

Formación de un maestro para la enseñanza de la matemática moderna: su cuaderno de apuntes

*María Teresa González Astudillo**

RESUMEN

En España el Movimiento de la Matemática Moderna se inició en los cursos superiores de educación secundaria y posteriormente se introdujo en la educación primaria. Los contenidos de matemáticas que se incluyeron en el plan de estudios se adaptaron a algunos de los aspectos que caracterizaron este movimiento. Así la teoría de conjuntos, las estructuras algebraicas, las nociones de relación y de función fueron el eje principal sobre el que se articularon el resto de los contenidos. Sin embargo, un tema poco estudiado ha sido el correspondiente a la formación que recibieron los maestros españoles en ejercicio cuando debieron asumir esa reforma. En esta comunicación nos aproximaremos a esa formación a través de uno de los cuadernos de apuntes escrito por un maestro. En él encontramos tanto la formación teórica, como algunos ejercicios propuestos y resueltos. Esto va a resultar un claro indicador para averiguar los contenidos trabajados, la metodología usada, la progresión en dichos contenidos, la estructura que tenían, el grado de profundidad abordado y el tipo de ejercicios planteados a los profesores. Veremos que la enseñanza recibida fue una enseñanza puramente transmisora en la que lo importante era la estructuración de los contenidos y el rigor matemático. Nada aparece en ese cuaderno en cuanto a la metodología a usar en el aula, el uso de materiales, el recurso del juego para motivar a los alumnos o el cultivo de la imaginación que constituirían el otro aspecto característico de esta reforma.

Palabras clave: movimiento matemática moderna, formación de maestros, cuaderno.

Introducción

Los investigadores de historia de la educación matemática han tratado muchos aspectos relativos a la matemática moderna: aspectos históricos, su origen, la metodología de enseñanza, los libros, su fracaso,... En lo que estamos todos de acuerdo es que este movimiento, en su momento, produjo una transformación profunda de la educación matemática.

Dos son los aspectos que se han puesto de relieve en el cambio de concepción que se realizó en torno a la enseñanza de la matemática. Uno está centrado en el acercamiento de los avances científicos a la escuela. En su momento se percibió que la enseñanza de las matemáticas reproducía un conocimiento obsoleto y atrasado. Se necesitaba actualizar los contenidos y acercarlos a la matemática. Por ello se organizó el corpus de las matemáticas

*U. Salamanca (España), e-mail: maite@usal.es.

en torno a las estructuras algebraicas, de orden y topológicas. Se puso el énfasis en la teoría de conjuntos, la noción de relación y de función. Por otro lado, se empezó a mostrar cierta preocupación por el niño y los aspectos de índole cognitivo. Por ello se planteó el desarrollo de ciertas funciones mentales en los niños como el dinamismo en el razonamiento, el aprovechamiento del espíritu lúdico, el cultivo de la imaginación y la inteligencia, la estimulación a la organización y encadenamiento de los pensamientos y la valoración estética de las matemáticas, entre otros.

En España, la introducción de este movimiento se realizó en la enseñanza secundaria. Desde el año 1961 ya se empezaron a publicar los primeros libros que se utilizarían en este nivel, concretamente en los últimos años (quinto y sexto de bachillerato, que corresponden a los 15-16 años de edad). El primer libro se organizó con los: “apuntes se pueden considerar el fruto de la experimentación en quinto de Bachillerato y fueron redactados por los profesores Casulleras y Marcos de Lanuza como notas de clase, es decir, son los temas que se impartieron durante aquel curso por la Comisión presidida por Pedro Abellanas” (González, 2006, p. 66). Posteriormente, en 1964 se publicaron las orientaciones para la enseñanza de las matemáticas en los cursos de primero a cuarto de bachillerato (niños de 10-14 años de edad).

En los apartados que siguen nos vamos a centrar en la introducción del Movimiento de la Matemática Moderna en España en la etapa de educación primaria. Una vez establecido lo que se consideró que debería ser el plan de estudios de esta etapa veremos la formación que recibieron los maestros en ejercicio para enfrentarse a estos contenidos. Esto nos permitirá hacernos una idea del cambio tan profundo que significó en su momento esta reforma y las dificultades a las que tuvieron que enfrentarse unos maestros cuya formación inicial no se había pensado en los términos correspondientes a la reforma. El acercamiento a los conocimientos recibidos por los maestros lo vamos a hacer a través del cuaderno de apuntes y ejercicios de uno de estos maestros. Dicho cuaderno constituye un registro detallado tanto de los contenidos teóricos trabajados, cómo de la forma de organizarlos y de los ejercicios propuestos y resueltos por los maestros.

El problema de investigación

Para situarnos y saber exactamente a qué debieron enfrentarse los maestros para adaptarse a la nueva visión de la Matemática y su enseñanza que conllevaba el Movimiento de la Matemática Moderna vamos a hacer un pequeño repaso a la legislación educativa en la que se registraron estos cambios. La Matemática Moderna llegó a la enseñanza primaria a raíz de la publicación en 1970 de la Ley General de Educación (LGE). Concretamente, el 2 de diciembre de 1970 se aprobaron las **Orientaciones Pedagógicas para la Enseñanza General Básica**. La enseñanza primaria (EGB, Enseñanza General Básica) estaba estructurada en ocho cursos divididos en dos etapas, una primera para alumnos de 6 a 10 años y una segunda para alumnos de 10 a 14 años de edad) y la matemática moderna se introdujo desde los 6 años de edad:

“Para facilitar la creación de estructuras mentales se introduce la Matemática Moderna desde la primera etapa (6-10 años de edad). Esto permite, por ejemplo, la construcción de los números como una propiedad de los conjuntos, facilita la comprensión de estos conceptos antes de introducir los mecanismos correspondientes a las operaciones y evita el aprendizaje memorístico. En la segunda etapa (10-14 años) se insiste en los aspectos más formales y formativos de las matemáticas y se pretende que el alumno logre claridad, rigor y precisión en el pensamiento. Se concedió gran importancia al estudio de conjuntos y estructuras algebraicas, que se consideraron como un fin en sí mismos.” (González, 2006, p. 68)

Si repasamos los contenidos citados en dicha ley distribuidos por niveles, se observa el énfasis puesto en la teoría de conjuntos y el dominio de los aspectos numéricos y formales frente a los geométricos e intuitivos. Los contenidos agrupados en grandes temas, son los siguientes: Conjuntos, Relaciones y Aplicaciones, Operaciones con Números naturales, números decimales e introducción a las fracciones, Magnitudes y su medida. Geometría elemental del plano con algunos ejemplos de Topología. Por ejemplo, en quinto curso se indica:

- Conjuntos, Operaciones con conjuntos. Propiedades.
- Correspondencias. Aplicaciones. Bisecciones.
- Relaciones de coordinabilidad. El número natural.
- Operaciones con números naturales. Propiedades
- Concepto de múltiplo y divisor.
- Introducción experimental a los movimientos del plano. Simetría axial. Producto de simetrías. Traslaciones.
- Igualdad de triángulos.
- Circunferencia y círculo.
- El m^2 . Unidades de superficie. Introducción experimental a la medida de la superficie de paralelogramos y triángulos.
- Introducción experimental a las fracciones

Como consecuencia de esta nueva visión de la enseñanza de las matemática, hay conceptos que no se habían incluido en programas anteriores, distribuidos a lo largo de los cursos, la mayoría relativos a la teoría de conjuntos: conjunto, subconjunto, conjuntos disjuntos, partición de un conjunto, relación de pertenencia, relación de inclusión, operaciones de intersección, unión, producto cartesiano de dos conjuntos, propiedades de las operaciones, coordinabilidad, correspondencias, aplicaciones, biyecciones, aplicaciones inyectivas, aplicaciones suprayectivas, relaciones de igualdad, el grupo aditivo de los números enteros, el anillo de los números enteros, el cuerpo de los números racionales; pero también alguno referente a la topología como: borde de un polígono. Como novedad cabe destacar también la introducción de nociones de estadística en séptimo curso.

Una primera rectificación de este plan de estudios tuvo lugar inmediatamente: al año siguiente de publicarse las orientaciones pedagógicas que tenían carácter experimental para un solo curso. Se publicó la Orden ministerial de 6 de agosto de 1971 (BOE del 24,

publicado en la Revista Vida Escolar), por la que se prorrogaron con carácter indefinido las correspondientes a la primera etapa y se anunció la publicación de **nuevas orientaciones para la segunda etapa y para la educación preescolar**.

Las nuevas orientaciones para la segunda etapa, que se presentan como “bases de programación”, mantuvieron la misma filosofía y criterios generales que las anteriores y se ofrecieron también como meramente indicativas, no pudiéndose considerar como un programa, sino que se definieron conjuntamente contenido y metodología en función de los objetivos y con indicación de procedimientos de evaluación. Fue la primera vez que en unos cuestionarios apareció una estructura tan organizada de los planes de estudio.

La segunda etapa de la EGB estaba dirigida a los alumnos de once a catorce años. Se suponía que no había una ruptura entre las dos etapas, sino que una era continuidad de la otra, aunque en la segunda etapa adquirieron mayor importancia la sistematización de conocimientos, no tanto en 6º curso, que se consideraba un curso puente entre las dos etapas, pero sí en 7.º y 8.º.

El tratamiento que se dio a las Matemáticas en las Nuevas orientaciones estuvo marcado por la influencia del movimiento internacional de reforma de la enseñanza de las matemáticas y el predominio del movimiento estructuralista y de la Matemática Moderna (Sierra, 1989) con lo que se pretendía profundizar en el formalismo matemático.

Los objetivos generales de esta etapa eran:

- Manejar los conceptos matemáticos como medio de adquirir hábitos de claridad y de rigor en el pensamiento
- Adquisición de un vocabulario básico, científico, que dé precisión y concisión en la expresión de los conocimientos matemáticos.
- Elaboración de sencillos esquemas mentales que permitan al alumno resolver problemas de la vida ordinaria y profesional.
- Perfeccionamiento de los automatismos del cálculo
- Iniciación en el razonamiento lógico mediante sencillas demostraciones matemáticas.
- Manejar las estructuras algebraicas elementales, para una mejor comprensión y relación entre los elementos de los conjuntos estudiados.
- Expresión matemática oral y escrita de los aspectos cuantitativos de la realidad material y de la comunidad humana.
- Iniciar en el proceso de abstracción, matematización, partiendo de situaciones concretas, simples y de la vida ordinaria.
- Desarrollo de la intuición espacial (Vida escolar, 1971, p. 32-33).

Los contenidos matemáticos en esa etapa eran los siguientes: Aplicaciones, Construcción del conjunto de los enteros y operaciones en este conjunto, Introducción a las estructuras algebraicas. Estudio de las magnitudes longitud, amplitud, superficie y volumen, funciones y ecuaciones, Proporcionalidad de magnitudes, Introducción a la Estadística.

Se concedió gran importancia al estudio de conjuntos y estructuras algebraicas, que se consideraron como un fin en sí mismos planificando aprendizajes puramente ficticios,

en algunos casos realizando auténticos disparates pedagógicos. La intervención de especialistas y profesores universitarios en la elaboración de los programas de matemáticas de la EGB, sin preparación didáctica alguna, llevaron a unos programas irreales como, por ejemplo, la presentación en séptimo de EGB, de las estructuras matemáticas mediante definición axiomática, calcadas de los que a su vez habían copiado a Bourbaki. Se provocó artificialmente una separación entre “matemática moderna” y “matemática tradicional” que confundía a niños y profesores, produciéndose un abandono notable del cálculo y la casi desaparición de la geometría intuitiva escolar.

La LGE pretendía una reforma ambiciosa de la educación matemática, pero el profesorado no estaba profesionalmente preparado para llevar a cabo esta reforma. Su formación y ejercicio profesional no se había realizado teniendo en cuenta esta reforma para la enseñanza de estas matemáticas y cuando llegó el momento se vieron inmersos en una idea de la matemática completamente diferente de aquella que habían aprendido y habían enseñado. En definitiva “el profesorado no tenía preparación para este cambio lo que exigirá de los docentes un perfeccionamiento de su práctica docente” (González, 2008, p. 621).

En ese momento se vio la necesidad de la adaptación de los conocimientos de estos profesores y se realizaron a lo largo de toda España cursos de adaptación para reciclar los conocimientos de los maestros “con el fin de poner en contacto a los profesores de matemáticas, no cualificados en estas disciplinas con las modernas técnicas científicas y con las actuales corrientes pedagógicas” (Rico, 1994, p. 37). Estos cursos tuvieron diferente éxito según las diferentes localidades y debemos tener en cuenta que no eran obligatorios con lo que no todos los maestros accedieron a esta formación. Normalmente estaban impartidos por profesores universitarios o de las antiguas Escuelas Normales. En general, los instructores eran matemáticos de formación inicial que se dedicaban, entre otras cosas, a la formación de maestros. Pero ¿cuál fue la formación que recibieron estos maestros en dichos cursillos? ¿Cuáles eran los contenidos, la formación científica y pedagógica que les hiciera adaptarse a los nuevos aires en la enseñanza de las matemáticas? Para hacernos una idea de la formación que recibieron algunos de estos maestros, vamos a acercarnos a ella a través del cuaderno de uno de ellos.

El método

Se ha seguido como método de investigación el método histórico (Ruíz Berrio, 1976). En la etapa de la heurística se ha localizado a un maestro que en aquella época estaba en activo y que asistió a uno de esos cursos y al que se pidió su cuaderno de apuntes. En la fase de crítica se constató con los profesores que organizaron el curso que dicho maestro asistió efectivamente y que la formación que recibió fue la correspondiente a la actualización para la enseñanza de la matemática moderna, así como que los contenidos que aparecían en dicho cuaderno fueron los que componían el curso. Finalmente, para la parte de la hermenéutica se ha utilizado como técnica de investigación el análisis de contenido descriptivo-interpretativo (Cohen, Manion y Morrison, 2011) en el sentido de

considerar el cuaderno de apuntes como un texto o mensaje comunicativo que nos permite realizar una descripción del cuaderno que permita responder al problema de investigación.

Al ser este un primer análisis del cuaderno se ha realizado de forma macroscópica tratando de identificar los contenidos que aparecen en la legislación educativa. Esto ha permitido, en primera instancia, distinguir aquellos aspectos aritméticos de los algebraicos o de los geométricos identificando dentro de ellos los conceptos que forman parte de estas ramas de la matemática, así como distinguir los contenidos teóricos de los ejercicios planteados para clarificar y ejercitar los contenidos teóricos. Se hizo un listado de los conceptos que aparecen en el cuaderno y el orden en que lo hacen. Posteriormente se establecieron unidades de análisis, es decir, aquellos trozos de texto en los que se presenta un determinado concepto o bien un ejercicio sobre ese concepto. Una vez realizadas estas distinciones se han tratado no solo de identificar los conceptos desarrollados sino también los aspectos metodológicos correspondientes tanto a la forma de transmisión utilizada como aquellos correspondientes a los métodos de enseñanza que preconizaba el movimiento de la matemática moderna. Mostraremos brevemente cómo se organizaban dichos contenidos, la orientación que se les daba y algunos de los ejercicios como una prueba de la formación recibida por los profesores.

Hay que entender esta comunicación como una primera aproximación a la resolución del problema por lo que se va a hacer una mera descripción de lo encontrado hasta el momento. Falta obtener la visión global del cuaderno con los diferentes aspectos encontrados lo que constituiría una síntesis que nos proporcione el mapa de la formación de este maestro. También, es necesario un posterior análisis microscópico más fino que permita obtener unas respuestas con mayor grado de profundidad, así como analizar otros cuadernos que sirvan de contraste y que permitan una generalización de los resultados obtenidos. Entiéndase por tanto simplemente como una primera aproximación al problema de investigación para dar cuenta de algunas cuestiones que se han obtenido hasta el momento.

Resultados

En cuanto a los contenidos más teóricos, el cuaderno refleja cómo en este movimiento se concedía gran importancia a la teoría de conjuntos. Cuestiones como qué es un conjunto, cómo se puede definir, diferentes operaciones que se establecen entre conjuntos y sus propiedades, la noción de relación de equivalencia, partes de un conjunto, conjunto cociente o las relaciones, sus tipos y propiedades están presentes en la formación de los maestros. En la figura 1 se pueden ver aspectos gráficos y simbólicos asociados a la teoría de conjuntos, concretamente a ciertas propiedades de la unión e intersección de conjuntos que se nombraban, se simbolizaban y se dibujaban.

A partir de la noción de conjunto se establecen las distintas estructuras algebraicas. Se consideraban muchas de las estructuras conocidas hasta aquel momento. En la figura 2 podemos ver cómo se designaban algunas de estas, se establecía un orden entre ellas según

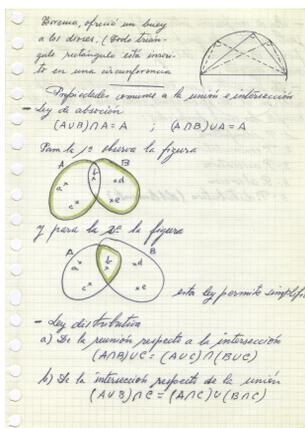


Figura 1. Algunas propiedades de la unión e intersección de conjuntos

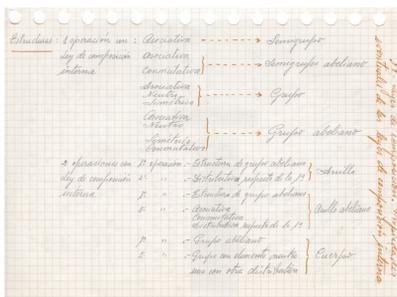


Figura 2. Esquema de las estructuras algebraicas consideradas

tuvieran una o dos leyes de composición interna y las propiedades que deberían cumplir dichas operaciones para establecer el tipo de estructura.

Una vez establecidas las estructuras se pasaba a construir los diferentes conjuntos numéricos y determinar la estructura a la que se ajustaban. Así se construían los números naturales como la partición determinada por la relación de equivalencia de conjuntos equipotentes, los números enteros se definían a través de ordenados y una relación de equivalencia determinada por la igualdad de ciertas sumas de los elementos del par (como se puede ver en la figura 3). De forma similar se construían el conjunto de los números racionales y el de los números reales. Además, se establecían las operaciones que se podían definir en esos conjuntos, las propiedades que poseían, las relaciones de orden, así como sus propiedades.

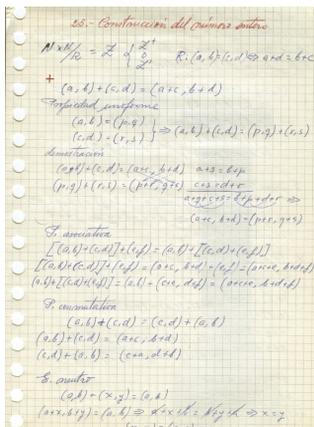


Figura 3. El conjunto de los números enteros, definición de la relación de equivalencia, suma de números enteros y propiedades

¿Qué pasó con la Geometría? Volvemos en este caso también a las estructuras. Para la Geometría se establecía lo que se entendía por espacio vectorial, se definían los vectores, se indicaban las operaciones que se podía hacer con ellos, se determinaban las propiedades y la relación de orden.

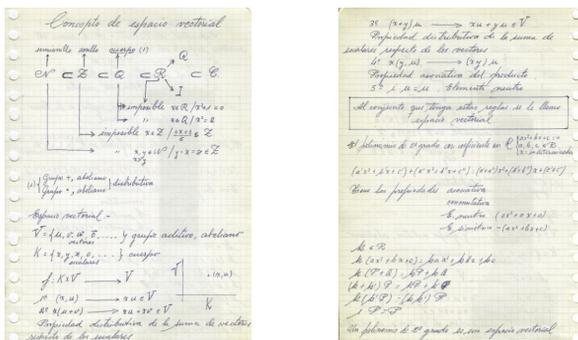


Figura 4. Definición de espacio vectorial, operaciones y propiedades

Además de los contenidos teóricos, como se ha indicado, se ejercitaba a los futuros maestros en la resolución de algunos ejercicios que venían fuertemente marcados por esta nueva forma de organizar la matemática. Así se pueden observar numerosos ejercicios sobre teoría de conjuntos, sobre los diferentes conjuntos de números, sobre las propiedades

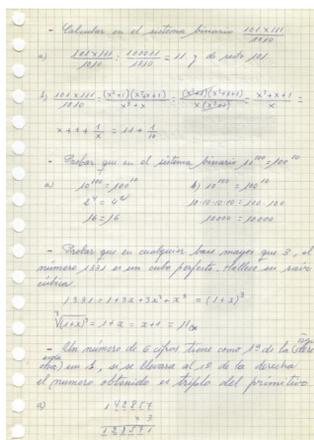


Figura 5. Ejercicios sobre sistemas de numeración con diferentes bases

de las operaciones... Uno de los contenidos, a los que no hemos hecho referencia antes pero que aparece de forma reiterada en el cuaderno, es el relativo a los distintos sistemas de numeración en función de la base de dicho sistema. En la figura 5 podemos ver tres de dichos ejercicios.

Además de este tipo de ejercicios más relacionados con la aritmética, también se pueden encontrar ejercicios sobre geometría o, incluso, combinatoria.

Como se puede observar en este ejercicio, aunque su formulación podría ser idéntica independientemente de la orientación dada a la Geometría, es clave sin embargo la forma de resolución. En ella se recurre a la representación algebraica de los elementos geométricos con lo que se ha perdido la parte intuitiva más acorde a la enseñanza a la que estaban acostumbrados estos maestros. El simbolismo va a ser un elemento que marcó en gran medida la forma de hacer matemáticas que se transmitió en los cursos de adaptación de maestros.

Conclusiones

Hemos visto cómo en este cuaderno se combinan cuestiones de teóricas relativas al conocimiento matemático junto con algunos ejercicios que constituyen la parte más práctica. En definitiva, el conocimiento que se le trasmite al maestro está únicamente dirigido hacia el conocimiento matemático y no hemos encontrado ningún indicio relativo al conocimiento pedagógico del contenido o de los alumnos.

Se ha mostrado la forma en la que se concibió la actualización de algunos maestros en relación con la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria en España con la

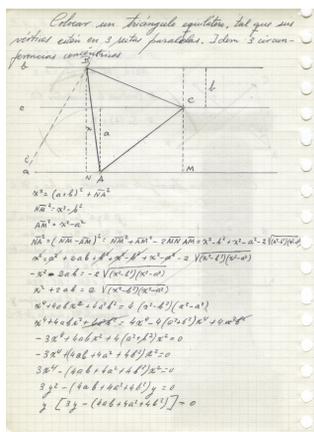


Figura 6. Un ejercicio sobre triángulos

introducción de la Matemática Moderna. Tanto los planes de estudio como la formación recibida por los maestros estaban fundamentadas en una matemática formalista en la que lo importante era el rigor y la noción de estructura la que organizaba todos los contenidos. A pesar de que en esta reforma desde el punto de vista más filosófico se tenían en cuenta algunos aspectos cognitivos de los alumnos, desde el punto de vista de las orientaciones recibidas por los maestros, esto no fue así en la práctica.

En realidad, hemos de tener en cuenta que los cursos de adaptación para maestros fueron insuficientes y su implantación fue apresurada. Muchos maestros estudiaron los nuevos contenidos que tenían que impartir casi simultáneamente a sus alumnos, con esfuerzo personal considerable, sin orientación adecuada, aunque con gran celo profesional.

Por otra parte, el haberse hecho cargo con carácter general de la formación de los escolares entre 11 y 14 años el Profesorado de EGB trató, en una primera época, de mostrarse competitivo en relación con la formación que se esperaba que tuvieran los alumnos al llegar a los Institutos. La preocupación por el nivel de los escolares, el énfasis en las destrezas formales, es una constante del trabajo en los últimos niveles de la EGB en estos años. Los maestros tuvieron gran cuidado en su imagen ante los profesores de Enseñanza Media. El debate sobre la falta de nivel de estos alumnos impregnó todo este movimiento y dio lugar a multitud de intentos de conexión entre la educación primaria y la secundaria.

Como ya se ha indicado, esta sólo ha sido una primera aproximación al problema que se trata de investigar. Es cierto que ha sido esclarecedora de algunos de los aspectos considerados como los conceptos que formaban parte de la actualización de los maestros y la forma de transmisión utilizada, sin embargo, falta realizar una primera síntesis global del cuaderno, así como un análisis más detallado y un contraste con cuadernos de otros maestros que per-

mita llegar a resultados más generales. Una cuestión que ha de tenerse en cuenta es que los maestros a los que hacemos referencia en esta comunicación son maestros que actualmente están jubilados o fallecidos, por lo que resulta complicado localizarlos. Además, han debido tener el cuidado de guardar los cuadernos de apuntes lo cual no es un actitud muy generalizada entre ellos por eso debe considerarse este cuaderno como una joya que da fe de la formación recibida en un pasado no muy lejano.

Referencias

- Cohen, L., Manion, L. y Morrison, K. (2011). *Research methods in education*. Londres: Routledge
- España (1971). Orden por la que se prorrogan y completan las orientaciones pedagógicas para la Educación General Básica. *Vida Escolar*, 128-129, 32-33.
- González, M.T. (2006). La matemática moderna en España. *Unión: Revista Iberoamericana de educación matemática*, 6, 63-71.
- González, M.T. (2008). La transición hacia la matemática moderna: La revista Vida Escolar. *Diálogo Educativo*, 8(25), 615-631.
- Rico, L. (1994) Componentes básicos para la formación del profesor de matemáticas de secundaria. *Revista Interuniversitaria de formación del profesorado*, 21, 33-44.
- Ruiz-Berrio, J. (1976). El método histórico en la investigación histórica de la Educación. *Revista Española de Pedagogía*, 134, 449-475.
- Sierra, M. (1989). La enseñanza de las Matemáticas en la EGB en España (1970-1985). *Aula*, vol. II, 69-74.