
LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL EN ESPAÑA: UN ANÁLISIS DE LOS LIBROS DE TEXTO DEL SIGLO XVIII

THE TEACHING OF DIFFERENTIAL AND INTEGRAL CALCULUS IN SPAIN: AN ANALYSIS OF THE TEXTBOOKS OF THE XVIII CENTURY

Carmen León-Mantero Alexander Maz-Machado** Carmen López-Esteban****

Resumen: Los libros de texto han sido fundamentales para divulgar los avances científicos alcanzados en cada época y transmitir conocimientos, saberes y destrezas. Además, hasta hace poco constituían el principal apoyo de profesores y alumnos en las escuelas. Por lo anterior, aquí se presenta un análisis de la estructura conceptual de los contenidos sobre cálculo diferencial e integral de los libros de texto publicados durante el último cuarto del siglo XVIII en España, que constituyeron las primeras obras escritas en castellano que propiciaron la consolidación de la enseñanza del cálculo en los distintos centros en los que se instruía la materia. Se trata de una investigación descriptiva que se enmarca en el enfoque de tipo histórico y que usa el método del análisis de contenido para la interpretación de los datos. Atenderemos a las corrientes científicas, autores u obras en las que se basan cada uno de los libros de texto analizados, a los contenidos matemáticos incluidos y notación utilizada; e identificaremos, asimismo los tipos de ejemplos y proposiciones que los autores emplearon.

Palabras clave: España, siglo XVIII, Cálculo Diferencial e Integral, libros de texto, Historia de la Educación Matemática.

Abstract: Textbooks have been essential when disseminating scientific advances achieved in each period, as well as transferring and exchanging knowledge and abilities. Furthermore, they constituted the main support of teachers and students in school, until recently. Therefore, an analysis of the conceptual structure related to differential and integral calculus that are included within textbooks published during the last quarter of the 18th century in Spain, is presented, which constituted the first works written in Spanish that led to the consolidation of the teaching of calculus in the different centers in which the subject was instructed. This research involves content analysis, as well as a descriptive study containing historical data. We will attend the scientific trends, authors

* Licenciada en Ciencias Matemáticas, Universidad de Sevilla, España. Doctora en el Programa de Ciencias Sociales y Jurídicas de la Universidad de Córdoba, España. Facultad de Ciencias de la Educación: Universidad de Córdoba, España. E-mail: cmleon@uco.es. ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-2870-8807>

** Licenciado en Matemáticas y Física, Universidad del Tolima, Colombia. Doctor en Educación Matemática, Universidad de Granada, España. Facultad de Ciencias de la Educación: Universidad de Córdoba, España. E-mail: ma1mamaa@uco.es. ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4112-4363>

*** Licenciada en Ciencias Matemáticas, Universidad de Salamanca, España. Doctora en Educación Matemática, Universidad de Salamanca, España. Facultad de Educación, Universidad de Salamanca, España. E-mail: lopezc@usal.es. Número ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4683-6706>

or works on which each of the analyzed textbooks are based, the mathematical contents included, and the notation used; and we will also identify the types of examples and propositions that the authors used.

Key Words: Spain, 18th century, Differential and Integral Calculus, textbooks, History of Mathematics Education

1. Introducción

Los investigadores que trabajan en la línea de investigación de la Historia de la Educación Matemática han abordado su estudio desde diferentes perspectivas: desde el estado de las matemáticas en el contexto de la educación general, el papel del profesor de matemáticas, la función del libro de texto en el contexto del proceso de enseñanza, la contribución de los autores de libros de texto, la relación entre conocimiento científico y escolar, la determinación cultural del conocimiento escolar, hasta la transmisión de conocimientos entre diferentes culturas, [1].

En este sentido, en el trabajo de Lines [2] se analiza la evolución de las matemáticas durante el siglo XVI en la Universidad de Bolonia; Kastanis y Kastanis [3], centran su atención en la institucionalización de las matemáticas en la enseñanza griega en la primera mitad del siglo XIX; en el trabajo de Amadeo y Schubring [4] se discute y contrasta si los resultados matemáticos que se le atribuyen tradicionalmente a la *École Polytechnique* de París surgieron realmente desde la institución francesa; y el trabajo de Furinghetti y Giacardi [5], indaga en la evolución de la profesión del profesor de matemáticas en Italia entre 1810 y 1920.

Dirigiendo nuestra atención a aquellas investigaciones realizadas a nivel nacional, destacan las relativas a planes de estudios y legislación [6-7], a las aportaciones a la Educación matemática de personajes relevantes [8], a las instituciones en las que se cultivaba el estudio de las matemáticas [9-10] o a los libros de texto usados para instruir la materia [11-12].

Entre sus distintas temáticas, la que analiza los libros de texto usados para la enseñanza de la materia, ha cobrado especial interés en las últimas décadas debido a que estos han sido hasta hace poco, la principal vía de divulgación de conocimientos y fuente de información en las instituciones escolares para alumnos y profesores. Estos constituyen elementos curriculares, que establecen qué contenido se estudia o no, cómo se estructura ese contenido y qué tipo de problemas se trabaja en cada época [13].

En este sentido su análisis nos permite identificar las bases del diseño curricular y el origen de las dificultades de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas [14].

Centrando nuestra atención en las investigaciones en Historia de la educación matemática a nivel internacional, encontramos la realizada por d'Enfert [15] en los libros franceses para la enseñanza de

las matemáticas publicados durante los siglos XIX y XX o por Beyer [16] en los libros usados en Venezuela para la enseñanza de la aritmética en el periodo 1826-1912.

En España destacan trabajos que usan el análisis de libros de texto para interpretar el tratamiento didáctico dado a un concepto o contenido matemático [17-18], la evolución que ha seguido un concepto o problema matemático a lo largo de la historia [19-20] o identifican criterios de actividad didáctica en los libros de texto [21].

De otro lado, son diversos los autores que han centrado su atención en analizar la introducción del cálculo infinitesimal en España como disciplina científica [22-28]. Para Hormigón [27] *Las Matemáticas del siglo XVIII son el Cálculo Infinitesimal* (p. 48), de tal forma que aquellos libros de texto que no incluían cálculo infinitesimal entre sus contenidos, excepto aquellos dedicados a alguna rama específica, se consideraban obsoletos.

A principios del siglo XVIII, en Europa se vive el conflicto entre Leibniz y Newton por el desarrollo del cálculo infinitesimal. Sin embargo, y a pesar de que la escuela inglesa sigue utilizando el método de fluxiones -de concepción puramente geométrica- y la notación de Newton hasta principios del siglo XVIII, son el trabajo con infinitésimos y la notación de Leibniz los que se expanden rápidamente por toda Europa [26].

Los estudios anteriores nos brindan la oportunidad de conocer a los primeros autores de libros de texto que incluyeron al cálculo infinitesimal entre sus páginas. Estos se usaron en instituciones militares, como los de Pedro Padilla o Jorge Juan, y en instituciones religiosas, como el del Padre Tomás Cerdá [26]. Sin embargo, estos solo representaron un tímido acercamiento a la enseñanza de esta rama de las matemáticas. No fue hasta finales del siglo XVIII, que fueron publicadas obras de amplia difusión y extensión, en las que se incluían contenidos sobre cálculo diferencial e integral. Por ello, el objetivo de este trabajo es analizar el tratamiento dado a los contenidos de cálculo diferencial e integral en los libros de texto publicados durante el último cuarto del siglo XVIII en España.

A continuación, se especifican las características de la metodología llevada a cabo en esta investigación, los resultados obtenidos y las conclusiones que pueden deducirse de estos.

2. Metodología

Se trata de un estudio descriptivo y ex post facto, que se enmarca en el enfoque de investigación de tipo histórico y que usa el método del análisis de contenido para interpretar los datos siguiendo las pautas dadas en [29]. En concreto, nos centraremos en las categorías conceptual, formal y estructural, que consideran el contexto histórico y social en el que se ubica el libro de texto, la finalidad y principales destinatarios de este y los conceptos, definiciones, procedimientos y estructura formal que identifica las relaciones entre los contenidos utilizados [30]. Esta técnica ha sido ampliamente utilizada en investigaciones de esta temática en el área de la Educación Matemática [17, 21, 31-32].

Para la selección de las fuentes documentales, se tomaron como criterios que los libros incluyeran contenidos de cálculo diferencial e integral y estuvieran destinados a la instrucción de esta rama de las matemáticas, que estuvieran escritos en castellano y que hubieran sido publicados durante el último cuarto del siglo XVIII. Finalmente, los libros de texto seleccionados para el estudio fueron:

- *Elementos de Matemáticas* (1775-1894) (Tomo III) de Benito Bails.
- *Elementos de Aritmética, Álgebra y Geometría* de Juan Justo García (1782)
- *Compendio de Matemáticas Puras y Mixtas para instrucción de la juventud* (1794-1802) (Tomo II) de Francisco Verdejo.

Para el análisis de los libros se establecieron una serie de categorías de análisis (Tabla 1) basadas y a adaptadas del estudio realizado por Maz [33].

	Categorías de análisis
Conceptual	Corriente científica
	Influencias de cada obra
	Finalidad de la obra
	Destinatarios
Formal y estructural	Definición de cálculo infinitesimal, diferencial e integral
	Noción de cantidad infinitamente pequeña
	Noción de límite
	Aplicaciones del cálculo diferencial e integral

Tabla 1. Aspectos considerados en el análisis de los libros de texto. **Fuente:** elaboración propia de los autores.

3. Resultados

Este apartado ha sido dividido en dos secciones: la caracterización de las obras y el tratamiento dado a los contenidos sobre cálculo diferencial e integral, según las categorías definidas en el apartado anterior. Los ejemplos que se han incluido en este trabajo se han tomado textualmente, de forma que no se ha adaptado ni la grafía, ni la acentuación, ni la puntuación a las actuales, respectivamente.

3.1. Caracterización de las obras

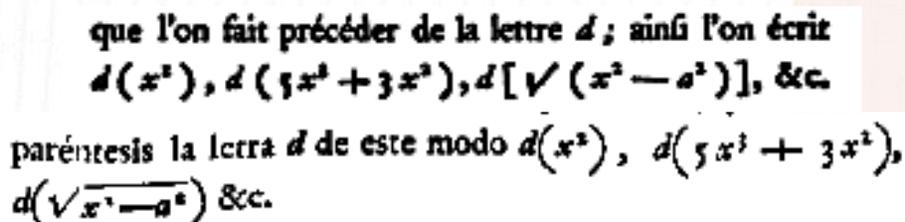
3.1.1. *Elementos de Matemáticas (1775-1894) (Tomo III) de Benito Bails*

En 1759 se aprueba en la Academia de Bellas Artes de San Fernando, una reforma de las enseñanzas de Arquitectura que plantea la necesidad de disponer de libros de texto actualizados y escritos en castellano. Es a Bails al que se le confía la elaboración, bajo la supervisión de Jorge Juan, de una obra de carácter más elemental y otra más amplia y avanzada (los “*Elementos de Matemáticas*”), que sintetizara los conocimientos matemáticos que los futuros arquitectos de la época debían adquirir para alcanzar una adecuada formación, [34].

La obra completa de los *Elementos* está formada por 11 volúmenes en 10 tomos, destinado cada uno a diversas áreas de las Matemáticas, Física, Astronomía, y Arquitectura civil. En el tomo III, de 688 páginas, que fue publicado en 1779, se aborda el Cálculo Diferencial e Integral.

Bails indica que para representar la diferencial usa *la letra d, y no un punto, conforme estilan los Ingleses* [35, p. xviii], lo que es coherente con el hecho de que el autor se formara en universidades francesas y contactara con destacados matemáticos de la época como d’Alembert. Del mismo modo indica que *la letra S. que significa suma, y se pone antes de la diferencial cuya integral se quiere indicar* [35, p. 488].

Para esta parte se basa e incluso copia los ejemplos del “*Curso de Matemáticas*” (Tomo IV) que Bézout [36] había escrito para la instrucción de los Gardes du Pavillon y de la Marina (Figura 1) y en obras de otros autores como L’Hôpital, Bougainville, Simpson, Emerson, Lacaille o Riccati.



que l'on fait précéder de la lettre d ; ainsi l'on écrit
 $d(x^2)$, $d(5x^2 + 3x^2)$, $d[\sqrt{x^2 - a^2}]$, &c.
 paréntesis la letra d de este modo $d(x^2)$, $d(5x^2 + 3x^2)$,
 $d(\sqrt{x^2 - a^2})$ &c.

Figura 1. Extracto traducido del Tomo IV del “*Cours de Mathématiques*” de Bézout, [36].

3.1.2. *Elementos de Aritmética, Álgebra y Geometría de Juan Justo García (1782)*

Tras una polémica oposición para cubrir la recién creada Cátedra de Aritmética, Álgebra y Geometría de la Universidad de Salamanca, Juan Justo García fue nombrado sustituto durante un periodo de seis en el que tendría que demostrar sus conocimientos para continuar en el cargo. Fruto de ocho años de trabajo, y el estudio de libros de matemáticas extranjeros entre los que se encontraban las obras obligatorias para la preparación de su oposición, Wolf y Newton, nace “*Elementos de Aritmética*”,

“Álgebra y Geometría” en 1782 con el objetivo de modernizar el estudio de las matemáticas en la Universidad de Salamanca, que hasta la fecha estaban basadas en antiguas obras de astronomía, [37].

Tal y como indica en el *Resumen histórico del origen, progresos y actual estado de las Matemáticas puras* con el que encabeza la obra, divide al libro de texto en tres ramas de las Matemáticas: Aritmética, Álgebra y Geometría, e incluye en este último los principios del cálculo infinitesimal, diferencial e integral en la que habla del *último semblante que ha tomado la Geometría con los cálculos diferencial é integral* [38, p. xxiii]. En este resumen, incluye las obras de referencia nacional e internacional para el estudio de esta rama de las matemáticas, si bien deja claro que estas no suponen un avance en la materia. Se trata de las obras de l’Hôpital, Bougainville, Simpson, Emerson, Euler, M. Cousin, Le Seur y Jacquier, Riccati, d’Alembert, Bezout o Benito Bails.

Tomando como referencia los “*Elementos de Matemáticas*” de Bails, García denota también la diferencial *con la letra d junta á la cantidad cuya diferencia se quiera espresar* [38, p. 354] y la integral con la letra S, *inicial de la palabra suma; porque integrar viene a ser lo mismo que sumar* [38, p. 385].

3.1.3. “*Compendio de Matemáticas Puras y Mixtas para instrucción de la juventud*” (1794-1802) (Tomo II) de Francisco Verdejo.

Verdejo compuso este libro de texto para que fuera utilizado en las clases que impartía tanto en los Reales Estudios de San Isidro como en la Real Casa de los Desamparados, cuyos tomos se publicaron en 1794 y en 1802 respectivamente [39].

El tomo II, que está dividido en dos partes, incluyen los bloques que hablan “del infinito é infinitamente pequeño, y las cantidades que se reducen á cero, de las Series, Equaciones superiores, aplicacion del Álgebra á la Geometría, Secciones cónicas, Cálculo infinitesimal, Dinámica é Hidrodinámica y la Tabla de las gravedades específicas) [40, portada]. En desacuerdo con Juan Justo García, Verdejo [40] considera que el cálculo diferencial, y el integral, forma parte del álgebra.

El autor recomienda las lecturas de diversos tratados a aquellos lectores que quieran profundizar en cada uno de los temas tratados. Así para los límites, infinitos y cantidades infinitamente pequeñas recomienda los textos de Mr. Cusen y de Antonio Rosell; para la mecánica, el compendio de Benito Bails; para la resolución de ecuaciones superiores, los textos de Clairaut y Euler; o para la Hidráulica, el libro de texto de M. Bossut.

Verdejo indica asimismo que sigue a Newton con respecto a *considerar las cantidades como producidas por la fluxión de uno de sus elementos* [40, p. 119], sin embargo, elige usar la notación de Leibnitz, de forma que expresa con dx , a la fluxión primera de una variable x y la nombra diferencial primera y con el signo S la integral de cualquier cantidad.

3.2. Contenidos matemáticos

3.2.1. Definición de cálculo infinitesimal, diferencial e integral

Tanto Bails como García, quien toma “*Elementos de matemáticas*” como referencia en muchas partes de su tratado, consideran que el cálculo infinitesimal abarca el estudio del cálculo diferencial y del cálculo integral, de hecho, en ambos tratados los autores organizan los contenidos incluyendo un apartado introductorio titulado *Cálculo infinitesimal* que utilizan para definir los conceptos y propiedades fundamentales.

Los tres autores están de acuerdo en denominar al *Cálculo Integral* como el método inverso del Diferencial, de tal forma que el *Cálculo Diferencial* se ocupa de *Dadas las cantidades, hallar que razon hay entre sus incrementos* [35, p. 227] y el *Cálculo Integral* de *Dados los incrementos de las cantidades, averiguar la razon de las cantidades mismas*, [35, p. 227].

Sin embargo, tras estas definiciones intuitivas de los objetivos del *Cálculo Diferencial y del Integral*, Bails quien evidencia un gran interés por aclarar los conceptos involucrados en esta rama de las matemáticas en su capítulo introductorio, utiliza variados ejemplos y propiedades para ello y además concluye, siguiendo a Newton y d’Alembert que el *Cálculo Diferencial* es el que *averigua el límite de la razon entre la diferencia finita de dos cantidades dadas, y la diferencia finita de otras cantidades que tienen con las dos primeras una analogía conocida* [35, p. 238].

Verdejo también opta por considerar el *Cálculo Diferencial* como *el límite de la razon de las cantidades* y la que nos enseña a *conocer las cantidades por medio de sus límites, se llama cálculo integral* [40, p. 7].

3.2.2. Noción de cantidad infinitamente pequeña

Bails hace uso de los *Lemas Newtonianos* para introducir el cálculo diferencial e integral, con el objetivo de aclarar el concepto de *cantidad infinitamente pequeña* es primordial y, para ello, enuncia y demuestra los lemas que ofrecen al lector las propiedades que verifican estas cantidades. Tras ello, considera que el lector ya entiende que *no son cantidades realmente existentes, [...] son cantidades menores que cualesquiera dadas; son el límite al qual se acercan, sin alcanzarse jamas, las cantidades que van menguando*, [35, p. 141].

García y Verdejo optan por definir *cantidad infinitamente pequeña* en contraposición al concepto de *cantidad infinita* o *infinitamente grande* y apoyándose en el uso de ejemplos. Así, García [38] toma q como el cociente de b/a de modo que *si a va aumentando hasta llegar á ser infinita, irá q disminuyendo hasta llegar á ser cero* (p. 350). Verdejo [40] elige un ejemplo similar y amplía el razonamiento anterior afirmando que *el cero es el límite de las cantidades que decrecen continuamente hasta desvanecerse, y dicha cantidad se llama: cantidad infinitamente pequeña* (p. 2).

3.2.3. Noción de límite

Tal y como hemos visto en el apartado anterior, los autores no abordan el concepto de límite de manera directa; lo hacen cuando tratan de aclarar el concepto de cantidad infinita o infinitamente pequeña. Bails elige en primer lugar un ejemplo de tipo geométrico en el que demuestra cómo la tangente a una curva por un punto es el límite de las rectas secantes AB cuando B se va acercando cada vez más al punto fijo A (Figura 2).

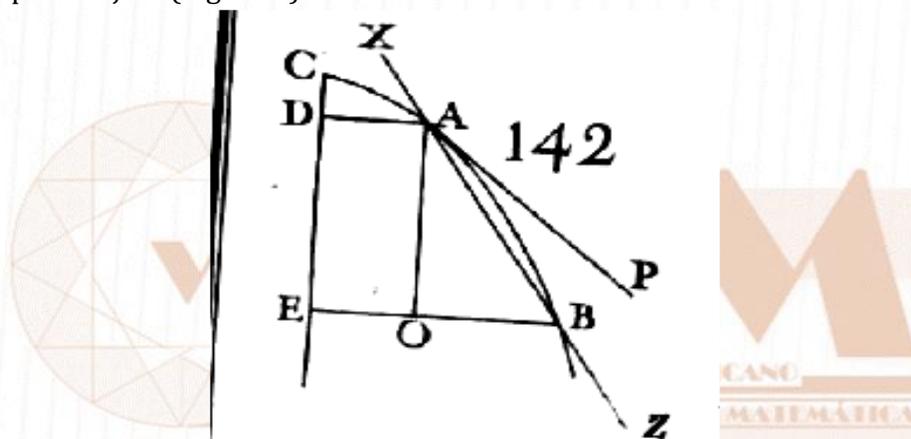


Figura 2. Tangente de una curva como límite de rectas secantes [35, plana 266].

También escoge un ejemplo analítico para aclarar que las rectas secantes se acercarán más a la tangente cuanto más se acerque el punto B al A, al mismo tiempo que explica la diferencia que existe entre la razón de dos cantidades que tienden a cero y la razón entre dos cantidades que son exactamente cero:

Supongamos dos cantidades, tales que la una sea igual al duplo mas al quadrado de la otra, por manera que llamando la primera a y la segunda b sea $a=2b+bb$. Es evidente 1º que la razon entre a y b será siempre mayor que el número 2, mientras a y b tuvieren algun valor 2º que la razon entre a y b se aproximará tanto mas á valer 2, quanto se quisiere al número 2, tomando la primera cantidad tan pequeña como fuere menester [...]. Por consiguiente será el número 2 el límite de la razon de dichas dos cantidades; quando llegare á ser nula b , también llegará á ser a evidentemente nula, en cuyo caso no habrá ni podrá haber razon alguna entre a y b . [35, pp. 239-240].

García y Verdejo coinciden en usar otro tipo de ejemplos. En primer lugar, usan la expresión $1/b$ en la que aumentan o disminuyen sucesivamente su denominador para indicar que *el cero es el límite de las cantidades que decrecen continuamente hasta desvanecerse* [40, p.1] y que *el infinito es el límite de lo finito*, [40, p.2].

Usan asimismo los términos de la serie $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$ para demostrar que *quanto mayor sea el número de sus términos, mas se acercará la suma de todos ellos á valer 1*, [40, p.2]. O también indican que el círculo se puede llamar *polygono de infinitos lados, es decir, que el círculo es el límite de quantos*

poligonos se le quieran inscribir ó circunscribir, al qual se acercarán tanto mas, quantos mas lados tengan [38, p.351].

3.2.4. Aplicaciones del cálculo diferencial e integral

Todos los autores coinciden en proponer aplicaciones al cálculo de diferenciales e integrales. La tabla 2 resume los tipos de aplicaciones que cada autor incluye en cada obra.

		Bails [35]	García [38]	Verdejo [40]
Diferencial	Tangentes y normales de las curvas	X	X	X
	Perpendiculares de las curvas	X	X	
	Asíntotas de las curvas	X	X	
	Límites de abscisas y ordenadas de las curvas	X	X	X
	Máximos y mínimos de las curvas	X	X	X
	Problemas de máximos y mínimos	X	X	X
	Puntos singulares: múltiplos y de inflexión de las curvas	X	X	X
	Curvatura de las curvas	X	X	X
Integral	Cuadratura de las curvas	X	X	X
	Rectificación de las curvas	X	X	X
	Solidez de cuerpos	X	X	X
	Superficies curvas de los sólidos	X	X	X
	Ecuaciones diferenciales	X		

Tabla 2. Aplicaciones al cálculo diferencial e integral incluidas por cada autor. **Fuente:** elaboración propia de los autores.

4. Conclusiones

Desde finales del siglo XVIII, las distintas escuelas, academias y universidades españolas se hicieron eco de la necesidad de establecer libros de texto que tanto alumnos como profesores pudieran seguir

en sus clases. Por lo general, fueron los propios profesores los que se marcaron el objetivo de redactarlos y publicarlos de manera que su contenido se ajustara mejor a los fines de la institución en el que se iba a utilizar y a las competencias que debían adquirir los estudiantes. Pero para poder alcanzar el nivel en el que se encontraban las instituciones europeas, en cuanto a los avances científicos, estos autores se propusieron viajar para formarse en centros extranjeros o invertir tiempo y dinero para comprar y estudiar con los libros de texto que se estaban usando en Europa para la instrucción de las matemáticas.

Es por ello por lo que en lo que respecta a la rama del Cálculo Diferencial e Integral, los libros de texto publicados a finales del siglo XVIII que han sido analizados en este trabajo tienen influencias de la escuela inglesa y hablan de los términos como fluxiones o fluentes, aunque a la hora de trabajar eligen la notación de Leibnitz para notar diferenciales e integrales. Los resultados evidencian que los contenidos incluidos en todos los libros son similares, si bien es cierto, en cuanto a la secuenciación de contenidos, a la redacción y a la elección de ejemplos, que García usó los *Elementos de matemáticas* de Bails [35] como referencia para la redacción de su obra.

Llama la atención, así mismo, la presentación intuitiva, el uso y las aclaraciones a través de diversos ejemplos que los autores hacen del término *límite*, a pesar de que el concepto aún no había sido formalizado matemáticamente.

Reconocimientos

Esta comunicación se ha realizado dentro del proyecto de investigación del Plan I+D+i del Ministerio de Economía y Competitividad (Fondos FEDER) EDU2016-78764-P.

Referencias

- [1] A. Karp, A. y F. Furinghetti, *“History of mathematics teaching and learning: Achievements, problems, prospects”*. Switzerland: Springer, 2016.
- [2] D.A. Lines. *“Natural philosophy and mathematics in sixteenth-century Bologna”*. Science & Education, vol. 15, no. 2-4, pp.131-150, marzo 2006.
- [3] I. Kastanis y N. Kastanis, *“The transmission of mathematics into Greek education, 1800–1840: From individual initiatives to institutionalization”*. Paedagogica Historica, vol. 42, n. 4-5, pp. 515-534, enero 2006.
- [4] M. Amadeo y G. Schubring, *“The École Polytechnique of Paris: myths, sources and facts”*. Bolema: Boletim de Educação Matemática, vol. 29, no. 52, pp. 435-451, agosto 2015.
- [5] F. Furinghetti y L. Giacardi, *“Secondary school mathematics teachers and their training in pre- and post-unity Italy (1810–1920)”*. ZDM, vol. 44, no. 4, pp. 537-550, agosto 2012.

- [6] E. Ausejo, *“Quarrels of a Marriage of Convenience: on the History of Mathematics Education for Engineers in Spain”*. International Journal for the History of Mathematics Education, vol. 2, no 1, enero 2007.
- [7] F. Veá y M.A. Velamazán, *“La formación matemática en la ingeniería”*. Técnica e ingeniería en España, Volumen VI. El ochocientos. De los lenguajes al patrimonio. Zaragoza: Real Academia de Ingeniería, 2011, pp. 299-344.
- [8] V. Meavilla y A. Oller, A, *“Los textos matemáticos de Antonio Terry y Rivas”*. Números, no. 90, pp. 89-103, noviembre 2015.
- [9] F.X. Barca, *“The attitude on squares and academics in Barcelona during the 19th century”*. Arbor, vol. 182, no. 718, pp. 219-236, marzo 2006.
- [10] V. Navarro-Brotóns, *“The Teaching of the Mathematical Disciplines in Sixteenth-Century Spain”*. Science & Education, vol. 15, no. 2, pp. 209-233, marzo 2006. Doi: 10.1007/s11191-005-8860-6.
- [11] B. Gómez, O. Figueras y M. Contreras. *“Modelos de enseñanza de los algoritmos de la división de fracciones”*. Avances de Investigación en Educación Matemática, vol. 9, pp. 43-64, enero 2016.
- [12] L. Puig y A. Fernández, *“La Arithmetica Algebraica de Marco Aurel, primer álgebra impresa escrita en español. Preliminares para su estudio”*. Investigación en Didáctica de las Matemática. Homenaje a Encarnación Castro. Granada: Editorial Comares, 2013, pp. 143-150.
- [13] M.T. González y M. Sierra, *“Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas: los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX”*. Enseñanza de las Ciencias, vol. 22, no. 3, pp. 389-408, 2004.
- [14] B. Gómez, B. *“El análisis de manuales y la identificación de problemas de investigación en Didáctica de las Matemáticas”*. PNA, vol. 5, no. 2, pp. 49-65, 2011.
- [15] R. d'Enfert, R. *“The history of mathematics education and textbooks in France in the 19th and 20th centuries”*. History of Education and Children's Literature, vol. 9, no. 1, pp. 17-26, 2014.
- [16] W.O. Beyer. *“Algunos libros de Aritmética usados en Venezuela en el período 1826-1912”*. Revista de Pedagogía, vol. XXVII, no. 78, pp. 71-110, 2006.
- [17] A. Maz y L. Rico. *“Negative numbers in the 18th and 19th centuries: phenomenology and representations”*. Electronic Journal of Research in Educational Psychology, vol. 17, no. 1, pp. 537-554, 2009.

- [18] M. Sierra, M.T. González y C. López. *“El concepto de continuidad en los manuales españoles de enseñanza secundaria de la segunda mitad del siglo XX”*. Educación Matemática, vol. 15, no. 1, pp. 21-50, 2003.
- [19] B. Gómez Alfonso, *“El uso de la historia en la educación matemática: El caso de los gemelos póstumos”*. Matemáticas educación y Sociedad, vol. 1, no. 1, pp. 11-21, 2018.
- [20] M. Sierra, M.T. González y C. López, *“Evolución histórica del concepto de límite funcional en los libros de texto de Bachillerato y Curso de orientación Universitaria (COU)”*. Enseñanza de las Ciencias, vol. 17, no. 3, pp. 463-476, 1999.
- [21] A. Maz-Machado y L. Rico, *“Principios didácticos en textos españoles de matemáticas en los siglos XVIII y XIX”*. RELIME, Revista latinoamericana de Investigación Educativa, vol. 18, no. 1, pp. 49-76, 2015.
- [22] E. Ausejo y F.J. Medrano, *“La fundamentación del calculus en España: El cálculo infinitesimal en Gabriel Ciscar (1760-1829)”*. Lull: Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas, vol. 35, no. 76, pp. 305-316, 2012.
- [23] E. Ausejo y F.J. Medrano Sánchez, *“Jorge Juan y la consolidación del cálculo infinitesimal en España (1750-1814)”*. Jorge Juan Santacilia en la España de la Ilustración. Alacant: Publicacions de la Universitat d’Alacant, 2015, pp. 155-178.
- [24] M. Blanco, *“El método de las fluxiones en la academia de matemáticas del cuartel de guardias de corps: una revisión sobre el curso militar de mathematics de Pedro Padilla (1753-1756)”*. XI Congreso de la SEHCYT. Azkoitia, Gipuzkoa: Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas, 2011, pp. 385-395.
- [25] M. Blanco, *“The Mathematical Courses of Pedro Padilla and Étienne Bézout: Teaching Calculus in Eighteenth-Century Spain and France”*. Science & Education, vol. 22, no. 4, pp. 769-788, 2013.
- [26] S. Garma, *“Cultura matemática en la España de los siglos XVIII y XIX”*. Ciencia y sociedad en España. Madrid: Ediciones El Arquero, 1988, pp. 93-127.
- [27] M. Hormigón, *“Las Matemáticas en el siglo XVIII”* (Vol. 24). Madrid: Akal, S.A, 1994.
- [28] J. Navarro, *“La incorporación del cálculo diferencial e integral al Colegio de Artillería de Segovia”*. Lull: Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas, vol. 36, no. 78, pp. 333-358, 2013.
- [29] A. Maz, *“Investigación histórica de conceptos en los libros de matemáticas”*. Investigación en Educación Matemática XIII. Santander: SEIEM.2009, pp. 5-20.

- [30] L. Rico y A. Fernández-Cano, *“Análisis didáctico y metodología de investigación”*. Análisis didáctico en educación matemática: metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular, Granada: Comares, 2013, pp. 1-22.
- [31] C. León-Mantero, A. Maz-Machado, M.J. Madrid y N. Jiménez-Fanjul, *“Estrategias didácticas en libros de matemáticas españoles del siglo XIX: los tratados elementales de Juan Cortázar”*. Unión: revista iberoamericana de educación matemática, no. 52, pp. 34-45, 2018.
- [32] M.J. Madrid, A. Maz-Machado, C. León-Mantero y C. López-Esteban, *“Aplicaciones de las Matemáticas a la Vida Diaria en los Libros de Aritmética Españoles del Siglo XVI”*. Boletim de Educação Matemática, vol. 31, no. 59, pp. 1082-1100, 2017.
- [33] A. Maz, *“Los números negativos en España en los siglos XVIII y XIX”*. Tesis doctoral, Granada: Universidad de Granada, 2005.
- [34] V. Arenzana, *“La enseñanza de las matemáticas en España en el siglo XVIII. La escuela de matemáticas de la Real Sociedad Económica Aragonesa de Amigos del País”*. Tesis doctoral, Universidad de Zaragoza: Zaragoza, 1987.
- [35] B. Bails, *“Elementos de Matemáticas (Tomo III)”*. Madrid: D. Joaquin Ibarra, 1779.
- [36] É. Bézout, *“Cours de mathématiques a l’usage des Gardes du Pavillon et la Marine (Tomo IV)”*. París: Chez Richard, Caille & Ravier, 1767.
- [37] C. Dorce, *“Historia de las Matemáticas en España”*. Sant Cugat: Editorial Arpegio, 2017.
- [38] J.J. García, *“Elementos de Aritmética, Álgebra y Geometría”*. Madrid: D. Joachin Ibarra, 1782.
- [39] G. Die, *“Francisco Verdejo, un matemático olvidado”*. Madrid: Ed. Bubok, 2010.
- [40] F. Verdejo, *“Compendio de Matemáticas puras y mixtas para instrucción de la juventud (Tomo II)”*. Madrid: Imprenta de la Viuda de Ibarra, 1802.

