



**III CONGRESSO IBERO-AMERICANO
HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
BELÉM – PARÁ – BRASIL
04 a 07 de novembro de 2015
ISSN 978-85-89097-68-0**

**A MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DOS PROFESSORES DO
ENSINO PRIMÁRIO: análise de uma proposta didática de
Alberto Pimentel Filho (1875 – 1950) para o ensino das frações**

**Rui Candeias²⁵²
Cecília Monteiro²⁵³**

RESUMO

Este estudo tem como objetivo analisar a proposta didática de Alberto Pimentel Filho (1875-1950) para o ensino das frações no ensino primário, publicada na obra *Súmula Didáctica*, em edição de 1934. O autor ocupa um lugar central na construção do conhecimento pedagógico em Portugal, nas primeiras décadas do século XX, tendo uma longa permanência como docente do ensino normal e autor de manuais para a formação de professores do ensino primário. Numa época marcada pela ditadura do Estado Novo interessa perceber como era feita essa formação, nomeadamente na matemática e numa época onde as ideias da Escola Nova ainda estavam presentes. Escolheu-se o tema frações pelas dificuldades que apresentam tanto no ensino como na aprendizagem. Alberto Pimentel Filho é um conhecedor das propostas de autores internacionais no âmbito da didática da aritmética, essencialmente franceses e suíços, que cita com muita frequência nas suas propostas. Constrói uma proposta didática fundamentada para o ensino das frações, onde o método indutivo tem uma aplicação constante, apresentando casos particulares a partir dos quais pretende levar os alunos a induzir regras gerais. O estudo foi conduzido numa perspetiva histórica tendo como base uma análise documental.

Palavras-chave: Ensino primário. Formação de professores. Manuais pedagógicos. Frações.

²⁵² Docente do Quadro do Agrupamento de Escolas Terras de Laru. E-mail: ruicandeias1@sapo.pt

²⁵³ Escola Superior de Educação de Lisboa. Email: ceciliam@eselx.ipl.pt

INTRODUÇÃO

Com o presente artigo, que se enquadra no âmbito da história do ensino da matemática, centrado na formação de professores do ensino primário, pretende-se dar a conhecer a proposta didática de Alberto Pimentel Filho para o ensino das frações no ensino primário, apresentada na obra a *Súmula Didáctica*, de 1934. Este autor português do princípio do século XX é, de acordo com Nóvoa (2003), merecedor de um estudo atento, já que atua num momento essencial da afirmação da perspetiva científica em educação e da consolidação da institucionalização da formação de professores. Alberto Pimentel Filho foi um médico que, desde o ano letivo 1901/1902, lecionou nas sucessivas escolas normais de Lisboa, inicialmente apenas as disciplinas relacionadas com as ciências físico-químicas e naturais. No ano letivo de 1915/1916 foi nomeado para a regência da cadeira de pedagogia de 2.^a classe, sendo nomeado professor efetivo da Escola Normal de Lisboa, em 1923, mantendo-se nessa escola até meados da década de 1930. Para além da *Súmula Didáctica*, aqui já referida, foi também autor de outras obras de referência, tanto no âmbito da pedagogia, como no âmbito da pedologia e da psicofisiologia. Nóvoa (2003) salienta que a importância deste autor deve ser vista nesta dupla perspetiva. Por um lado, a sua formação médica capacita-o na interpretação da crescente importância que a divulgação dos princípios psicológicos e fisiológicos tinha nos debates educativos. Por outro lado, a sua permanência na escola normal durante um longo período de tempo permitiu-lhe acompanhar a evolução dos programas e das práticas de formação de docentes.

A importância da investigação, no âmbito da história do ensino da Matemática, não se limita ao conhecimento do passado. Chervel (1990) salienta que, através da observação histórica, se poderá trazer para o presente modelos disciplinares e regras de funcionamento, cujo conhecimento e exploração poderão ser úteis nos debates sobre o ensino na atualidade. Neste sentido, Matos (2007) refere que o conhecimento do passado poderá permitir uma ação mais fundamentada no presente. Nesta perspetiva, interessa perceber como era feita a formação dos professores primários, num tema matemático como as frações, num período de transição entre a ditadura militar e o Estado Novo, onde ainda era possível observar marcas subjacentes às ideias pedagógicas da Escola Nova, favoráveis a uma participação ativa e criativa do aluno. Na operacionalização da análise feita ao trabalho deste autor, conduzimos um estudo de carácter histórico baseado na recolha, seleção de fontes e análise documental, de acordo com o definido por McCullough (2004).

A FORMAÇÃO DE PROFESSORES DA REPÚBLICA AO INÍCIO DO ESTADO DO NOVO

O período que se seguiu à implantação da república em 1910 foi marcado por alguma instabilidade, que também se refletiu na educação. Algumas reformas decretadas tiveram uma implementação lenta e outras reformas foram mesmo substituídas ainda antes de começarem a ser implementadas. Com redução do número de escolas, o reforço da preparação e a maior exigência nos exames de admissão aos candidatos às escolas normais, tentou-se assegurar a qualidade do ensino normal. No plano curricular, apesar de a formação ter sido mais centrada na formação referente à prática docente, não se descurou a formação científica, com a presença de disciplinas como *Língua e literatura portuguesa* ou *Matemáticas*. Os programas das disciplinas, enquadrados na reforma de 1919, têm também uma forte marca da Escola Nova, perceptível nas instruções pedagógicas que precedem cada programa. Esta marca está também patente nos manuais de pedagogia e metodologia elaborados no contexto da escola normal (PINTASSILGO e MOGARRO, 2015).

A formação de professores e as escolas onde ocorria a formação foram necessariamente influenciadas pela Ditadura Militar implantada em 1926 e, especialmente, pelo chamado Estado Novo, que se lhe seguiu. Em 1930, o Decreto n.º 18.646, de 19 de julho, institui as escolas do magistério primário, que substituem as escolas normais. Em 1936, com o Decreto-lei n.º 27.279, de 24 de novembro, são suspensas as matrículas nas escolas do magistério primário, tanto oficiais como particulares, alegando-se que existia um número superior de diplomados relativamente às necessidades daquele momento. Estas escolas só serão reabertas em 1942, através do Decreto-lei n.º 32.243, de 5 de setembro, reorganizadas mais de acordo com os valores do regime (PINTASSILGO, 2012).

OS MANUAIS DE DIDÁTICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DO ENSINO PRIMÁRIO: O CASO PARTICULAR DA *SÚMULA DIDÁCTICA* DE ALBERTO PIMENTEL FILHO

A Súmula Didáctica, I Parte, Língua Maternal e Aritmética, edição de 1934, de Adolfo Pimentel Filho, então professor na Escola Normal de Lisboa, faz parte de um conjunto de manuais de pedagogia e metodologia produzidos essencialmente no primeiro

terço do século XX. Pintassilgo (2006) sintetiza três finalidades que poderiam ser atribuídas a este tipo de manuais, iniciar os alunos-mestres nos princípios da emergente ciência da educação, consolidar o modelo escolar e a cultura escolar e controlar a prática docente, determinando prática desejáveis.

A obra aqui analisada é, segundo o prefácio do autor, uma consequência da aceitação que os seus trabalhos pedagógicos tiveram, tanto em Portugal como no Brasil, e dirigia-se aos professores e futuros professores do ensino primário. A obra é constituída por duas partes, na primeira parte o autor aborda a *Metodologia geral* e na segunda parte é abordada a *Metodologia especial*. A *Metodologia geral* está dividida em dois livros: a *Didáctica da Língua Maternal* e a *Didáctica da Aritmética*, ambos organizados por capítulos. Neste último caso são dedicados o capítulo II às frações ordinárias e o capítulo III às frações decimais e aos decimais. Este documento será exclusivamente dedicado à análise do capítulo II. O autor, na abordagem didática que faz aos racionais fracionários, faz depender o estudo dos decimais do estudo inicial das frações ordinárias. No livro dedicado à *Didáctica da Aritmética* recorre a diversas citações sendo os autores citados Louis Groscurin, Carlo Bourlet e Laisant, autores suíço e franceses contemporâneos de Pimentel Filho.

No início do capítulo II, intitulado *Fracções ordinárias*, o autor alerta o leitor para o facto da noção de fração ordinária ser uma noção basilar e por isso merecer um cuidado especial. Para Pimentel Filho (1934)²⁵⁴ a noção de fração despertava normalmente um enorme interesse na criança. Desta forma, todos os princípios relativos a este assunto deveriam ser “exclusivamente induzidos de casos concretos, reais, realizados directamente pelos alunos. Mais do que em qualquer outro caso, a passagem das noções concretas à abstracção deve aqui ser lenta e gradual.” (p. 147).

No caso da apresentação concreta das frações, Pimentel Filho propõe a utilização de material simples e fácil de dividir com algum rigor, como círculos, quadrados e retângulos, ângulos e segmentos retilíneos. Os primeiros exemplos apresentados fazem uso de discos inteiros e depois sucessivamente divididos em diferentes partes com sectores iguais.

²⁵⁴ As citações de Pimentel Filho referem-se sempre à obra aqui analisada, de 1934, razão pela qual se omite a data nas citações curtas.

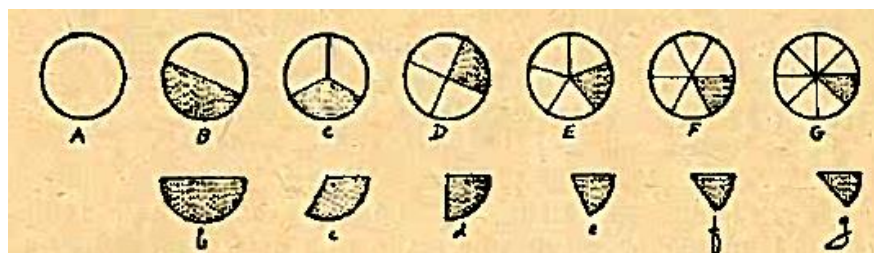
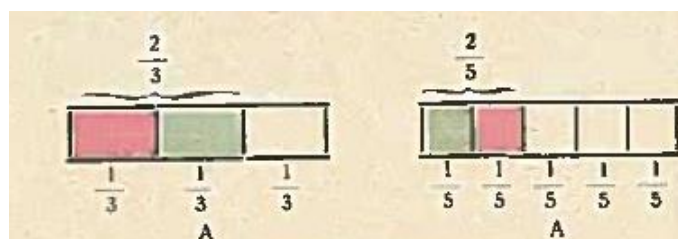


Figura 1: Disco representando a unidade inteira e posteriormente dividido em partes iguais
 Fonte: PIMENTEL FILHO, 1934, p. 149

Nesta sequência, em primeiro lugar apresenta a unidade inteira, representada pelo disco A. De seguida, mostra a unidade dividida em diferentes partes iguais, realizando exercícios de nomenclatura, onde são utilizados os sectores soltos, b, c, d, e, f, g. Depois da fração unitária, apresenta imagens de frações não unitárias, como por exemplo, o círculo dividido em oito partes iguais, com três delas pintadas. Os quadrados soltos poderiam ser utilizados para a reconstituição da unidade, sugerindo-se o exercício “Este quadrado é o oitavo de um rectângulo. Construa o rectângulo respectivo. etc.” (p. 150).

Após ser feita a apresentação concreta das frações até aos nonos, e depois de a nomenclatura estar bem estabelecida, dever-se-ia seguir a representação numérica, em três fases: I. *Representação numérica da fração*; II. *Representação das expressões fracionárias* e III. *Representação de números fracionários*. Na primeira fase, a insistência dever-se-ia centrar nos significados do numerador e do denominador “O denominador denomina, dá nome à fracção, diz-nos se ela representa meios, terços, quartos, etc. O numerador numera, conta, diz o número de terços, de quartos, etc. que a fracção representa.” (p. 151). Sugere-se que de início a escrita da fração seja feita por extenso, e que se vá abandonando conforme a leitura das frações esteja consolidada. Salienta-se também a importância de, depois de uma fração estar escrita, pedir aos alunos que indiquem qual a fração em falta para completar a unidade.

Escrevendo e comparando frações, o aluno teria um reconhecimento intuitivo das que são maiores, no caso de terem o mesmo denominador. No entanto, para o caso de terem o mesmo numerador, esse reconhecimento exigiria a concretização. Era assim apresentado o seguinte exemplo:



À esquerda, a grandeza A foi dividida em terços e, à direita, a mesma grandeza foi dividida em quintos; em ambas se tomaram duas dessas partes: no primeiro caso, $\frac{2}{3}$; e, no segundo, $\frac{2}{5}$. As crianças verificarão, medindo-os, que $\frac{2}{3} > \frac{2}{5}$. (PIMENTEL FILHO, 1934, p. 151-152).

São apresentados outros exemplos que concretizam o mesmo tipo de situação. Apresenta-se ainda o caso em que o denominador é igual ao numerador e por isso a fração representa a unidade, sendo o exemplo dado com um círculo dividido em quatro partes iguais totalmente pintadas.

De seguida é trabalhada a segunda fase, designada por *Expressão fraccionária*. No exemplo apresentado no livro, e que consta na figura 3, vê-se representado um círculo completo dividido em quartos e, à sua direita, mais dois quartos. Ao todo teríamos $\frac{6}{4}$.

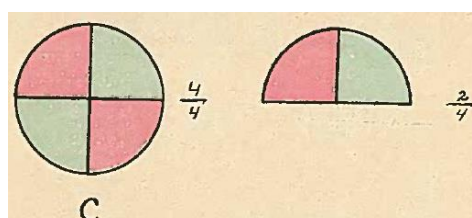


Figura – 2 – Representação de uma situação designada por *expressão fracionária* (PIMENTEL FILHO, 1934, p. 152)

É depois enunciado que, quando a fração é superior à unidade, ou seja, o numerador é maior do que o denominador, seria denominada *expressão fraccionária*, designação dada à fração imprópria, mas que nunca é usada no livro. O autor destaca ainda que, muitas vezes, as expressões fracionárias poderiam representar mais do que duas unidades, como por exemplo $\frac{11}{4}$, que representa duas unidades, mais três quartos, “podemos portanto, dada uma expressão fraccionária, extrair dela os inteiros que ela contiver” (p. 154).

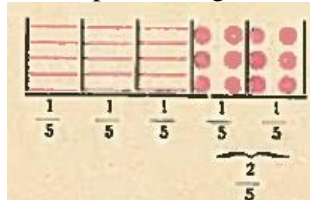
Os *números fracionários* estão definidos como aqueles que são “formados por um número inteiro mais uma fração, como “ $2 + \frac{2}{3}$, $5 + \frac{3}{4}$ etc” (p. 154). Nesta fase não é utilizada a notação usual do numeral misto, esta notação só aparece quando são exploradas as operações de adição e subtração. Note-se que a designação numeral misto não é utilizada, nem posteriormente no contexto das operações. São dados exemplos de como se converte um *número fracionário* em *expressão fracionária*, por exemplo $2 + \frac{2}{3}$ seria convertido em $\frac{8}{3}$ visto duas unidades serem o mesmo que $\frac{6}{3}$ “e juntos aos $\frac{2}{3}$ soltos, dão $\frac{8}{3}$ ” (p. 154). Os aspetos referidos anteriormente constituíam um primeiro passo na apresentação das frações sendo a seguir apresentados dezanove exercícios tipo, para consolidação dos conteúdos trabalhados até ali, dos quais aqui destacamos cinco. Os exercícios apresentados por Pimentel Filho são retirados essencialmente de dois autores, Bourlet e Groscurin.

- 1.º Converter em meios, terços, quartos, quintos ... nonos, 2, 3, 5, etc., inteiros.
- 2.º João tem 12 soldados de chumbo. ¿ Se der metade, com quantos ficará?
- 4.º Quantos lápis serão os $\frac{2}{5}$ de 25 lápis?
- 9.º Deram-me $\frac{17}{5}$ de laranjas? Juntando esses $\frac{17}{5}$ quantas laranjas posso reconstituir, posso formar? ¿ Sobram alguns quintos? Quantos? (...)
- 18.º Após ter perdido os $\frac{3}{5}$ dos seus belindres Paulo tem ainda 12. ¿ Quantos belindres tinha êle? – (Groscurin). (PIMENTEL FILHO, 1934, p. 155-156)

É de salientar que, na citação anterior, Pimentel Filho apresenta alguns exercícios (2.º, 4.º e o 18.º) que remetem para situações em que a unidade é um conjunto discreto, o que ainda não tinha sido abordado.

Para o exercício 18.º Pimentel Filho sugere que se siga a seguinte solução:

No quadro: esquematizar cinco casas, das quais 3 riscadas. 12 belindres, a dividir por dois, igual a 6 belindres ... para cada quinto.



Guarnecer de seis círculos as duas casas.

6 belindres X 5 = 30 belindres ... ao todo.

Ou então: 6 belindres X 3 = 18 belindres ... perdidos

18 belindres + 12 belindres = 30 belindres. (Groscurin)

(PIMENTEL FILHO, 1934, p. 156-157).

Na abordagem às frações equivalentes, o autor cita Laisant, enunciando o que chama de *Princípio fundamental das frações*, com a apresentação de um exemplo. O autor define este princípio, afirmando que multiplicando ou dividindo o numerador e o denominador de uma fração pelo mesmo número o valor desta não se altera, mas não refere que esse número tem que ser diferente de zero.

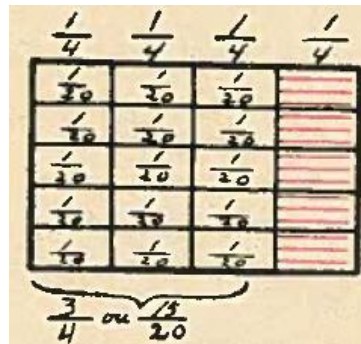


Figura – 3 - Um exemplo para as frações equivalentes
 Fonte: PIMENTEL FILHO, 1934, p. 157

Tendo como base a imagem reproduzida na figura 3, Pimentel Filho esclarece a razão pela qual existem diferentes frações que representam o mesmo número e que designa por *frações iguais*. Se dividíssemos o retângulo grande ao longo do seu comprimento em 4 retângulos iguais, cada um seria $\frac{1}{4}$ do retângulo total. Se considerássemos apenas a parte não riscada do retângulo na figura 3, estaríamos a considerar $\frac{3}{4}$ desse retângulo inicial. Se depois dividíssemos o retângulo inicial ao longo da largura, em 5 partes iguais, o mesmo ficaria dividido em 20 partes iguais, cada uma representando $\frac{1}{20}$. A parte não riscada, que representa $\frac{3}{4}$ do retângulo inicial, teria agora 15 pequenos retângulos que representam $\frac{15}{20}$. Pimentel Filho estabelecia assim a relação entre as duas frações, a que chamava frações iguais. Concluía então que:

a fracção $\frac{15}{20}$ resulta da fracção $\frac{3}{4}$ multiplicando os dois termos desta por 5, $\frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$. Se dividirmos os dois termos da fracção $\frac{15}{20}$ por 5, resultará a fracção $\frac{3}{4}$ que, como acabámos de ver, lhe é igual: $\frac{15:5}{20:5} = \frac{3}{4}$. Vê-se, portanto que uma fracção não muda de valor quando multiplicamos ou dividimos os seus dois termos pelo mesmo número. (PIMENTEL FILHO, 1934, p. 158).

Pimentel Filho apresenta depois exemplos da aplicação do princípio à simplificação e à comparação de frações. São posteriormente sugeridos exercícios para treino da operação que induziriam as crianças para a descoberta da regra geral.

A *Adição e subtração de frações*, está subdividida em *Cálculo oral*, *Adição escrita* e *Subtração escrita*. Desde logo é enfatizado que “todos os casos apresentados dirão respeito a frações da mesma unidade” (p. 163). No *Cálculo oral*, são apresentados quatro exemplos de exercícios de adição e subtração de frações, utilizando unidades contínuas e discretas. Num dos exemplos com a adição, a unidade está repartida em igual número de partes, nos outros três exemplos, com adição e subtração, a unidade está repartida num diferente número de partes, como é este caso, onde Pimentel Filho cita novamente Groscurin:

2.º De dois copos iguais, um, está cheio até um terço, o outro até aos três quartos. ¿ Que sucederá se eu despejar o primeiro no segundo?
 Paulo: «Uma inundação ... 1 terço é mais do que um quarto.» Três quartos e um terço ... são 9 doze avos e 4 doze avos ... 13 doze avos ... 1 inteiro e doze avos. É, com efeito, êste um doze avos que sairá do copo.» (PIMENTEL FILHO, 1934, p. 163)

Na *Adição escrita*, Pimentel Filho apresenta dois tipos de notação escrita, uma por extenso e outra utilizando a notação da matemática:



Primeira notação escrita: 1 sexto + 3 sextos = 4 sextos.

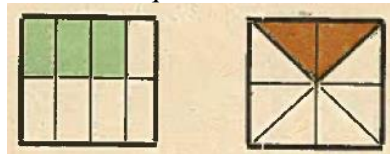
Segunda notação escrita: $\frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4}{6}$ (PIMENTEL FILHO, 1934, p. 164-165)

Para os alunos que fizessem a soma dos numeradores e dos denominadores, Pimentel Filho sugere a apresentação de contra exemplos que mostrem o absurdo, como por exemplo, “ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ dariam $\frac{2}{4}$ ou $\frac{1}{2}$... ! $\frac{3}{3} + \frac{2}{2}$ dariam $\frac{5}{5}$ ou 1. Então 1 e 1 fazem 1 ... !” (p. 165).

Para a iniciação à adição de frações são ainda sugeridos exercícios tipo que envolvam a representação icónica e a utilização das medidas de comprimento.

No que diz respeito à *Subtração escrita* são apresentados doze exemplos tipo que recorrem a exercícios com contexto e sem contexto. Entre os exemplos sem contexto, encontram-se exemplos que recorrem apenas aos números e outros que utilizam representações icónicas e simbólicas, como no exemplo seguinte:

Calcular a diferença das duas partes coloridas:
 Unidade: o quadrado



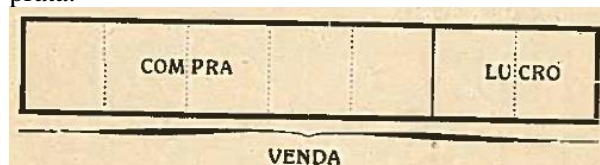
$\frac{3}{8} - \frac{2}{8} = \frac{1}{8}$ A primeira parte tem mais um oitavo de unidade. (PIMENTEL FILHO, 1934, p. 166)

O autor recorre essencialmente aos contextos de medidas de comprimento, capacidade, tempo e dinheiro. Um exemplo com o contexto de medidas de comprimento é o seguinte, onde Pimentel Filho mostra o uso de numerais mistos e as operações com eles.

6.º Um barrote tem de comprimento m $4\frac{1}{4}$. Corta-se-lhe um pedaço de m $1\frac{1}{8}$. ¿ quantos metros ficaram? $4\frac{1}{4} - 1\frac{1}{8} = 3\frac{1}{8}$, dizendo $4 - 1 = 3$; $\frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{2}{8} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$ (PIMENTEL FILHO, 1934, p. 168).

Um exemplo da utilização do contexto de dinheiro para a adição e subtração de frações é o seguinte:

12.º Vendendo certa mercadoria por 280 escudos¹, tiramos um lucro igual aos $\frac{2}{5}$ do preço da compra. ¿ Qual foi o preço da compra?
 No quadro: simbolizar o preço de compra por uma superfície ... placa de prata.



Aumentar esta superfície dos seus $\frac{2}{5}$ o todo representa o preço da venda.
 $280 \text{ escudos} : 7 = 40 \text{ escudos}$. Estes 40 escudos representam o valor de $\frac{1}{5}$ da compra. Logo, a compra foi de $40 \text{ escudos} \times 5 = 200 \text{ escudos}$.

Prova. Os $\frac{2}{5}$ de 200 escudos, somados a 200 escudos, dão 280 escudos?

$200 : 5 = 40$; $40 \times 2 = 80$; $200 + 80 = 280$

¿ O preço da compra que fração é do preço de venda? O preço de compra é, visivelmente, $\frac{5}{7}$ do preço de venda.

Ou ainda: 200 escudos são que fração de 280 escudos?

$$\frac{200}{280} = \frac{20}{28} = \frac{5}{7}$$

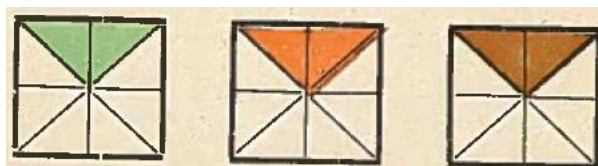
1) Escrevemos escudos por extenso, visto que, só depois de dados os números decimais, as crianças poderão compreender o emprego do \$

(PIMENTEL FILHO, 1934, p. 171-172)

O problema anterior reveste-se de alguma dificuldade visto que a sua resolução, ao nível elementar implica vários passos. De notar que em todos os problemas apresentados o autor ilustra o enunciado com uma figura que serve de base para a resolução.

No tópico *Multiplicação* recorre a esquemas icónicos relacionando a multiplicação com a adição de parcelas iguais. O autor apresenta depois um conjunto de três problemas tipo que permitem aplicar a multiplicação. Nos problemas relacionados com a multiplicação, Pimentel Filho utiliza essencialmente citações de Bourlet. Como primeiro exemplo apresenta:

¿ Que fracção formarão as partes coloridas destes quadrados?



Dois oitavos, mais dois oitavos, mais dois oitavos, são seis oitavos. Podemos pois escrever $\frac{2}{8} + \frac{2}{8} + \frac{2}{8} = \frac{6}{8}$, o que é uma soma de parcelas iguais e nós já vimos que uma soma nestas condições se poderá transformar em uma multiplicação, na qual o multiplicando é a parcela que queremos repetir e o multiplicador o número de vezes que essa parcela tem de ser repetida. E então $\frac{2}{8} \times 3 = \frac{6}{8}$ ou $\frac{2 \times 3}{8}$. (PIMENTEL FILHO, 1934, p. 172).

Logo a seguir, apresenta um outro exemplo para a multiplicação, mas em que a representação simbólica não é coerente com a anterior relativamente à posição do multiplicador.



$$4 \times \frac{2}{25} = \frac{4 \times 2}{25} = \frac{8}{25} \text{ (PIMENTEL FILHO, 1934, p. 173)}$$

Na *Divisão* Pimentel Filho começa por salientar que se podem verificar os dois casos que o autor apresenta para a divisão de inteiros, o *caso de partilha* e o *caso de*

conteúdo.²⁵⁵ Apresenta em primeiro lugar a divisão de uma fração por um número natural, por exemplo $\frac{3}{4} : 2$ (p 177). Para ilustrar, utiliza um retângulo dividido em 4 partes iguais onde estão assinaladas 3 dessas partes, portanto $\frac{3}{4}$. Na mesma figura está traçada uma linha horizontal que divide esse retângulo ao meio, ficando assim dividido em 8 partes iguais e onde se destacam os $\frac{3}{8}$, concluindo que $\frac{3}{4} : 2 = \frac{3}{8}$. Pimentel Filho realça que é a apresentação de diversos casos concretos que levará a criança a induzir a regra da divisão de uma fração por um número, que enuncia “basta multiplicar o denominador da fracção por esse número, o que, como já vimos, tornará a fracção tantas vezes menor quantas forem as unidades do número dado.” (p. 177).

Seguidamente apresenta a divisão entre dois números naturais, exemplificando com situações de partilha equitativa (por exemplo dividir 2 pastéis por 5 crianças) e refere a fração como um *cociente exato*, considerando portanto que a divisão é sempre possível. No exemplo apresentado, a divisão significa que, se dividirmos 2 pastéis por 5 crianças, cada uma destas receberá $\frac{2}{5}$ de pastel exatamente (*cociente exacto*).

Pimentel Filho salienta então que é muitas vezes sob a forma de *cociente exacto* que as frações ordinárias podem corresponder a necessidades práticas, insistindo que se deve recorrer a múltiplas representações até que a noção esteja adquirida. Resume assim que:

3: 5 marca uma intenção (a de dividir, de conhecer a parte)	
Aliás $3 : 5 = \frac{3}{5}$ tem um sentido em partilha e em conteúdo	
PARTILHA	CONTEÚDO
$3 \text{ m} : 5 = \frac{3}{5}$ de metro	$3 \text{ m} : 5 \text{ m} = \frac{3}{5}$
Cada parte vale $\frac{3}{5}$ de metro.	3 metros são os $\frac{3}{5}$ de 5 metros
(PIMENTEL FILHO, 1934, p. 180)	

Realça ainda que a divisão exata de dois números inteiros é sempre possível, sendo o *cociente exacto* a fração que tem por numerador o dividendo e por denominador o divisor. Afirma então que a razão ou relação entre duas grandezas da mesma espécie é o

²⁵⁵A divisão de conteúdo é apresentado por alguns autores com a designação de divisão como medida. Por exemplo, Pinto e Monteiro (2008) consideram situações de divisão como medida, quando o dividendo e o divisor são da mesma natureza sendo o quociente um escalar, o número de vezes que o divisor cabe no dividendo. Outros autores como Jane Correa (2004) usam a designação divisão por quotas.

número que exprime quantas vezes a primeira contém a segunda ou partes iguais da segunda. Destaca ainda que:

o cociente exacto de dois números tem ainda o nome de razão ou relação. Assim, a relação ou razão de 3 para 5 é $\frac{3}{5}$; a razão de $\frac{2}{3}$ para $\frac{15}{17}$ é $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{15}{17}}$ (PIMENTEL FILHO, 1934, p. 181).

Pimentel Filho apresenta depois quatro exercícios tipo, baseados no trabalho de Grosgrin. Os contextos utilizados nos exercícios são as medidas de comprimento, de tempo e de peso. Um dos exemplos apresentados, neste caso o último que trabalha com medidas de comprimento, é o seguinte:

Um alfaiate gastou 12 m de fazenda para fazer 20 coletes ; Que fracção de metro empregou em cada colete? A porção de fazenda empregada deve ter sido o cociente exacto de 12 por 20; ora $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$ do metro. Efectivamente $m \frac{3}{5} \times 20 = \frac{60}{5} = 12$ m. (PIMENTEL FILHO, 1934, p. 183)

O autor insere depois o tópico *fracção de uma fracção* onde começa por apresentar um conjunto de seis exemplos a partir dos quais faz a generalização e onde evidencia a propriedade comutativa da multiplicação. Neste conjunto existem exemplos que utilizam contextos de medida de comprimento e peso, e outros exemplos só com números. O primeiro exemplo está relacionado com as medidas de comprimento:

¿ Quanto serão os $\frac{3}{5}$ de $\frac{6}{7}$ de metro? Para termos os $\frac{3}{5}$ de qualquer grandeza teremos que a dividir em 5 partes iguais e tomar três dêsses quintos: dividir por 5 e multiplicar o cociente assim obtido por 3. Façamos o mesmo com os $\frac{6}{7}$ de metro. Dividamos $\frac{6}{7}$ por 5, o que dá: $\frac{6}{7} : 5 = \frac{6}{7 \times 5}$. que teremos em seguida de multiplicar por 3: $\frac{6}{7 \times 5} \times 3 = \frac{6 \times 3}{7 \times 5} = \frac{18}{35}$ m. (PIMENTEL FILHO, 1934, p.184)

No final da apresentação destes exemplos, Pimentel Filho conclui que são tudo multiplicações e que a verificação dos casos concretos levaria as crianças a induzirem a regra para a multiplicação de um número por uma fracção e de duas ou mais fracções entre si. O autor apresenta depois um conjunto de três exercícios de aplicação, com contextos relacionados com as medidas de comprimento e de peso.

Como já referido a *Divisão* encontra-se dividido em duas partes *I. Idéa de conteúdo* e *II. Idéa de Partilha* apresentando vários problemas exemplificativos dos dois modelos.

Pimentel Filho refere as semelhanças existentes na partilha e no conteúdo salientando que a estrutura é a mesma e que, tanto num caso como no outro, a multiplicação da fração quociente pela fração divisor deve dar o dividendo. Destaca ainda que, depois de compreendida a estrutura das operações, dever-se-á condensar numa regra geral, levando as crianças pelo raciocínio a compreender o que é uma fração invertida. Depois de apresentar alguns exemplos para aplicar a regra geral, o autor enuncia “para dividir um número por uma fracção, multiplicamo-lo pela fracção invertida” (p. 195).

No último ponto deste capítulo II, *Multiplicação e divisão de um número fraccionário*, estabelece a regra para multiplicar numerais mistos, que designa por *números fracionários*, apresentando para isso alguns exercícios como exemplo.

No final do capítulo, Pimentel Filho salienta a orientação que deverá enquadrar o ensino do que designa por frações ordinárias. Para o autor, este ensino deverá partir sempre da observação de casos concretos, dos quais serão induzidas as regras práticas de cálculo, com um trabalho gradual de abstração. Para o autor, ao contrário do que acontece com a estrutura das operações com números inteiros e decimais, que pode ser rapidamente mecanizada, a aplicação prática das operações sobre frações e a sua estrutura, deverá ser desenvolvida através do raciocínio. Este trabalho deverá passar pela análise das questões propostas, pelo desenvolvimento da capacidade de visualizar mentalmente as questões, pela concretização das condições especiais de cada questão proposta. Para Pimentel Filho “tudo o que não seja isto, será despir o ensino das fracções do seu valor formal convertendo-o em um amontoado de regras, em um mecanismo destinado ... a funcionar no vácuo. (p. 196, reticências no original).

CONCLUSÕES

Com o presente texto pretendeu-se dar a conhecer a proposta didática de Alberto Pimentel Filho para o ensino das frações no ensino primário, proposta na obra a *Súmula Didáctica*, de 1934. A análise da proposta deste autor torna-se particularmente relevante, porque é um autor que atua na formação de professores durante um período de tempo

muito alargado, nas três primeiras décadas do século XX, e que por isso tem considerável influência na formação destes professores. O modo como aborda o ensino das frações revela uma preocupação em centrar no aluno e na sua realidade circundante o desenvolvimento do tema.

De acordo com Pimentel Filho, o tema que designa por *Fracções ordinárias*, é uma noção basilar no ensino da aritmética. De acordo com o autor, o texto tem a finalidade de apresentar “os princípios relativos a êste importante assunto” (p. 147) os quais considera que devem ser “induzidos de casos concretos, reais, realizados directamente pelos alunos” (p. 147). O método indutivo é assumido pelo autor como aquele que deve ser utilizado para que a abordagem deste tema possa despertar na criança o interesse e atividade, e é esse o método que utiliza na apresentação dos diferentes tópicos deste tema.

Ao longo da sua obra, Pimentel Filho apresenta numerosos exemplos. Os exemplos são utilizados ou para introduzir o tópico ou para que os alunos utilizem como prática. Os exemplos que o autor apresenta são essencialmente exercícios estritamente numéricos ou problemas com um contexto adaptada à prática e a situações do dia a dia. Entre os problemas com um contexto, o mais utilizado neste tema das frações é o contexto das medidas, principalmente as medidas de comprimento, mas também as medidas de peso, capacidade ou ainda o dinheiro.

No que diz respeito ao desenvolvimento dos principais conceitos relacionados com este tema, o autor opta por começar por introduzir a fração como uma relação entre uma parte e o todo de uma unidade contínua. No entanto, e apesar de não ser feita uma distinção clara, são apresentados exemplos onde a fração é aplicada como operador partitivo multiplicativo aplicado a um conjunto discreto (MONTEIRO e PINTO, 2007). Quando aborda a divisão apresenta a fração como um cociente exato e apresenta situações de partilha equitativa. Na equivalência de frações apresenta o que designa por *princípio fundamental das frações*, partindo de um exemplo, onde se faz recurso a um esquema, para depois se induzir a regra geral. Na adição e subtração de frações o autor começa por apresentar exemplos de casos particulares em que as frações têm o mesmo denominador, para depois apresentar situações em que essa particularidade já não acontece e é necessário escrever frações equivalentes às dadas, mas com o mesmo denominador. A multiplicação é explorada como uma soma de parcelas iguais, sendo a multiplicação de duas frações retomada à frente, quando aborda a divisão, e que irá ser aplicada na regra da divisão. Na

divisão de frações, Pimentel Filho destaca dois modelos de situações, partilha e conteúdo, explicitando o contexto de problemas onde isso se verifica.

É de destacar que por vezes o autor utiliza na definição de alguns conceitos uma nomenclatura que não é utilizada em português, nem na atualidade, nem na época em que o livro foi editado. Um exemplo é a designação de *número fracionário* para a soma de um natural com uma fração própria, ou às frações impróprias, que designa por *expressão fraccionária*. Uma justificação poderá ser o recurso autores de língua francesa, que o autor cita ao longo do capítulo.

No que diz respeito às representações, o autor utiliza representações icónicas e simbólicas. Recorre também à forma verbal, onde por vezes as frações são escritas por extenso. É de salientar que a representação simbólica matemática nem sempre é coerente, nomeadamente no que se refere à multiplicação. Nas representações icónicas apresenta diversos diagramas destacando-se ainda o grafismo e o uso recorrente da cor. É ainda de referir que na primeira fase do trabalho com as frações, o autor sugere a utilização de discos e setores soltos que se possam manipular.

Para a elaboração do capítulo, o autor utiliza principalmente três referências. São autores de língua francesa, seus contemporâneos, da área da matemática. Um dos autores, Groscurin, é particularmente citado. No âmbito deste estudo não nos foi possível aceder à proposta de Groscurin no sentido de percebermos até que ponto a proposta de Pimentel Filho é influenciada por este autor relativamente à sequência de conteúdos a, exemplos e propostas de resolução.

REFERÊNCIAS

BAPTISTA, Maria Isabel. *O ensino normal primário: currículo, práticas e políticas de formação*. Lisboa: EducaHistória, 2004.

CHERVEL, André. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & educação*, 2, 177-229, 1990.

CORREA, Jane. A Resolução oral de tarefas de divisão por crianças. *Estudos de Psicologia* 9(1), 1451-1455, 2004.

MATOS, José Manuel. História do ensino da matemática em Portugal — a constituição de um campo de investigação. Em J. M. Matos e W. R. Valente (Eds.), *A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: primeiros estudos* (pp. 8-20). São Paulo: GHEMAT, 2007.

MCCULLOCH, Gary. *Documentary Research: In Education, History and the Social Sciences*. Londres: RoutledgeFalmer, 2004.

MONTEIRO, Cecília e PINTO, Hélia. *Desenvolvendo o sentido do número racional*. Lisboa: APM, 2007.

NÓVOA, António. *Dicionário de educadores portugueses*. Lisboa: Edições ASA, 2003.

PIMENTEL FILHO, Alberto. *Súmula Didáctica: Língua maternal e Aritmética*. Lisboa: Livraria Editores, 1934.

PINTASSILGO, Joaquim. Os manuais de pedagogia no primeiro terço do século XX: entre a tradição e a inovação. Em Pintassilgo, Joaquim et al. (2006). *História da escola em Portugal e no Brasil: circulação e apropriação de modelos culturais*. Lisboa: Edições Colibri, 175-200, 2006.

PINTASSILGO, Joaquim (Coord.). *Escolas de formação de professores em Portugal*. Lisboa: Edições Colibri, 2012.

PINTASSILGO, Joaquim e MOGARRO, Maria João. Das escolas normais às escolas do magistério primário: percurso histórico das escolas de formação de professores do ensino primário. Em *Historia y Memoria de la Educacion*, 203-238, 2015.

PINTO, Hélia e MONTEIRO, Cecília. A divisão de números racionais. Em Brocardo, J.; Serrazina, L.; Rocha, I. (Org.). *O sentido do número: reflexões que entrecruzam teoria e prática*. Lisboa: Escolar Editora, 201-219, 2008.