



**III CONGRESSO IBERO-AMERICANO  
HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA  
BELÉM – PARÁ – BRASIL  
04 a 07 de novembro de 2015  
ISSN 978-85-89097-68-0**

**A EDUCAÇÃO ELEMENTAR  
PELA PEDAGOGIA DE ZOLTAN DIENES**

**Denise Medina<sup>70</sup>**

**RESUMO**

Este estudo vem colaborar com o projeto de pesquisa em desenvolvimento na Universidade Severino Sombra-RJ, como grupo integrante do Projeto maior “A Constituição dos saberes elementares matemáticos (UNIFESP)”. O Objetivo do presente estudo é delinear uma trajetória da Aritmética escolar por meio da análise de livros didáticos (1960-1970). Neste sentido, neste texto analiso os trabalhos de Zoltan Paul Dienes que teve seus livros publicados no Brasil, sobre o processo de aprendizagem, especificamente sobre o ensino de aritmética. Procuo caracterizar de que maneira são construídas as representações para o “ensino tradicional” e o “ensino moderno”, utilizadas pelo autor como justificativas, no momento em que anuncia suas novas propostas didáticas. Para isso, apresento uma breve explanação de sua teoria, veiculada em seus livros. Aqui também, exemplifico de que maneira sugere a introdução do conceito de número na escola elementar. Trago Roger Chartier para auxílio na compreensão do movimento “antigo x moderno” dos textos de Dienes quando tenta desqualificar o antigo para anunciar suas novas ideias. Como resultado principal, verificamos que Dienes faz circular suas ideias de como ensinar aritmética para crianças por meio de livros e cursos. Propõe atividades abrangendo o desenvolvimento das estruturas lógicas elementares, numa sequência de acordo com o desenvolvimento cognitivo da criança, construindo novas estruturas a partir das já existentes.

**Palavras-chave:** história da educação matemática, saberes elementares matemáticos, ensino de aritmética, Zoltan Paul Dienes.

---

<sup>70</sup> Docente da Universidade Severino Sombra – USS, Campus Vassouras. E-mail: denisemedinafranca@gmail.com.

## INTRODUÇÃO

Dienes é um dos grandes pioneiros dos estudos alusivos à metodologia para o ensino nas séries iniciais e considerado referência no campo da Educação Matemática, em decorrência de suas teorias sobre a aprendizagem. Seus estudos exploram, principalmente, a construção de conceitos, processos de formação do pensamento abstrato e o desenvolvimento das estruturas matemáticas, desde os primeiros anos na escola. Traz inovações para a didática dessa área do conhecimento, quando propõe concretizações de conceitos matemáticos abstratos, a partir de manipulações de materiais estruturados em jogos, brincadeiras, histórias, etc. Seus primeiros livros, *Aprendizado moderno de Matemática* e a Coleção *Primeiros Passos*, publicados originalmente na Inglaterra em 1960 e 1966, respectivamente, influenciam até hoje os trabalhos desse campo de pesquisa. Matemático húngaro (1916-2014) obtém o título de Doutor em Matemática e Psicologia, pela Universidade de Londres, em 1939. Trabalhou como professor em Highgate School e Dartington Hall School e nas Universidades de Southampton, Sheffield, Manchester e Leicester, todas na Inglaterra. Torna-se pesquisador do Centro de Estudos Cognitivos da Universidade de Harvard (1960-1961) e professor adjunto em Psicologia na Universidade de Adelaide (Austrália), no período de 1961 a 1964. É nomeado diretor do Centro de Investigação em Psicomatématica, em Sherbrooke, Quebec, em 1964 e, após o fechamento do Centro em 1975, por motivos políticos, dedica seus estudos à educação indígena, como professor na Universidade de Brandon, no Canadá, até 1978.

Trata-se de um sujeito que marca rupturas no ensino de Matemática, ao afirmar que ela deve ser vista como uma estrutura de relações e não apenas considerada como um conjunto de técnicas. Propõe, para o ensino, uma metodologia alternativa, adequada ao desenvolvimento de processos psicológicos. Divulga suas ideias, exercendo consultoria sobre o ensino de Matemática em vários países (Itália, Alemanha, Hungria, Nova Guiné e Estados Unidos) e para diferentes organizações, em todo o mundo. Participa também da fundação, em 1964, do ISGML (International Study Group for Mathematics Learning), que promove encontros sobre Educação Matemática, realizados na Hungria, Itália, Inglaterra e, em outros países, com desdobramentos na América Latina.

Os resultados completos da experiência realizada em Leicester (1958-1959), conhecida como Projeto Leicestershire, foram compilados e publicados no livro *Aprendizado Moderno de Matemática*, procurando satisfazer a curiosidade sobre o novo

modo de ensinar, visto que, quando a obra foi escrita, não havia nenhum projeto de Matemática Moderna, a não ser o do University of Illinois Committee on School Mathematics (UICSM), que se interessava unicamente pelo trabalho nas escolas secundárias. O projeto de Matemática, de Leicestershire, era praticamente o único a estudar o ensino nas séries iniciais.

A visibilidade obtida originou vários convites a Dienes. Em 1961, foi trabalhar no Departamento de Psicologia na Universidade de Adelaide, na Austrália, aprofundando suas pesquisas. No Projeto Adelaide, o pesquisador procurava observar os componentes do processo de aprendizagem das estruturas matemáticas, tanto em situações de sala de aula, como individualmente.

A partir desse projeto, em 1964, ele publica, em Melbourne, o livro *Matemática Moderna no Ensino Primário*, com objetivo de mostrar como ensinar Matemática Moderna para crianças, de maneira “perfeitamente” adequada às suas capacidades. Outras considerações sobre tal experiência foram relatadas em *Pensando em Estruturas*, publicado em 1965.

## **O ANÚNCIO DO NOVO**

Percebemos na leitura dos textos de Dienes o uso de crítica feroz ao que chama de método tradicional de ensino, como estratégia de convencimento a suas propostas metodológicas. Faz parte de seu estilo, construir a argumentação, por meio de uma análise do “antigo”. Antes de anunciar proposições metodológicas para o ensino de Matemática, aponta equívocos, e critica a ineficiência e inadequação da metodologia atual. Para ele, a [...] antiga matemática consiste em considerar o ensino da matemática como um adestramento em processos mecanizados; a perspectiva nova, em considerar que esses processos formam um tecido de estruturas de complexidade crescente (Dienes, 1967a, p. 8).

Essa nova abordagem exige outros métodos, em que a aprendizagem está condicionada a um ensino realizado com um vasto material manipulável em atividades investigativas, em situações que retratem concretamente as estruturas e com professores que compreendam o completo significado delas e a maneira como as crianças aprendem.

Outro ponto que diferencia as propostas de Dienes da “antiga abordagem” refere-se à ênfase dada à metodologia, com a introdução de materiais manipuláveis para a realização das atividades, predominantemente em trabalho em grupo. Podemos dizer que Dienes levou para as salas de aula blocos lógicos, material multibase e o material dourado, visto que as atividades são propostas para serem realizadas com a utilização desses instrumentos.

Estruturalista como Jean Piaget, os pressupostos das ideias de Dienes são influenciados pela Psicologia Cognitiva e abordam o ensino da Matemática explorando-a como uma estrutura única, procurando desenvolver uma nova metodologia, utilizando jogos em atividades, com materiais concretos, que retratam as estruturas fundamentais da Matemática.

Uma característica marcante de Dienes é a ênfase dada às contribuições da Psicologia e Pedagogia nas suas propostas, considerando-as, por isso, em constante evolução, a fim de adaptar-se ao desenvolvimento das pesquisas mais recentes, tanto na Matemática como na Psicologia e, portanto, sujeitas a mudanças significativas.

O autor enfatiza que qualquer proposta de ensino de Matemática deve nortear-se por princípios psicológicos e pedagógicos. Para tal, é exigida uma implantação acompanhada de mudanças também nas maneiras de entender o ensino, a aprendizagem, o papel dos currículos, livros didáticos, etc.

Segundo Dienes (1967a, p. 33), Piaget “foi o primeiro a perceber que o processo de formação de um conceito toma muito mais tempo do que se supunha anteriormente”, visto que a construção conceitual relaciona-se ao desenvolvimento das estruturas elementares que compõem sua produção.

O autor também incorpora de Piaget diversas problemáticas relacionada à aprendizagem. Essa nova concepção sobre a construção do conhecimento gera novas noções sobre o significado de aprender Matemática e como ensinar. Insere-se, pois, nesse cenário, aprofundando seus estudos, e propõe alterações didáticas, com preocupações com o desenvolvimento psicológico e a construção do pensamento da criança, em que a direção da aprendizagem é exatamente contrária à proposta de organização tradicional:

## **A PEDAGOGIA DE DIENES**

Os princípios de Dienes, como já dissemos, baseiam-se nas ideias de Piaget sobre o desenvolvimento das estruturas lógicas matemáticas, que dependem da alimentação, complementação e ampliação por meio de adequadas experiências de ensino. Sendo assim, a noção de meio é fundamental para compreender as propostas de Dienes. Na medida em que considera a aprendizagem como um processo de adaptação do indivíduo a um meio, condiciona o sucesso da aprendizagem ao poder de “um determinado meio”, em gerar situações que exijam do sujeito adaptações para dominar as situações surgidas.

Em um meio criado artificialmente, são propostos jogos com material estruturado, possibilitando a construção das estruturas lógicas elementares, cuja participação intenciona possibilitar a descoberta, a construção e visualização das estruturas matemáticas.

A didática para o ensino de Matemática, divulgada por Dienes, vai ao encontro das descobertas da Psicologia Genética, concebendo uma escola com métodos ativos. Em seus livros, o autor atribui vantagens de seus métodos sobre os métodos tradicionais, remetendo-se sempre a Piaget. O anúncio de suas propostas vem acompanhado de exemplos de atividades, geralmente experiências malsucedidas do método tradicional, a fim de promover suas proposições como as mais convenientes, condizentes às novas descobertas da Psicologia e da Pedagogia. Faz isto, divulgando a representação de “ensino moderno” como aquele que respeita e contribui para o desenvolvimento das estruturas mentais. Mais ainda, ressalta uma representação de sucesso, que é justificada com o argumento de que, nessa nova metodologia, as atividades são elaboradas de maneira a permitir maiores interações da criança com o meio, conforme as novas teorias de aprendizagem, respeitando as etapas do desenvolvimento infantil.

O método de Dienes ficou conhecido como Pedagogia Ativa, perspectiva na qual, a metodologia da descoberta na prática de jogos é mais indicada, utilizando diferentes tipos de material estruturado, com regras determinadas, de acordo com a ideia abstrata que se planeja concretizar.

## **O ENSINO DE NÚMERO NA PEDAGOGIA DE DIENES**

Qual o novo modelo de atividade adequada, de acordo com Dienes, indispensável para a aquisição das mais elementares noções de Matemática?

O ensino de Matemática, segundo ele, deve refletir as concepções e avanços da disciplina, “deve dar ênfase às estruturas matemáticas e lógicas, bem como aos conceitos unificadores de relações, funções (operadores) e morfismos” (Dienes, 1969, p. 31).

Uma das novidades trazidas pelo autor para a didática da Matemática é a revelação da necessidade de uma “Matemática anterior” à escolar, do ponto de vista pedagógico. Trata-se de uma “pré-Matemática”, que explora atividades condizentes com o período de desenvolvimento psicológico.

Corroborando as ideias de Piaget, Dienes afirma que nesse período (antes dos 7 anos, aproximadamente) são construídas estruturas lógicas simples, sem as quais não há possibilidade de construção de conceitos matemáticos elementares. Tradicionalmente, inicia-se a Matemática escolar com a introdução do conceito de número, considerado elementar; porém, nessa perspectiva, tal conceito, aos 6 anos, não é concreto, ou seja, ainda não existe mentalmente.

Dienes publicou muitos de seus livros no Brasil, exemplificando a metodologia proposta, com muitas sugestões de atividades nessa linha. Muitos foram traduzidos, em um primeiro momento, do original em inglês e, mais tarde, das versões em francês. Abaixo apresento um levantamento de algumas de suas publicações:

Titulo	Publicação cidade	Publicação Brasil
<b>Aprendizado Moderno de Matemática</b>	Building up Mathematics. Londres: Hutchinson Educational, 1960.	RJ: Zahar 1967. Tradução do inglês
<b>A Matemática Moderna no Ensino Primário</b>	Mathematics in the primary school. Melbourne: Macmillan, 1964.	São Paulo, Rio de Janeiro: Ed. Fundo de Cultura S.A., 1967. Tradução do francês.
<b>As seis etapas do processo de aprendizagem</b>	Paris: OCDL, 1967.	São Paulo: Herder, 1969. Tradução do original francês
<b>O Poder da Matemática</b>	The Power of Mathematics. Londres: Hutchinson Educational, 1963.	São Paulo: Herder, 1969. Tradução do inglês com supervisão do GEEM. São Paulo: EPU, 1974. Tradução do francês.
<b>Pensando em estruturas</b>	Thinking in Structures. Harlow: Hutchinson Educational, 1965.	São Paulo: EPU, 1974. Tradução do francês.
<b>Exploração do espaço e prática de medição</b>	Harlow, Eng.: Educational Supply Association, 1966.	São Paulo: Herder, 1969.
<b>Primeiros passos em Matemática</b> Vol.1 - Lógica e jogos lógicos Vol.2 - Conjuntos, números e potências Vol.3 - Exploração do espaço	First Years in Mathematics. Harlow: Hutchinson Educational, 1966. OCDL: Paris, 1967	1ª edição. São Paulo: Editor Herder, 1967, com supervisão do GEEM. Trad. do Inglês, 1969. São Paulo: EPU, 1974. Tradução do francês.
<b>Geometria pelas transformações:</b> Vol.1 Vol.2 Vol.3 - Grupos e coordenadas	Geometry through transformations. Harlow: Hutchinson Educational, 1967.	São Paulo: 1ª edição: Editor Herder, 1967 (com supervisão do GEEM). São Paulo: EPU, 1975. Tradução do francês: <i>La géométrie par les transformations</i>

Figura 1. Alguns livros de Zoltan Dienes (REPOSITÓRIO UFSC, 2015).

Guardadas as devidas cautelas, posso dizer que as propostas de Dienes surgem preenchendo a lacuna de modelos de atividades, operacionalizando a abordagem estruturalista da Matemática, para um “aluno piagetiano”. Dienes propõe atividades manipulativas, que, conforme sua representação de aprendizagem matemática contribui para a construção das noções elementares.

Apoiado na teoria psicogénica de Piaget, divulga uma teoria análoga sobre os processos de aprendizagem, identificando seis etapas distintas em seu livro *As seis etapas do processo de aprendizagem em Matemática*, considerada literatura imprescindível nos cursos de formação oferecidos aos professores, especialmente na da rede pública de São Paulo, na década de 1970 e que fundamentou todas as publicações expedidas pelas Secretarias de Educação do Estado.

Denomina a primeira etapa do processo de aprendizagem matemática de “jogo livre”, cujo objetivo é propiciar oportunidades em que as crianças, ao manusearem um material concreto, adaptem-se a uma nova situação proposta. A fase se resume basicamente em uma atividade lúdica, em que a criança interage com o ambiente. Como o universo infantil não comporta atributos lógicos há necessidade de oferecer um meio artificial, que permita a formação de conceitos lógicos, em grande medida, de forma sistemática. O meio sugerido pelo autor foi o universo dos blocos lógicos:

Na segunda fase de abstração, após a adaptação à situação proposta, ou seja, da “brincadeira com o material”, presume-se que as crianças estejam aptas a aceitar a imposição de algumas restrições, ditadas pelo professor, conforme o conceito matemático a ser desenvolvido. É denominado de “regras do jogo”, cujo desafio é tornar a adaptação possível, combinar e construir novas estruturas, a fim de dominar as novas situações, utilizando as estruturas já formadas, as regularidades descobertas e as limitações do meio.

Na terceira etapa, “jogo do dicionário ou isomorfismo”, as classificações já realizadas permitem a percepção de propriedades comuns entre regras, surgindo, assim, outras mais gerais, adaptáveis a várias situações. Percebe-se a estrutura comum dos jogos estruturados já efetuados, descobrindo as relações de natureza abstrata existentes entre os elementos de um e de outro jogo, o que precede à abstração do conceito. A construção mental torna-se ferramenta para novas operações, abstrações e generalizações.

O autor acredita que as crianças, após terem assimilação as regras e as estruturas, passem a descrevê-los por meio de tabelas, desenhos ou gráficos que traduzam o resultado das operações. Então, depois de certo número de jogos semelhantes, em variadas formas,

elas tomam consciência das semelhanças, da analogia entre os elementos, apesar das representações diferentes, ou seja, trata-se, no fundo, do mesmo jogo e, assim, nasce uma abstração.

“Descrição de uma representação” é a quinta etapa, identificada por Dienes, na qual se se explora e descrevem-se as propriedades comuns das representações construídas, das abstrações. As muitas representações construídas para uma mesma estrutura permitem perceber as propriedades da abstração realizada. A representação facilita a percepção das propriedades principais do ente matemático criado e, por esse motivo, surge à necessidade da criação de uma linguagem, com o objetivo de descrever o que foi representado. O autor lembra que é interessante propor uma discussão sobre vantagens e limitações de cada linguagem, a fim de optar e socializar a de consenso.

Dada a impossibilidade de descrever completamente as propriedades, por meio da linguagem, há a sexta etapa fruto de todas as anteriores, denominada “axiomatização”, em que se organizam sistematicamente algumas propriedades dos sistemas formais criados. Por meio desse método, utilizando as propriedades sistematizadas, chegam-se a outras. A manipulação de um sistema formal é o objetivo da aprendizagem matemática de uma estrutura. Nessa fase, já se identifica quando uma estrutura está incluída em outra, estabelecendo equações de transformação entre os elementos gerados. O quadro a seguir apresenta uma síntese do processo:

1ª Etapa	2ª Etapa	3ª Etapa	4ª Etapa	5ª Etapa	6ª Etapa
<b>Jogo Livre</b>	<b>Jogo com Regras</b>	<b>Jogo do Isomorfismo</b>	<b>Representação</b>	<b>Descrição de uma Representação</b>	<b>Axiomatização</b>
Exploração livre, manipulação; Percepção de características físicas; Aquisição de vocabulário; Uso dos sentidos, etc.	Percepção de restrições; Adaptação à nova situação; Verbalização.	Percepção de propriedades comuns entre regras; Relações de natureza abstrata existentes entre jogos; Comparação.	Representação da estrutura comum em diferentes registros, de forma mais organizada e inteligível; Busca por uma representação gráfica para a estrutura.	Descrição de uma representação; Exploração das propriedades das representações construídas e das abstrações; Busca por tradução da representação simbólica.	Sistema formal, método, organização de algumas propriedades, axiomas, teoremas e provas.

Figura 2. Elaborada pela autora, a partir do livro *As seis etapas do processo de aprendizagem* (Dienes, 1969).

Como oferecer e concretizar ideias abstratas para crianças? Para isso, Dienes se vale da teoria de conjuntos e da possibilidade de concretizar conceitos abstratos, utilizando material. Várias são as razões evocadas por ele, para convencer o leitor da necessidade de uma nova proposta didática coerente, com necessidades atuais, realista e aplicável às crianças. Oferecida por ele, esta seria a mais adequada, dada a maneira com que conduz as



crianças a abstraírem ideias antes não concretizadas, considerando os avanços da Matemática e o desenvolvimento da psicogênese.

Usa a psicologia da aprendizagem para explicar a lacuna existente entre a experiência concreta e a representação desta, visto que em Matemática a criança utiliza outra linguagem. Como a linguagem é uma forma complexa, com muitas regras e a experiência que estes símbolos trazem, ainda são muito estranhos e novos em suas representações, deve ser introduzida sem pressa.

Apesar de a criança, nessa fase da escola elementar (aproximadamente dos 7 aos 10 anos), já ter condições de simbolizar experiências realizadas com materiais, ainda não é uma linguagem, pois o desenvolvimento desta se estende por vários anos, como consequência da formação de conceitos. Por esse motivo, o autor sugere paciência para esperar que o sistema de linguagem esteja completo, antes que o simbolismo matemático assuma toda a significação.

Sem se alongar em muitos argumentos, justifica que o estudo de Aritmética, por esse caminho, é didaticamente mais adequado, visto que facilita a compreensão do conceito de número e os seus diferentes aspectos. Argumenta que sendo “o número um conceito muito complexo, para aprender a harmonizar entre si os elementos conceituais que os constituem, é indispensável, antes de tudo, conhecer estes elementos” (Dienes, 1967b, p. 1).

Para a construção do conceito de número, Dienes indica os jogos de multibase como os mais adequados, já que o material ilustra concretamente as propriedades das potências. Ressalta, ainda, que sempre é possível criar meios artificiais que permitam a aprendizagem de um conjunto qualquer de noções matemáticas, com a utilização de materiais concretos adequados ao objetivo que se tem em mente.

Para Dienes (1969), “o conceito de número é muito complexo”. O número é uma estrutura mental construída pela criança, que envolve três conceitos básicos: conservação (invariância do número); seriação (relação de ordem entre os elementos); e classificação (inclusão de um elemento num outro mais amplo que o contenha). Logo, tais estruturas precisam ser construídas anteriormente à introdução do conceito de número. Acrescenta que, nesse estágio de desenvolvimento, correspondente ao início da escolarização, para a abstração de um conceito, o trabalho com conjuntos é necessário para auxiliar as crianças a desenvolverem estruturas matemáticas elementares, possibilitando o entendimento do conceito de número e a descoberta de seus diferentes aspectos.

O método indicado por ele ficou conhecido como Pedagogia Ativa, perspectiva na qual, a metodologia da descoberta na prática de jogos é mais indicada, utilizando diferentes tipos de material estruturado, com regras determinadas, de acordo com a ideia abstrata que se planeja concretizar.

Matemática é muito complexa e, por isso, deve sempre ser aprendida gradativamente, partida de experiências concretas, por meio de jogos propostos que simulem as estruturas matemáticas. Desse modo, só após atividades de classificação, seriação (atividades que originam a gênese do número, a noção de quantificação e faz parte da gênese das estruturas lógicas elementares) e sequências, podemos prosseguir para outros jogos que personifiquem estruturas mais complexas.

Dessa maneira, é necessário que o ensino de Aritmética se adapte, etapa por etapa, ao desenvolvimento das estruturas mentais, em cada fase do desenvolvimento da criança. Assim, o destaque nas séries iniciais volta-se para ações que explorem as estruturas lógicas elementares, oferecendo situações em que são construídas estruturas lógicas simples, de modo que a criança possa construir novas e mais complexas estruturas, sem as quais não há possibilidade de construção de conceitos matemáticos elementares, nem ação sobre as operações aritméticas.

É orientado que as primeiras experiências na escola explorem discussões sobre o que é conjunto, conversando sobre os conjuntos da casa, da escola, do mundo físico. Em seguida, é necessário fixar apenas uma palavra que designe uma coleção de objetos, com idêntica propriedade. “Pensamos primeiro na propriedade, depois nas operações com os objetos que as possui” (Dienes, 1969, p. 2).

Aí esta o grande diferencial das ideias de Dienes sobre o conceito de números, ou seja, primeiro consideramos a propriedade comum aos elementos do conjunto, sem relacioná-los com sua cardinalidade. Nessa fase, o enfoque é para as estruturas matemáticas lógicas, assim como sobre as noções unificadoras de relação, função e morfismos.

Na perspectiva dessa Pedagogia, a aprendizagem ocorre à medida que são oferecidas situações artificiais, com conjuntos de objetos físicos que permitam a concretização de conceitos matemáticos. A ação de observar, manipular e refletir sobre conjuntos de objetos, em jogos propostos, resulta na formação de relações matemáticas, fazendo com que o aluno descubra as estruturas matemáticas envolvidas.

As atividades sugeridas abordam de classificações simples até muito complexas. Inicialmente, Dienes orienta as que priorizam a exploração de propriedades físicas dos objetos, talvez com o objetivo de possibilitar a observação de novos atributos, adquirindo maior repertório para critérios. Em todos os estágios, as tarefas devem ser planejadas em sequência crescente de dificuldade, ou seja, primeiramente reconhecendo, pelo menos um atributo em objetos, até o reconhecimento de propriedades comuns a objetos de diferentes conjuntos.

Para as primeiras atividades de comparação, Dienes sugere os jogos que envolvem a identificação e adoção de um critério de preferência, agrupamentos e jogos de organização de conjuntos de objetos, de acordo com um critério de preferência adotado.

A tarefa sugerida para as primeiras etapas tem como objetivo possibilitar a exploração do material, a fim de perceber e descrever os atributos dos objetos, conduzindo a criança a estabelecer relações entre eles. Numa primeira fase, são priorizados os jogos de exploração de características físicas dos objetos, de aquisição de vocabulário, percepção de objetos por meio de pistas e, depois, aumentando o grau de dificuldade, passa-se a realizar atividades em que a criança possa assinalar semelhanças e diferenças e perceba que os objetos podem ser relacionados com o que têm de semelhante.

Vencidas as primeiras fases de reconhecimento dos objetos, a criança passa a trabalhar representações gráficas com diversos materiais. As situações propostas exigem organização de materiais variados, em espaços determinados. O objetivo é classificar objetos, de acordo com um critério e verificar se este pode ser representado no diagrama dado. É preciso oferecer situações em que se produza a necessidade de um registro gráfico, claro para todos.

Em grande medida, eram indicados tanto para serem realizados individualmente, em grupos pequenos ou com toda a classe, apesar de defender sempre o trabalho em grupo.

No processo, é imprescindível propor situações de aprendizagem, de modo a propiciar a aquisição de uma linguagem que forneça suporte para abstração e generalização de conceitos, partindo do concreto. A classificação lógica é determinada quando a criança adquira o conceito de relação de pertinência e de inclusão. Nesse momento, as atividades tratam de explorar a formação de classes.

## ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Como vimos, são introduzidos os conceitos de conjunto, pertinência, subconjuntos e operações com conjuntos, que, didaticamente, facilitam a abordagem de estruturas básicas para a compreensão do conceito de número. Trata-se de atividades que procuram desafiar as crianças a observar, perceber e descrever atributos dos objetos, a fim de estabelecer relação de semelhança e diferença entre objetos, estimular a formação de classes pela discriminação e generalização das características observadas.

Então, passa-se a estudar as relações entre conjuntos: se um conjunto está incluindo em outro; se um conjunto não tem nenhum elemento em comum com outro; se tem alguns elementos em comum com outro; ou ainda, se um conjunto tem exatamente os mesmos elementos que outro. Em seguida, há as operações efetuadas com conjuntos que originam outros (reunião, interseção, complementação). Com o estudo das relações entre os atributos que determinam os conjuntos e a utilização dos conectivos, inicia-se a abordagem do cálculo dos atributos.

Ressaltamos que, na perspectiva de Dienes, a sequência de introdução dos novos conteúdos é rígida e controlada. Dessa forma, seguindo as recomendações do autor para a aprendizagem de sucesso, as atividades exploram o estabelecimento de correspondência entre elementos de dois conjuntos. Portanto, nessa etapa, é aconselhável a prática de jogos em que as crianças estabeleçam correspondências entre conjuntos e que consigam discriminar quais são bijeções. A partir daí, os conjuntos se ordenam e, assim, vai-se dos conjuntos à correspondência, à correspondência biunívoca, ao número cardinal e ordinal, entrando no sistema de numeração. Seguindo esta linha, uma vez familiarizada com a noção de conjuntos, e sem preocupações referentes à simbologia formal, podem-se agrupar os conjuntos que tenham a mesma propriedade numérica. Finalmente, a estrutura pode ser ampliada com a introdução da adição, da multiplicação e depois subtração e divisão, nesta ordem.

Outra marca de Dienes é a utilização de vários atributos dos elementos de um conjunto, além da quantidade nas atividades pré-matemáticas. Explora comparações entre altura, comprimento, cor, peso, consistência, distância, largura, espessura, transparência, capacidade, etc. Uma das ressalvas quanto a essa metodologia, a meu ver, refere-se à ideia de que a participação em atividades que desenvolvam conceitos básicos de conservação, seriação e classificação anteriormente à introdução do conceito de número possa garantir a

aprendizagem, visto que a bibliografia consultada apenas faz menção aos méritos do método.

Considerando as seis etapas de aprendizagem, os conteúdos seriam abordados na seguinte sequência: Elemento, Conjunto, Relação de Pertinência; Subconjunto, Relação de Inclusão; Reunião de Conjuntos; Interseção de Conjuntos; Correspondência e Correspondência Biunívoca; Conceito de Número; Adição; Subtração; Sistema de Numeração Decimal.

Em síntese, Dienes faz circular suas ideias de como ensinar aritmética para crianças por meio de livros e cursos. Propõe atividades abrangendo o desenvolvimento das estruturas lógicas elementares, numa sequência de acordo com o desenvolvimento cognitivo da criança, construindo novas estruturas a partir das já existentes. Considera ainda que, seguindo estas orientações quanto à sequência de lições e jogos, a compreensão do conceito de número pela criança pode ser facilitada.

## REFERÊNCIAS

CHARTIER, R. **A história cultural** – Entre práticas e representações. Lisboa: Difel; Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1990.

DIENES, Z. Algumas reflexões sobre a aprendizagem matemática. In: **Living mathematics relations and funtions**. Curso ministrado por Dienes em Porto Alegre, 1972a.

\_\_\_\_\_. **Aprendizado moderno da Matemática**. Rio de Janeiro: Zahar, 1967a.

\_\_\_\_\_. **Conjunto, Números e Potências**. São Paulo: Herder, 1967b.

\_\_\_\_\_. **A Matemática Moderna no ensino primário**. Disponível em <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/130361>. Acesso em 24 ago. 2015.

\_\_\_\_\_. **Lógica e jogos lógicos**. São Paulo: Herder, 1967 d.

\_\_\_\_\_. **As seis etapas do processo de aprendizagem em matemática**. São Paulo: Herder, 1969 a.

\_\_\_\_\_. **O poder da Matemática**. São Paulo: Herder, 1969b.

\_\_\_\_\_. **Pensando em estruturas**. São Paulo: Herder, 1969c.

VALENTE, W. **O que é o número?** São Paulo: Projeto GHEMAT/CNPq, 2010.