (1879-1925) e sua trajetória profissional e política é apresentada por Gomes [9]. Lyra estudou no Colégio Pedro II e formou-se engenheiro na Escola Politécnica do Rio de Janeiro, em 1901. Viajou para a Europa em 1919 com o objetivo de pesquisar e estudar malhas ferroviárias, mas na sua volta ao Brasil, dedicou-se efetivamente às questões educacionais e sociais. Ao longo de sua carreira, Heitor dirigiu a “*Revista de Educação*”, foi colaborador da “*Revista Brasileira de Engenharia*” e membro da comissão editorial da revista *Architectura*. Teve papel de destaque na Associação Brasileira de Educação (ABE), criada em 1924, com o objetivo de “levar o Brasil à condição de nação civilizada, numa década marcada pelo esforço da intelectualidade brasileira em dar respostas aos problemas por ela identificados no país e assim, consolidar a nação” [9]. O livro “*Geometria (Observação e Experiência)*” foi publicado no âmbito da coleção Biblioteca da Educação Geral, no ano de 1923, dois anos antes de sua morte.

A obra “*First Steps in Geometry*” de 1901 é uma das referências citadas por Heitor Lyra da Silva, em sua obra “*Geometria (Observação e Experiência)*” publicada em 1923. Para analisar os processos de apropriação¹¹ de propostas estrangeiras para o ensino de geometria parte-se do princípio de que o autor brasileiro, no caso Heitor Lyra da Silva, cria e elabora o seu próprio modelo pedagógico para o ensino de geometria, porém como ele mesmo anuncia no prefácio, a sua criação é fruto de reelaborações de outras obras, de contatos com textos e propostas estrangeiras. No artigo de Silva & Leme da Silva [11] analisamos apropriações de obras francesas e neste presente estudo, tomamos como fonte o livro estadunidense referenciado, de George Albert Wentworth e G. A Hill.

3. *First Steps in Geometry* e *Geometria (Observação e Experiência)*

O livro “*First Steps in Geometry*” como expressa no título, busca os primeiros passos na geometria, em outras palavras, tem por objetivo introduzir os alunos à geometria elementar, proporcionando o significado exato dos conceitos, como de uma linha reta, figuras equivalentes, medidas, entre outros. Os autores destacam, no prefácio, que a obra visa tornar o aprendiz familiar com os principais teoremas e ensiná-los a desenhar, com instrumentos e à mão livre.

O livro tem 156 páginas, incluindo o index e respostas de exercícios e é organizado em sete capítulos, distribuídos em: (1) Magnitudes geométricas, (2) Magnitudes geométricas e movimento, (3) Triângulos e Quadriláteros, (4) Circulo e Polígonos Regulares, (5) Áreas, (6) Figuras Semelhantes e

¹¹ A apropriação, tal como a entendemos, tem por objetivo uma história social das interpretações, remetidas para as suas determinações fundamentais (que são sociais, institucionais, culturais) e inscritas nas práticas específicas que as produzem. Conceder deste modo atenção às condições e aos processos que, muito concretamente, determinam as operações de construção do sentido (na relação de leitura, mas em muitas outras também) é reconhecer, contra a antiga história intelectual, que as inteligências não são desencarnadas, e, contra as correntes de pensamento que postulam o universal, que as categorias aparentemente mais invariáveis devem ser construídas na descontinuidade das trajetórias históricas, [10].

(7) Sólidos Geométricos comuns. O primeiro capítulo faz uma apresentação geral da geometria, tanto dos corpos geométricos como das figuras planas, introduz os conceitos de superfícies, linhas e pontos, ângulos, paralelismo, perpendicularismo, principais sólidos e o conceito de medida, incluindo exercícios com unidades não padronizadas e o sistema métrico decimal. No segundo capítulo, acrescenta-se o conceito de movimento, figuras circulares, o compasso, o lugar geométrico como parte de pontos em movimento que obedecem a uma lei, elipse, parábola, ângulos, transferidor e simetrias. A partir do capítulo 3 inicia-se propriamente o estudo das figuras geométricas.

Já o livro “*Geometria (Observação e Experiência)*”, Heitor Lyra da Silva anuncia, na introdução, a pretensão de um ensino da Geometria elementar com a adoção de novos métodos, não seguidos no Brasil. A exposição da matéria é feita segundo o critério denominado de círculos concêntricos¹² (proposta que se opõe ao estudo primeiramente da Geometria plana para só depois abordar o da Geometria no espaço). Esclarece, ainda, que pretende dar à matéria um caráter concreto e intuitivo, que muitos teoremas serão enunciados sem demonstrações e que as definições são reduzidas ao mínimo:

Mantendo a correlação dos factos geométricos estudados com outros que pertencem a classes diversas de phenomenos, evita-se que se forme no espirito do alumno a noção falsa de que cada sciencia constitue um campo isolado e não, parte de um todo harmônico qual é o conjunto de phenomenos naturales, [8].

O livro contém 179 páginas distribuídas em 42 capítulos. Os cinco primeiros capítulos trazem uma apresentação geral dos conceitos a serem estudados na obra: (1) extensões geométricas, (2) dimensões – medidas, (3) ângulos, (4) posições de retas e planos entre si e (5) posição de retas e planos em relação à terra. A partir do capítulo 6, inicia-se o estudo das figuras geométricas, o qual se alterna entre figuras espaciais e planas (em acordo com os círculos concêntricos), como se pode observar no título dos próximos cinco capítulos: (6) cubo, (7) paralelepípedo, (8) quadriláteros, (9) prisma triangular e (10) triângulos.

A análise da obra brasileira se debruça sobre os cinco primeiros capítulos que correspondem aos dois primeiros capítulos do livro estadunidense, de modo a identificar como o autor brasileiro se apropria da abordagem norte-americana, buscando identificar o caráter criativo e limitador do autor brasileiro ao tomar o livro de Wentworth e Hill como uma das referências¹³. Considera-se ainda os ditames do historiador Roger Chartier [12]:

O objeto fundamental de uma história que se propõe reconhecer a maneira como os atores sociais dão sentido a suas práticas e a seus enunciados se situa, portanto, na tensão entre, por um lado, as capacidades inventivas dos indivíduos ou das comunidades e, por outro, as restrições e as convenções que

¹² Uma análise detalhada sobre o método de círculos concêntricos pode ser lida, [11].

¹³ A análise da apropriação feita por Silva em relação aos autores franceses referenciados pode ser lida, [11].

limitam – de maneira mais ou menos clara conforme a posição que ocupam nas relações de dominação – o que lhes é possível pensar, dizer e fazer. [10].

Muitas são as possibilidades de realizar um exame comparativo e interpretativo entre as obras, no entanto, seleciona-se três categorias relevantes para a análise do embate entre o concreto e o abstrato, como princípios a serem introduzidos nos primeiros capítulos e que sustentam a abordagem empregada no desenvolvimento das propostas pedagógicas de um ensino de geometria modernizador.

a. Caráter prático e associado à vida real

Um dos princípios identificados nas duas obras é a preocupação explícita ou implícita de que para os primeiros passos ou ainda as primeiras atividades dos alunos no ensino de geometria, seja priorizado um ensino concreto, prático, intuitivo, experimental, em que os aprendizes possam compreender a ideia ou noção dos conceitos, em acordo com o método intuitivo. Nenhum dos livros tem a preocupação de definir conceitos exclusivamente do ponto de vista formal ou com a linguagem matemática, elencar propriedades ou formalizar ideias nos primeiros capítulos.

Assim sendo, em muitas situações as explicações e definições dos conceitos procuram trazer situações práticas, concretas da vida cotidiana. Por exemplo, para explicar o conceito de linha reta, os autores fazem uso de uma corda presa por dois pontos, e comentam: “Se nós puxarmos a extremidade livre da corda (figura 6), a parte entre A e B torna-se menor e menor, quando ela for a menor possível, ela é uma linha reta. Portanto, uma linha reta é a menor linha de um ponto até o outro” [6].

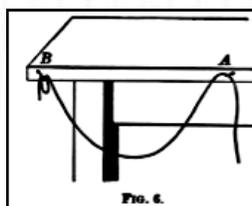


Figura 1. Linha reta, [6].

Apesar do movimento ser tema do capítulo 2, pode-se identificar nas primeiras explicações acerca de conceitos básicos, como de uma linha reta, que a ideia de movimento se faz presente.

O caráter concreto e intuitivo proposto pelo autor brasileiro é igualmente evidenciado pela associação dos conceitos geométricos com situações concretas da vida cotidiana. Para apresentar o conceito de linha reta, a figura usada é muito semelhante ao da obra estadunidense (Figura 1), porém a abordagem do movimento (esticar a linha curva até obter a menor distância) não é comentada:

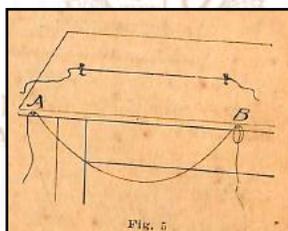


Figura 2. Linhas retas e curvas, [8].

A figura 2 para distinguir linhas *as linhas podem ser rectas (ex. um fio de barbante esticado) ou curvas (ex. um fio de barbante bambo)* [8], relaciona as arestas do dado como linhas retas e mais a frente enuncia *a linha recta é o caminho mais curto entre dois pontos dados*, [8].

Para a linha vertical, os autores mostram a régua de prumo como instrumento usado pelos pedreiros na construção das paredes: *A parede dos edifícios deve ser vertical, pois se não for esse o caso, eles correm o risco de cair. Os pedreiros, quando constroem uma parede de tijolos, testam se é vertical, segurando-a contra uma régua de prumo*, [6], conforme a figura 3:

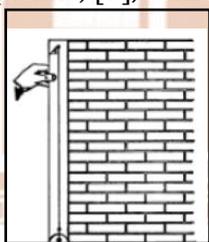


Figura 3. Régua de prumo, [6].

Pode-se dizer que o vínculo estabelecido no exemplo da figura 3 associa o conceito geométrico à atividade social, em particular, vinculado ao mundo profissional, do trabalho operário. Também de maneira muito parecida, a versão brasileira apresenta o fio de prumo (Figura 4) para a compreensão da ideia de vertical, *Uma recta e um plano paralelos ao fio de prumo chama-se recta vertical, e plano vertical. Ex.: as quinas e paredes de uma casa. É por meio do fio de prumo que os pedreiros verificam se os muros e paredes estão verticais* [8]. Assim como a proposta de Wentworth e Hill, o livro brasileiro procura relacionar os conceitos geométricos com objetos e situações reais, incluindo aspectos profissionais.



Figura 4. Fio de prumo, [8].

Outra *novidade* para os livros da época é a presença de fotografias, que são usadas para ilustrar e estabelecer relações com conceitos matemáticos ou instrumentos de construção, como o compasso, apresentado no capítulo 2 da obra estadunidense, pela Figura 46 como *Círculos são descritos sobre o*

papel através do compasso [6] e logo em seguida, insere-se uma foto de um jardineiro traçando grandes círculos em um parque, como se observa na figura 5. Novamente verifica-se a importância de associar conceitos e instrumentos com situações da vida real e profissional:

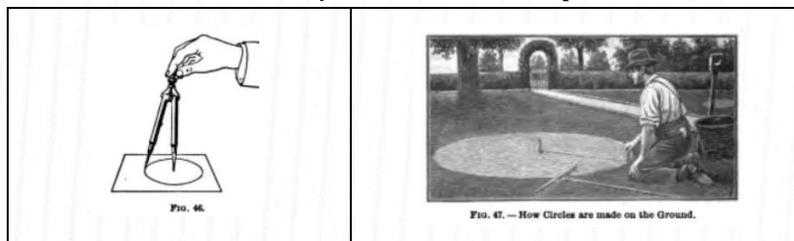


Figura 5. Compasso, [6].

No livro de Heitor Lyra, neste exemplo, não se faz uso da fotografia, mas o desenho feito corresponde a mesma situação profissional relacionada por Wentworth e Hill, acrescida de exemplos de moedas, rodas de carros etc. Explica-se ainda a possibilidade de realizar o traçado circular de maneira experimental *este mesmo traçado se pôde fazer no papel com um alfinete e um fio de linha*, [8].

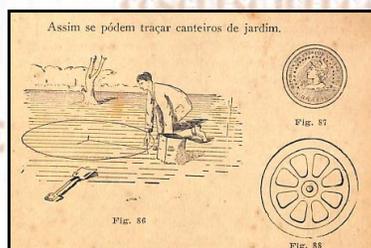


Figura 6. Círculo, [8].

Ainda no uso das fotografias como contribuição para a compreensão de conceitos geométricos, o livro faz uso de imagens de locais conhecidos das crianças para tomar como exemplos de conceitos geométricos, como a noção de horizontal e vertical, trabalhada em um exercício do livro estadunidense: *Como você descreveria a superfície de uma lagoa quando a água estiver tranquila (Fig. 26)? Que tipo de linha representa um poste flutuante na água? Será que fará alguma diferença se o vento levar o poste a uma nova posição?* [6]. A figura 7 citada é uma fotografia:



Figura 7. Superfície de água tranquila, [6].

Wentworth e Hill comentam, antes do exercício proposto que *A superfície da água tranquila, se for pequena na extensão, é próxima da horizontal; mas a superfície do oceano ou de um grande lago é curva porque a terra é redonda*, [6].

O uso da fotografia de lugares conhecidos dos alunos é também uma estratégia metodológica empregada por Heitor Lyra, adaptando-os para a cidade do Rio de Janeiro, local em que o livro foi publicado. A fotografia do Rio de Janeiro com o Pão de Açúcar é escolhida como exemplo do plano horizontal, como uma superfície da água tranquila, de um lago.



Figura 8. Plano horizontal, [8].

Os exemplos aqui examinados e comentados indicam a tendência de romper com os aspectos formais e abstratos, característicos de um ensino tradicional de geometria, para uma aproximação e vinculação com objetos, situações, lugares da vida do aluno, ou seja, para uma abordagem qualificada como prática, concreta e intuitiva. Os vestígios ora apontados reforçam que as produções dialogam com a vaga pedagógica do período em questão, um ensino intuitivo, no qual a observação do concreto é uma marca imperativa.

b. Medidas de comprimento

As medidas ou magnitudes geométricas são inseridas logo no início do livro *“First Steps in Geometry”*. Apresenta-se as unidades de comprimento mais comuns (considerando o contexto dos EUA), como polegada, pé, jarda e milha e depois, como exercício, os autores propõem que os alunos estimem comprimentos de objetos da sala com os olhos, como o comprimento da mesa do professor, a largura da sala etc. Há ainda dois exercícios práticos sugeridos:

1. Encontre a média do comprimento de seu passo. Para tanto, dê 10 passos como você usualmente caminha, medindo a distância em pés e divida-a por 10. Repita e se o resultado for diferente, encontre a média somando os dois e tomando a metade da soma;
2. Encontre, em passos, a distância da sua casa até a sua escola. [6].

As unidades do sistema métrico são exibidas – milímetro, centímetro, decímetro, metro e quilometro – juntamente com as regras de conversão (multiplicando ou dividindo por 10) e os exercícios propostos envolvem a conversão entre as unidades e o convite para que os alunos meçam

comprimentos e larguras de figuras desenhadas, assim como de objetos da sala de aula, como as medidas (comprimento e largura) das carteiras escolares.

Diferentemente da primeira categoria analisada, dos exemplos práticos presentes em ambos os livros, no conceito de medida, a parte prática ou ainda intuitiva, como realizar medidas por estimativa, com as partes do corpo, como polegadas, passos etc., é trabalhada somente nos exercícios e não na apresentação do capítulo, que exhibe diretamente as unidades de medidas convencionais e suas conversões. Há um deslocamento da abordagem prática para os exercícios. O mesmo procedimento pode ser observado no livro “*Geometria (Observação e Experiência)*”.

O autor brasileiro inclui as medidas de comprimento no segundo capítulo do livro. As unidades do sistema métrico decimal são apresentadas sem rodeios, juntamente com os respectivos submúltiplos e múltiplos e as suas relações de conversão ao metro. Acrescenta-se ainda as unidades antigas usadas no Brasil (palmo, vara, braça e légua, assim como as principais medidas inglesas (polegada, pé, jarda e milha), todas com a correspondência para metros ou centímetros.

Nos exercícios propostos, Silva solicita a estimativa dos alunos pela vista antes de verificar a medida dos comprimentos e propõe uma atividade prática, muito similar à de Wentworth e Hill:

9. Trace uma recta qualquer. Avalie o seu comprimento. Verifique.
10. Divida, à simples vista, uma recta em tres partes eguaes. Verifique.
12. Marque no terreno o comprimento de 10 passos seus. Meça esse comprimento com uma trena; dividia por 10 para achar o comprimento medio de seu passo.
13. Contando o numero de passos, meça a distancia entre dous pontos marcados no terreno. [8].

Os dois livros sugerem exercícios em que o aluno deve primeiro realizar uma estimativa de medidas de comprimentos e num segundo momento utilizar instrumentos para verificar o valor estimado, ou seja, uma prática de medir com os olhos é estimulada. Entretanto, a estimativa de medidas apresenta-se desvinculada do desenho¹⁴, em que os alunos deveriam realizar cópias de desenhos à mão livre e para tanto, estimavam pela visão as medidas de comprimento, [3].

Percebe-se ainda, que as medidas de comprimento são introduzidas nos primeiros capítulos como um dos pilares das duas obras, de modo a instrumentalizar o trabalho com elas para mais a frente, explorando e compreendendo as propriedades de figuras geométricas, em que muitas delas, envolvem igualdade de medidas. Trata-se de um aspecto relevante na prática de observar e distinguir propriedades geométricas, uma vez mais, atendendo as demandas do método intuitivo.

3.3 Igualdade geométrica

Um dos subitens do primeiro capítulo do livro *First Steps in Geometry* que merece atenção é o denominado “Igualdade Geométrica”. Os autores explicam que a igualdade geométrica não significa

¹⁴ A estimativa de medidas era necessária para realizar as atividades propostas no livro “*Principios do desenho Linear compreendendo os de geometria pratica*”, publicado no Brasil em 1829 (Leme da Silva, 2018).

estar de acordo somente com o tamanho, ou estar de acordo apenas com a forma, mas com ambos, sintetizando a noção da seguinte maneira: *Duas figuras planas são iguais se uma delas pode ser sobreposta a outra de modo que elas coincidam em todas as suas partes formando uma única figura*, [6].

Para exemplificar a ideia, é proposto que os alunos façam em uma folha de papel um desenho ou diagrama de uma face do cubo (Figura 9). O aluno deve colocar o cubo sobre o papel e traçar com um lápis o contorno da face que se encontra no papel: *O diagrama assim feito, ABCD, é uma representação verdadeira da face do cubo, tanto em tamanho quanto em forma. É geometricamente igual a face. De fato, enquanto construímos este diagrama, demos uma ideia do que significa igualdade geométrica*, [6].

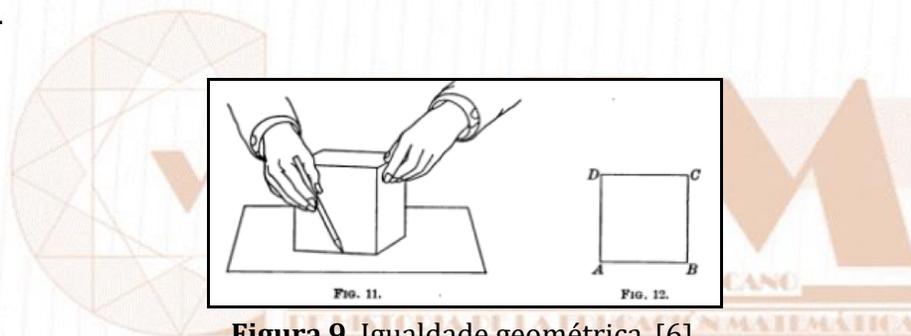


Figura 9. Igualdade geométrica, [6].

A ideia de *igualdade geométrica* é um conceito chave para os autores estadunidenses, visto que a noção ganha destaque como um item a ser estudado, logo no primeiro capítulo. A noção é retomada em outros conceitos ao longo do livro, como no item 23, último do capítulo 1. Transcreve-se, por uma longa citação, como os autores explicam o conceito de Corpos Geométricos:

No estudo da geometria, uma nítida distinção é traçada entre a forma e a matéria da qual ela é composta. A forma pode ser a de um cubo, um prisma, uma esfera etc.; o material pode ser madeira, ou ferro, ou vidro ou alguma outra substância.

Mais está implícito nessa distinção o que aparece à primeira vista. Pegue dois cubos, um feito de madeira, e outro de ferro. Eles não apenas diferem em suas propriedades porque são compostos de materiais diferentes, mas também é verdade que nenhum deles, por mais cuidadosamente que seja feito, é um cubo perfeito. A habilidade humana é incapaz de fazer suas faces planas perfeitas, suas bordas linhas retas perfeitas, seus cantos pontos perfeitos, ou seus ângulos como perfeitos ângulos retos. [...]

Esse cubo geométrico, como podemos chamar, existe apenas na mente; mas é um objeto de estudo mais simples do que qualquer cubo material; pois não tem outras propriedades além daquelas que estão conectadas com sua forma. E essas propriedades quando descobertas podem ser declaradas como verdades absolutas, porque o cubo que estudamos é um cubo perfeito.

A geometria é uma ciência na qual estudamos os corpos em relação apenas à forma e posição. Para tornar o estudo possível, substituímos por corpos materiais as formas ideais que envolvem o espaço, conhecidas como corpos

geométricos. Quando assim se constrói uma ciência da geometria, as verdades descobertas podem ser aplicadas a um propósito útil, substituindo os corpos materiais reais pelas formas ideais que os corpos reais mais se assemelham. [6, p. 26] (tradução nossa, grifos nossos).

Pode-se dizer que os autores procuram enfatizar, desde os primeiros passos do ensino de geometria, a diferenciação entre o conceito abstrato de figuras geométricas em si e as respectivas representações materiais (objetos, desenhos ou diagramas) das mesmas. Não se utiliza a palavra “semelhante” e nem “congruente” e sim igualdade geométrica, no sentido de destacar a importância da forma geométrica em detrimento de outros atributos inerentes nas representações. Será preciso deixar claro aos alunos a precisão das propriedades na geometria e a impossibilidade de representar a perfeição. A noção de “igualdade geométrica” é tratada pelos autores na página 7, ou seja, antes de efetivamente iniciar o estudo dos conceitos, figuras e propriedades geométricas e é retomada ao longo do livro.

Diferentemente que nas análises anteriores, para esta categoria, o item ou subcapítulo *Igualdade geométrica* não está presente no livro brasileiro. Também não se encontra nenhum comentário explícito a respeito de quando podemos usar o termo *igual* na geometria. Por outro lado, a Figura 10 (em que se coloca o cubo sobre uma folha e traça-se o contorno de uma de suas faces) é usada por Heitor Lyra, com outra função, a de apresentar a ideia de superfície plana, da seguinte forma: *Tóda figura que pode ser traçada em um plano chama-se figura plana. Ex.: o contorno de uma face de um dadó (Fig. 18)* [8], sem empregar nem trabalhar com a ideia de igualdade geométrica:

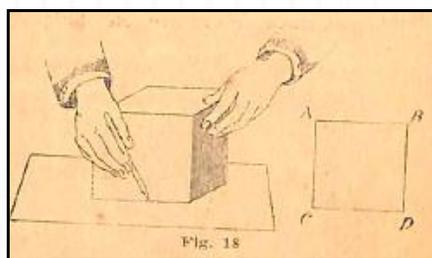


Figura 10. Superfície plana, [8].

Não é possível inferir as razões para Heitor Lyra optar por não inserir a “igualdade geométrica” na sua produção. No entanto, os exemplos aqui apontados e analisados sugerem que o autor brasileiro tenha se apropriado da estrutura inicial do livro de Wentworth e Hill. Percebe-se a intenção de Lyra em trazer a abordagem adotada pela obra estadunidense para a sua produção, sem, no entanto, deixar de imprimir suas próprias ideias e contextualizá-las à realidade brasileira. Pode-se, inclusive, dizer que Lyra procura trazer mais exemplos práticos comparativamente aos dos autores dos EUA, além de não se preocupar, na introdução, em discutir princípios matemáticos como a igualdade geométrica.

4. Considerações finais

Retoma-se o objetivo do presente estudo, distinguir elementos, traços característicos que sustentam a abordagem inovadora das duas obras examinadas, identificando pontos convergentes, assim como diferenciações. As categorias elencadas para conduzir as análises procuraram abordar o embate entre aspectos concretos e abstratos considerados como centrais nas propostas, em especial nos primeiros capítulos, como princípios relevantes para as propostas metodológicas. Um primeiro resultado importante diz respeito ao distanciamento da vinculação entre o ensino de geometria e de desenho, observada nos estudos de manuais do século XIX. O desenho à mão livre ou o desenho geométrico não se constituem mais como determinantes para um ensino de geometria prática, intuitiva e experimental.

No lugar da prática do desenho de figuras geométricas são introduzidos os objetos da vida cotidiana, instrumentos profissionais, espaços do convívio dos estudantes como ponto de partida para as noções geométricas. Tais marcas podem ser caracterizadas ou lidas como decorrentes da vaga intuitiva que circula no período, e assim sendo, o papel predominante do aspecto concreto nos exemplos e conceitos abordados. Contudo, tais interpretações não ficam explícitas, visto que nenhum dos autores (nem os estadunidenses, nem o brasileiro) faz referência ao método intuitivo, as ideias pedagógicas ou ainda aos livros que transitam no período acerca da abordagem metodológica.

Como já dito, para Valdemarin [2], o método intuitivo tem por proposição que a escola deve ensinar coisas vinculadas à vida, objetos presentes no cotidiano dos alunos, a concretização dos objetos para a compreensão do abstrato. Ou seja, a associação das ideias iniciais da Geometria aos objetos do mundo da criança vem ao encontro dos princípios do método intuitivo.

De outra parte, o trabalho com a ideia de *igualdade geométrica* inserida na obra [2] parece ser um aspecto relevante no sentido de ao mesmo tempo aproximar a Geometria dos objetos da vida sem, contudo, deixar de esclarecer que o papel do concreto, dos objetos, dos desenhos é uma maneira de substituir os corpos materiais reais pelas formas ideais da Geometria, sem esquecer que a forma ideal e perfeita só existe na mente, de maneira abstrata.

Pode-se dizer que o debate entre concreto e abstrato, vincular ou não o estudo da Geometria com a realidade e as consequências que tais articulações podem provocar no processo de aprendizagem não é de hoje. Ele se faz presente desde há muito tempo, pelo menos início do século XX, e já circulou por diferentes países, com maneiras e formas distintas. A história nos ensina que já existiram propostas para levar os alunos a transitarem com segurança na marcha pedagógica que parte do concreto em direção ao abstrato, como a discussão sobre a igualdade geométrica.

Aposta-se que conhecer a história do ensino da geometria seja mais um instrumento para repensarmos propostas e práticas pedagógicas para o ensino de geometria dos anos iniciais.

Referências

- [1] E. Barbin; M. Menghini, "History of Teaching Geometry". In: KARP, A.; SCHUBRING, G. "Handbook on the History of Mathematics Education". Springer Science + Business Media New York, 473-492, 2014.
- [2] V. Valdemarin, "Estudando as Lições de coisas: análise dos fundamentos filosóficos do Método de Ensino Intuitivo". Campinas, SP: Autores Associados, 2004.
- [3] M. Leme da Silva, "Práticas de desenho e saberes geométricos nos manuais escolares do século XIX. Pro-Posições", v. 29, n. 2(87), p. 352-369, maio/ago., 2018.
- [4] M. Leme da Silva, "Desenho e geometria na escola primária: um casamento duradouro que termina com separação litigiosa. História da Educação", (UFPel), v. 18, n. 42, p. 61-73, jan./abr. 2014.
- [5] D. Matasci, "L'école républicaine et l'étranger. Une histoire internationale des réformes scolaires en France 1870-1914 ». ENS ÉDITIONS, 2015.
- [6] G. Wentworth; G. Hill, "First Steps in Geometry". Boston, USA. Ginn & Company Publishers, 1901.
- [7] B. Finkel, "Biography of George Albert Wentworth". School Science and Mathematics, v.7, n.6, p. 485-488, 1907.
- [8] H. Silva, *Geometria (Observação e Experiência)*. Rio de Janeiro: Livraria Editora Leite Ribeiro, 1923.
- [9] C. Gomes. *Os engenheiros da Associação Brasileira de Educação (ABE): confluências entre as ideias educacionais e urbanas na cidade do Rio de Janeiro nos anos iniciais do século XX*. Dissertação de Mestrado em Educação. Universidade Estadual de Campinas, 2015.
- [10] R. Chartier, *A história cultural: entre práticas e representações*. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil S.A., 1990.
- [11] C. Silva; M. Leme da Silva, "Observação e experiência como fio condutor da Geometria de Heitor Lyra da Silva". Campinas, SP: Revista Zetetiké, 2019.
- [12] R. Chartier, "A história ou a leitura do tempo". Tradução: Cristina Antunes. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

