



UNIVERSIDAD ESTATAL A DISTANCIA
ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
PROGRAMA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA



IV ENCUENTRO DE ENSEÑANZA
DE LA MATEMÁTICA UNED 2013

La Invención de Problemas en el estudio del Talento Matemático

Johan Espinoza González. jespinoza@una.cr. Universidad Nacional, Costa Rica.

Jose Luis Lupiañez Gómez. lupi@ugr.es. Universidad de Granada, España.

Resumen.

El talento matemático ha sido estudiado generalmente empleando tareas de resolución de problemas y pocas investigaciones abordan el tema mediante actividades de invención de problemas. Por tanto, en este documento se presenta un estudio teórico bibliográfico que evidencia la viabilidad de estudiar el talento matemático mediante actividades de invención de problemas.

Términos claves: Problemas matemáticos, Invención de problemas; talento matemático.

INTRODUCCIÓN

El interés por la investigación relacionada con la inteligencia, la superdotación y el talento no son una novedad, pues han sido estudiadas desde el siglo XX; sin embargo, esto no es así para las relacionadas con el talento en matemática que tienen un desarrollo más reciente (Castro, 2008). Al respecto, National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) en su documento An Agenda for Action afirma que:

los estudiantes más olvidados en términos de alcanzar su desarrollo potencial, son los estudiantes con talento en matemáticas. La habilidad matemática resultante es un recurso valioso para la sociedad, tan necesario para mantener el liderazgo en un mundo tecnológico (NCTM, 1980, p. 18).

En la actualidad se ha cambiado de parecer y la atención al talento matemático es un tema de gran interés para la comunidad de educadores e investigadores en educación matemática, lo que puede evidenciarse, por ejemplo, en los grupos de estudio propuestos en el ICME 10 (TSG4) o el ICME 11 (TSG6).

En este sentido, un gran número de investigaciones se han centrado en la identificación de características de este tipo de población o su capacidad mediante tareas de resolución de problemas (Benavides, 2008). Sin embargo, se han realizado pocos estudios que aborden las particularidades de estos estudiantes mediante los procesos de invención de problemas matemáticos.

Por tanto nos parece relevante realizar un estudio teórico bibliográfico que permita evidenciar la viabilidad existente de estudiar los sujetos considerados con talento matemático mediante actividades de invención de problemas. Este estudio es parte de un proyecto más amplio de tesis doctoral que busca caracterizar el talento matemático mediante este tipo de actividades.

A continuación se presenta un preámbulo sobre algunas ideas relacionadas con la invención de problemas como actividad matemática, el talento matemático, su identificación y caracterización. Por último, se analizan algunos estudios que emplean la invención de problemas en el estudio del talento matemático.

MARCO TEÓRICO

La invención de problemas como actividad matemática

Varios autores utilizan el término invención de problemas para referirse tanto al planteamiento de problemas, la generación de nuevos problemas o la reformulación de problemas dados (Kilpatrick, 1987; Brown y Walter, 1990; Silver, 1994; English, 1997; Silver y Cai, 1996). A nuestro parecer, estas denominaciones hacen referencia al mismo hecho, inventar problemas, por lo que utilizaremos con más frecuencia la expresión invención de problemas.

Uno de los primeros autores en referirse a este proceso fue Dunker (1945, citado en Silver, 1994), quien menciona que la resolución de problemas consiste en sucesivas reformulaciones de un problema inicial que ocurre durante el proceso de resolución de un problema complejo (Silver, Mamona-Down, Leung y Kenny, 1996). Sin embargo, la invención de problemas también puede ocurrir antes o después del proceso de solución de un problema (Silver, 1994).

El interés por la invención de problemas como actividad matemática se refleja en varios estudios realizados por distinguidos matemáticos e investigadores en educación matemática (Freudenthal, 1973; Polya, 1954; Brown y Walter, 1990; Ellerton 1986; NCTM, 2000; Polya 1979), quienes la reconocen como actividad importante dentro de la experiencia matemática de los estudiantes y mencionan el gran valor educativo, a lo largo del tiempo, que tiene el que los estudiantes inventen problemas en clase.

Al respecto, Krutetskii (1976) en su estudio sobre la comprensión de la naturaleza de las habilidades matemáticas de niños considerados con talento matemático y Polya (1979) en su propuesta sobre el proceso de resolución de un problema (comprensión, planificación, ejecución del plan y visión retrospectiva) hacen referencia a esta actividad, y este último en particular, cuestionaba si durante la resolución de un problema podría ser planteado de manera diferente o variar el mismo descartando parte de la solución.

Kilpatrick (1987), también señala el valor pedagógico que puede tener el planteamiento de problemas por la riqueza de relaciones que proporciona. En este sentido, Ellerton (1986), menciona que ésta podría utilizarse como una actividad versátil de clase que permite disminuir lo estructurado de la tarea y aportar dinamismo en el salón de clase. De igual manera, podría ayudar a reducir la dependencia de los estudiantes sobre los profesores y libros de texto, así como dar a los estudiantes la oportunidad de una mayor implicación en su educación (Lavy y Shrik, 2007).

Este interés también se ve reflejado en los reportes como los estándares sobre el currículo y evaluación para las matemáticas escolares (NCTM, 1989) y los estándares profesionales para la enseñanza de la matemática (NCTM, 1991), que sugieren un incremento en el uso de dicha actividad en las clases de matemática. Estos estándares también promueven la idea de que los estudiantes tengan la oportunidad de formular sus propios problemas a partir de situaciones dadas o de la modificación del enunciado original con la intención de hacer partícipe al estudiante en la construcción del conocimiento matemático.

El NCTM (2000) retoma las recomendaciones sugeridas en el NCTM (1989, 1991) y señala “Buenos solucionadores de problemas tienden naturalmente a examinar situaciones cuidadosamente en términos matemáticos y a plantear problemas basados en situaciones que ellos ven” (p. 53). Este documento también sugiere que el profesor debe animar y dar oportunidad para que los estudiantes planteen problemas complejos, se enfrenten a ellos y los resuelvan.

De igual forma, varias investigaciones ponen de manifiesto la riqueza que aportan las actividades de invención de problemas como actividad matemática. Por ejemplo, se ha utilizado como una herramienta que permite desarrollar y mejorar las habilidades de los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos (Leung y Silver, 1997), tener una visión de la comprensión de los conceptos y procedimientos matemáticos de los estudiantes (English, 1997; Brown y Walter 1993), dar un punto de vista sobre cómo los estudiantes manejan y estructuran su propio conocimiento matemático (Pelczer y Gamboa, 2008), investigar cómo piensan los

niños sobre la matemática (Ellerton, 1986) o estudiar niños con talento matemático (Krutetskii, 1976; Ellerton, 1986; Kesan, Kaya y Güvercin, 2010; Espinoza, 2011)

A pesar de las bondades reconocidas por varios autores producto de sus investigaciones y las recomendaciones dadas por instituciones de prestigio sobre la importancia del papel que tiene la invención de problemas como actividad importante dentro de la matemática, en pocas ocasiones los estudiantes tienen la oportunidad de plantear sus propios problemas en clase (Silver, 1994).

Talento matemático

Algunos autores sostienen que los estudiantes con talento presentan características que los diferencian del resto de sus compañeros. Por ejemplo, Freeman (1988), señala que estos aprenden más rápido y presentan mayor profundidad y extensión en el aprendizaje. Greenes (1981), menciona que varios autores destacan características particulares en este tipo de estudiantes como su rápido ritmo de aprendizaje, excelente memoria y excepcionales capacidades verbales y de razonamiento, su gran poder de abstracción y estar dispuestos a asumir riesgos en la exploración de nuevas ideas.

Existe una gran diversidad de términos para referirse a estos estudiantes: superdotados, de altas capacidades, talentosos; encontrándose más de cien definiciones de superdotación y sus sinónimos (Villarraga, Martínez y Benavides, 2004).

Con respecto al talento matemático, una de las formas más sencillas de definirlo y quizás la más difundida, es la de considerarlo como la capacidad matemática de un sujeto que se sitúa significativamente por encima de la media (Pasarín, Feijoo, Díaz, Rodríguez, 2004). Por lo que, en general, se nomina a aquellos estudiantes talentosos en matemática que son hábiles resolviendo problemas para sujetos de una edad superior.

Wenderlin (1958), considera que la capacidad matemática de una persona está formada por cuatro aspectos fundamentales: a) la habilidad para comprender la naturaleza de los problemas, símbolos y reglas matemáticas; b) aptitud para aprenderlas, retenerlas en la memoria y reproducirlas; c) facilidad para combinarlas con otros problemas, símbolos, métodos y reglas, y d) la competencia para emplearlas en la resolución de tareas matemáticas.

En esta investigación hemos elegido el término talento matemático, en el sentido que define Passow (1993), para referirnos a los alumnos que han demostrado unas aptitudes específicas en el área de matemáticas. Esto porque se quiere evidenciar el uso de la invención de

problemas con estudiantes que han demostrado, con base en pruebas de selección, aptitudes específicas en el área de la matemática.

Caracterización del talento matemático

Recientemente se observa un crecimiento en el número de investigaciones relacionadas con el talento matemático. En este sentido, los esfuerzos realizados sobre este tema se han centrado en tres grandes focos de investigación: la caracterización del talento matemático, el establecer mecanismos de identificación y ofrecer alternativas de intervención (Castro, 2008).

En relación con la caracterización del talento matemático, algunos investigadores en educación (Krutetskii, 1976; Sriraman, 2003; Lee, 2005), se han preocupado por observar y analizar el pensamiento característico de estudiantes considerados con talento matemático en diferentes tareas de resolución de problemas y concluyen que el razonamiento que muestran es muy diferente de aquellos estudiantes ordinarios en términos de velocidad y profundidad (Kesan et al., 2010).

Por ejemplo, Krutetskii (1976), señala varias características que suelen presentar los niños con talento en matemática. Algunas de ellas están relacionadas con la capacidad para: a) examinar el contenido matemático de un problema analítica y sintéticamente, b) rapidez en generalizar el contenido de un problema y su método de resolución, c) invertir fácilmente su proceso de pensamiento, d) buscar soluciones simples y directas, e) investigar aspectos de problemas difíciles antes de tratar de resolverlos y f) recordar información matemática general, métodos de resolución de problemas y principios de planteamiento.

Este autor señala que los estudiantes con talento matemático no sólo tienen mejor memoria y aprenden más rápido que sus compañeros, sino que también parecen pensar de forma cualitativamente diferente sobre las matemáticas y poseen algunas habilidades de resolución de problemas matemáticos de los adultos.

Kesan et al., (2010) cita a House (1987) y Johnson (1983), quienes dan las siguientes propiedades de estudiantes talentosos en matemática: a) poseen una memoria excepcional, b) tienen habilidad para resolver problemas de diferentes formas, c) tienen éxito en identificar patrones y relaciones, d) disfrutan inventando problemas originales, e) les gusta los estudios abstractos, f) aprenden más rápido y g) tiene la capacidad para auto dirigirse a cualquier actividad.

Por último, Greenes (1981), también recoge algunos atributos que caracterizan a estudiantes con talento en matemática: a) formulación espontánea de problemas, b) flexibilidad en el

manejo de datos, c) habilidad para la organización de datos, d) agilidad mental o riqueza de ideas, e) originalidad de interpretación, f) habilidad para transferir ideas y g) capacidad de generalización.

Con respecto al primer atributo, la formulación espontánea de problemas, esta autora menciona que es un proceso en el cual un estudiante con talento es presentado ante una situación en la que podría generar cuestiones acerca de dicha situación. También señala que la solución a estas cuestiones generalmente implica experimentación, generación y organización de datos.

Teniendo en cuenta que algunas características de los individuos talentosos en matemática reconocidas por Krutetskii (1976), Greenes (1981), House (1987; citado en Kesan et al., 2010), Johnson (1983; citado en Kesan et al., 2010), están relacionadas con los procesos de invención de problemas matemáticos y que en el trabajo de Pasarín et al., (2004), se analizó las características propuesta por Greenes (1981), resultando que la formulación espontánea de problemas fue la característica más frecuente que presentaron los estudiantes de la muestra; es que revisamos, en la literatura especializada en educación matemática, aquellos aspectos de la invención de problemas que estén relacionados con el talento matemático,

En el siguiente apartado se profundiza al respecto y se comentan algunas investigaciones previas en las que se estudió la actuación de estudiantes con talento matemático mediante tareas de invención de problemas.

Estudios previos sobre la actuación de estudiantes con talento matemático en tareas de invención de problemas

Un gran número de investigaciones realizadas con sujetos considerados con talento matemático se centran en la identificación de características de este tipo de población o su capacidad en tareas de resolución de problemas (Benavides, 2008). Sin embargo, se han realizado pocos estudios que aborden las particularidades de estos estudiantes en el proceso de invención de problemas matemáticos.

A continuación se presentan algunos trabajos que evidencian la viabilidad de emplear este tipo de actividades para estudiar el talento matemático.

En el estudio de Krutetskii (1976) se empleó un conjunto de series experimentales con el objetivo de comprender la naturaleza de las habilidades matemáticas en niños considerados con talento matemático. Una de estas series consistía en presentar problemas que no presentaban una pregunta planteada, por lo que los estudiantes debían inventarla sobre la base de la información dada y luego contestarla.

En dicha serie se propusieron tareas como “25 tuberías de 5 y 8 metros de longitud fueron colocadas a una distancia de 155 m”. El objetivo de esta serie consistía en conocer si los estudiantes podían percibir las relaciones implicadas en la situación y por tanto formular preguntas como ¿cuántas tuberías de cada tipo fueron colocadas? Además, se pretendía revelar algunas características de la percepción mental que poseen los estudiantes sobre los problemas matemáticos y que según el autor, podrían ser inferidas “si el examinado percibe la lógica de las relaciones y dependencias dadas en el problema, si él comprende su esencia” (p. 105).

Krutetskii reportó que los estudiantes con talento matemático podían ver aquellos problemas que surgen naturalmente de una información dada, mientras que los estudiantes con baja habilidad hacia la matemática no lo hicieron, incluso cuando el entrevistador les dio consejos. También concluye que los estudiantes con altas habilidades matemáticas tienen más probabilidad de percibir la estructura de los problemas matemáticos, independientemente de la solución de aquellos estudiantes que tiene baja habilidad.

En la investigación realizada por Ellerton (1986), se examinaron y compararon los problemas matemáticos inventados por dos grupos de niños de 11 a 13 años con mayor y menor habilidad hacia la matemática. Los resultados del estudio muestran diferencias importantes entre ambos grupos. Por ejemplo, se observó que los problemas inventados por los estudiantes con más habilidad requieren mayor dificultad de cálculo, presentan una mayor cantidad de operaciones, implican un sistema numérico más complejo y utilizan el lenguaje matemático con mayor fluidez que sus compañeros menos capaces.

El estudio también concluye que hay poca evidencia que sugiera que los estudiantes menos hábiles planearan sus problemas, mientras que los producidos por estudiantes hábiles presentaron mayor consistencia con el resto del problema, lo que sugiere una cierta planificación. Además, se observó que los estudiantes más hábiles saben cómo resolver sus propios problemas, mientras que sus compañeros menos capaces no siempre saben por dónde empezar. De ahí que los estudiantes con más habilidad responden correctamente sus problemas con mayor frecuencia que los de menor habilidad.

Otra característica común de los estudiantes con mayor habilidad fue su familiaridad con las reglas y algoritmos, mientras que los estudiantes con menor capacidad trataron de aplicar cualquier regla que pudieran recordar para resolver el problema; no obstante, sus verbalizaciones y comprensión de dichos algoritmos en ocasiones estuvieron lejos de la perfección.

Otro estudio que propone tareas de invención a estudiantes con mayor habilidad matemática es el realizado por Silver y Cai (1996). Para ello formaron, con base en el rendimiento en ocho tareas de resolución de problemas, dos grupos extremos (alto y bajo) de 50 estudiantes cada uno.

Los resultados del estudio muestran diferencias en la calidad de respuestas entre los grupos. Por ejemplo, el grupo con mayor habilidad de resolución de problemas (grupo alto) generó una proporción significativamente mayor de cuestiones matemáticas que el grupo de bajo rendimiento en resolución de problemas (grupo bajo). En contraste, el grupo bajo generó una proporción significativamente mayor de declaraciones que los del grupo alto.

Los investigadores también observaron que una proporción significativamente mayor de estudiantes del grupo alto, escribieron por lo menos una cuestión matemática en comparación con los estudiantes del grupo bajo. De igual forma, los estudiantes del grupo alto plantearon una cantidad significativamente mayor de problemas matemáticos multirelacionados (implican dos o más relaciones semánticas) que los estudiantes del grupo bajo y una proporción significativamente mayor de los problemas generados por estudiantes del grupo alto fueron problemas multirelacionados.

De esta forma, el estudio concluye que los estudiantes del grupo alto generaron no solo más problemas matemáticos, sino que también más problemas matemáticos complejos que sus compañeros y que el rendimiento de los estudiantes en la resolución de problemas tuvo una alta correlación con su rendimiento en el planteamiento de problemas.

Más recientemente, Pelczer y Gamboa (2008), llevaron a cabo un análisis preliminar sobre las estrategias de invención de problemas realizadas por 21 estudiantes con talento matemático miembros del equipo de la olimpiada de matemática de México.

La tarea propuesta consistió en inventar tres problemas de situación libre: uno fácil, otro de dificultad media y otro difícil. Una vez que terminaron la tarea de invención de problemas contestaron un cuestionario sobre aspectos de su proceso de planteamiento de problemas. Las preguntas de este instrumento están relacionadas con la existencia de una idea inicial (para cada problema de diferente dificultad), el cambio durante la generación de esta idea, el tipo de problema desde el cual inicio el proceso de generación y el criterio de dificultad que usaron, entre otros aspectos.

Los resultados de la investigación muestran que los estudiantes tuvieron un mejor rendimiento en el planteamiento de problemas fáciles. En el caso de los problemas difíciles, trataron de

inventar enunciados que implicaran algún conocimiento complejo que no siempre manejaban bien, por lo que el número de problemas incorrectos es mayor que en los demás casos y los problemas más difíciles no tenían solución.

Con respecto al análisis sobre los procesos, los investigadores observaron que al inicio los estudiantes tratan de combinar sus ideas y en la forma final del problema intentan ocultar la idea original; sin embargo, esta idea puede ser algunas veces cambiada. Este hecho, según los investigadores, pone de manifiesto un punto interesante en el proceso de invención de problemas, ya que los estudiantes a partir de una idea inicial reúnen los conocimientos y experiencias para obtener el problema buscado; sin embargo, en el proceso ellos necesitan hacer cambios para cumplir con los requisitos de un problema matemático.

Los estudiantes consideraron que se puede partir de un teorema particular o algún resultado y prefirieron utilizar temas que están más allá del currículo para inventar problemas difíciles. También afirmaron que la dificultad de un problema, radica en la complejidad del conocimiento requerido para la solución, su propio conocimiento y el tiempo para resolverlo.

Kesan et al., (2010), estudiaron el efecto de las actividades de invención de problemas en el desarrollo de habilidades matemáticas de 40 estudiantes con talento matemático de octavo grado de un colegio llamado "*School for Kazakh gifted students*".

Estos estudiantes fueron divididos en dos grupos, de forma que uno de ellos participó en actividades de invención de problemas (grupo experimental) y el otro grupo recibió una instrucción tradicional (grupo control).

Antes del proceso de instrucción de invención de problemas, ambos grupos realizaron como pre-test el test de habilidad en resolución de problemas matemáticos (MPSAT). Luego se aplicó nuevamente como un pos-test con el propósito de medir el efecto de la instrucción de invención de problemas sobre el desarrollo de las habilidades matemáticas de estudiantes con talento matemático.

Los resultados muestran que antes de la instrucción no hay diferencias significativas entre las medias de ambos grupos (control y experimental); sin embargo, sí se presentaron diferencias significativas entre las medias después de la instrucción de invención de problemas en el posttest. Los investigadores concluyen que hay diferencias significativas entre las notas medias del test MPSAT para los estudiantes del grupo experimental, resultando así que las actividades de invención de problemas son efectivas en su rendimiento, especialmente para tareas no rutinarias y de composición abierta.

Los investigadores también encuentran que en las actividades de planteamiento de problemas los estudiantes se muestran más activos y se da una mayor interacción entre el profesor y los estudiantes, por lo que el docente tiene mayor facilidad para identificar a los alumnos superdotados y su capacidad matemática.

Por último, en la investigación de Espinoza (2011), se estudiaron las características de los problemas planteados por un grupo de estudiantes del proyecto ESTALMAT Andalucía, considerados con talento matemático y se compararon con los problemas inventados por un grupo estándar de un colegio público. Para ello, se construyó un instrumento de planteamiento de problemas con dos tareas o situaciones semiestructuradas de invención problemas aritméticos verbales; así como un esquema analítico para valorar los problemas aritméticos planteados por los estudiantes. De igual forma, se estudió de forma exploratoria algunos indicios del uso de la invención de problemas como herramienta para identificar estudiantes con talento matemático.

Los resultados muestran que los estudiantes con talento se caracterizaron por inventar una gran cantidad de problemas no resolubles; incluir en el enunciado del problema cinco o más proposiciones; emplear números naturales y en menor proporción números racionales; utilizar dos tipos de números distintos, ya sean naturales o racionales expresados en notación decimal y/o fraccionaria; incluir como pregunta del problema proposiciones interrogativas de asignación; plantear problemas de estructura mixta; incluir las relaciones semánticas de combinación y producto de medidas; plantear tres o más relaciones semánticas distintas; inventar problemas que requieren cuatro o más pasos para ser resueltos y que presentan dos o más procesos de cálculo distintos en su solución.

Además, concluye que los problemas inventados por el grupo talento son más ricos que los inventados por el grupo estándar, ya que están conformados por una mayor cantidad de proposiciones y tipos de números, requieren de más pasos y procesos de cálculo distintos para ser resueltos y presenta una mayor cantidad de relaciones semánticas distintas.

Por último concluye que existen elementos, como el estudio de la “riqueza de los problemas” planteados por los estudiantes con talento, que indican que la invención de problemas puede ser empleada en el proceso de identificación de estudiantes con talento matemático

CONCLUSIONES

En primera instancia consideramos que la invención de problemas es una actividad matemática reconocida por varios autores, quienes destacan su importancia como actividad relevante de clase y parte significativa de la experiencia matemática de cualquier estudiante.

Así mismo, en la revisión de literatura relacionada con el talento matemático se aprecia que varios autores han caracterizado la capacidad matemática de estudiantes considerados con talento matemático, generalmente, ante tareas de resolución de problemas; sin embargo, pocos estudios centran su atención en estudiar la actuación de este tipo de estudiantes ante tareas de invención de problemas.

En este sentido, los estudios realizados por Kutetskii (1976), Ellerton (1986), Silver y Cai (1996), Espinoza (2011), evidencian que los estudiantes con talento matemático presentan mejor capacidad de invención de problemas que sus compañeros menos hábiles en matemática. Esto porque sus producciones son más ricas en cuanto a la dificultad de cálculo, tipo de número, cantidad de procesos implicados en la solución, complejidad lingüística, tipo de proposición interrogativa, complejidad matemática, entre otros.

Por otra parte, mediante esta estrategia se evidencian algunos elementos a considerar en el talento matemático. Esto porque la invención de problemas es un espejo en el que se reflejan aspectos como el significado que tienen los estudiantes de los conocimientos aprendidos, sus habilidades matemáticas, creatividad, profundización de los conceptos, patrones, relaciones matemáticas, uso de los números y cantidades, que son aspectos a considerar en la identificación del talento matemático.

Así, concluimos que existe evidencia teórica y práctica que indican la viabilidad de estudiar el talento matemático mediante tareas de invención de problemas. Primero porque los estudiantes ponen en práctica sus conocimientos previos, habilidades, creatividad y originalidad de ideas, que no siempre pueden ser evidenciadas por medio de tareas de resolución de problemas. Además, consideramos que las diferencias en cuanto a su capacidad de invención de problemas, el uso exploratorio que se le ha dado en algunos cuestionarios para identificar el talento matemático y la importancia que tiene como verdadera actividad matemática, son indicios de que se podría emplear estrategias de este tipo en la identificación y caracterización del talento matemático.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICA

- Benavides, M. (2008). *Caracterización de sujetos con talento en resolución de problemas de estructura multiplicativa*. Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- Brown, S., Walter, M. (1990). *The Art of problem posing*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Castro, E (2008). Resolución de problemas. Ideas, tendencias e influencias en España. En Luengo Ricardo; Gómez Bernardo; Camacho Matías; Blanco Lorenzo (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XII. Actas del Duodécimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 113-140). Basajoz: Sociedad Extremeña de Educación Matemática "Ventura Reyes Prósper"/ Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Ellerton N. (1986). Children's made up mathematics problems- A new perspective on talented mathematicians. *Educational Studies in Mathematics*, 17, 261-271.
- English, L. (1997). The development of fifth-grade children's problem-posing abilities. *Educational Studies in Mathematics*, 34, 183-217.
- Espinoza, J. (2011). *Invencción de problemas aritméticos por estudiantes con talento matemático: Un estudio exploratorio*. Memoria de Tercer Ciclo. Universidad de Granada
- Greenes, C. (1981). Identifying the gifted student in mathematic. *Arithmetic Teacher*, 28 (8),14-17.
- Kesan, C., Kaya, D & Güvercin, S. (2010). The Effect of Problem Posing Approach to the Gifted Student's Mathematical Abilities. *International Online Journal of Educational Sciences*, 2(3), 677-687.
- Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problema com from? En A. Shoenfeld (Ed.) *Cognitive science and mathematics education*. (pp 123-148). New Jersey: Lawrance Erlbaum Associates.
- Krutetskii, V.A (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children*. Chicago: University of Chicago Press.
- Lavy, H. y Shrik, A. (2007). Problem posing as a means for developing mathematical knowledge of prospective teachers. In Woo, J. H., Lew, H. C., Park, K. S. & Seo, D. Y. (Eds.).

Proceedings of the 31th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 3, pp. 129-136. Seoul: PME.

National Council of Teachers of Mathematics. (1980). *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980s*. Reston, VA: El autor.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School of Mathematics*. Reston, VA: El autor.

National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: El autor.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: El autor

Passow, A. (1993). National/State Policies Regarding Education of the Gifted. En K.Heller, F. Monks y A. Passow (Eds.), *International Handbook of Research and Development of Giftedness and Talent* (pp. 29-46). Oxford: Pergamon Press.

Pasarín, M. J., Feijoo, M., Díaz, O., Rodríguez, L. (2004). Evaluación del talento matemático en educación secundaria. *Fáisca, Revista de altas capacidades N° 11*, pp 83-102

Pelczer, I., Gamboa F. (2008). Problem posing strategies of mathematically gifted students. En R. Leikin (Ed.), *Proceedings of the 5th International Conference on Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students*, (pp 193-199). Haifa, Israel.

Polya, G. (1954). *Mathematics and plausible reasoning*. Princenton, NJ: Princenton University Press.

Polya, G. (1979). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Silver, E. A. (1994). On Mathematical Problem Posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.

Silver, E., Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(5), 521-539.

Silver, E., Mamona-Downs, J., Leung, S., Kenney, P (1996). Posin matehematical problem: An exploratory study. *Journal for research in matehematics education*. 27(3), 293-309.

Wenderlin, I. (1958). *The mathematical Ability: Experimental and Factorial Studies*. Lund, Glerups.