



**III CONGRESSO IBERO-AMERICANO  
HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA  
BELÉM – PARÁ – BRASIL  
04 a 07 de novembro de 2015  
ISSN 978-85-89097-68-0**

**UM OLHAR HERMENÊUTICO SOBRE OS NÚMEROS  
COMPLEXOS NA OBRA *MATEMÁTICA 2º CICLO***

**Heloisa da Silva<sup>465</sup>  
Camila Libanori Bernardino<sup>466</sup>**

**RESUMO**

Esse artigo apresenta uma análise inspirada na Hermenêutica de Profundidade proposta por J. B. Thompson sobre a abordagem dos números complexos na obra *Matemática 2º ciclo* (3ª série), datada de 1943 e escrita por: Euclides Roxo, Haroldo Lisbôa da Cunha, Roberto Peixoto e Cesar Dacorso Netto. Destaca-se aspectos gerais da Hermenêutica de Profundidade e alguns resultados de pesquisa advindos de dois movimentos analíticos previstos nesta metodologia: um sócio-histórico e outro, formal ou discursivo. Do primeiro movimento, apresenta-se um estudo sobre Euclides Roxo – sua formação, a influência de Felix Klein em sua obra, cargos assumidos e sua importância nas reformas educacionais empreendidas no Brasil nas décadas de 1930 e 1940. Do segundo movimento analítico, trata-se de alguns aspectos gerais da obra e, mais especificamente, do capítulo que aborda o conteúdo dos números complexos. Formalismo, rigor e uma abordagem vasta envolvendo números complexos são características marcantes da obra analisada.

**Palavras-chave:** História da Educação Matemática. Hermenêutica de Profundidade. Números Complexos. Euclides Roxo.

<sup>465</sup> Docente da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – Unesp, Campus de Rio Claro. E-mail: heloisas@rc.unesp.br.

<sup>466</sup> Mestranda da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – Unesp, Campus de Rio Claro. E-mail: camila.libanori@gmail.com

## INTRODUÇÃO

Esse artigo tem por objetivo analisar de que maneira o conteúdo dos números complexos é abordado na obra *Matemática 2º ciclo* de autoria de Euclides Roxo, Haroldo Lisboa da Cunha, Roberto Peixoto e Cesar Dacorso Netto. Essa análise terá como inspiração a Hermenêutica de Profundidade (HP) proposta por Thompson (1995). Para esse fim, apresentaremos na primeira seção desse trabalho breves comentários que julgamos necessários para um entendimento geral das ideias de Thompson.

Na sequência, como resultado de um movimento analítico sócio-histórico empreendido por nós a partir da metodologia adotada, discorreremos sobre a vida de Euclides Roxo, o primeiro autor do livro aqui discutido e cuja história mostra sua forte influência sobre o currículo nas décadas de 1930 e 1940. Destacaremos sua formação, carreira, pessoas em que buscou inspiração e suas influências nas reformas educacionais da época.

Cientes das ideias de Euclides Roxo, teceremos alguns comentários a respeito da obra *Matemática 2º ciclo*. Buscaremos evidenciar, em sua escrita, influências e possíveis características que tenham de alguma maneira modernizado o ensino de Matemática no Brasil.

Após apresentarmos a obra como um todo, focaremos nossos esforços em analisar de que maneira os números complexos foram nela abordados. Apresentaremos um quadro com as seções presentes no capítulo selecionado, bem como breves comentários sobre a apresentação do conteúdo para que o leitor tenha contato com a maneira de dissertar dos autores.

Finalizaremos esse texto com algumas considerações a respeito da apresentação do conteúdo dos números complexos e das tendências presentes na obra *Matemática 2º ciclo*.

## NOSSOS PILARES

Desenvolvemos nossa análise com inspiração na Hermenêutica de Profundidade de Thompson (1995). A HP é uma metodologia que busca interpretar formas simbólicas. Formas simbólicas são “ações e falas, imagens e textos, que são produzidos por sujeitos e reconhecidos por eles e outros como construtos significativos” (THOMPSON, 1995, p.

79). Pressupomos o Livro Didático como sendo uma forma simbólica, o que possibilita olharmos para ele a partir da HP.

As formas simbólicas são constituídas por cinco aspectos: intencional (tem a intenção de transmitir uma informação), convencional (possuem características que possibilitam a comunicação entre o autor e o leitor), estrutural (possuem uma estrutura pré-estabelecida), referencial (fazem referência a algo) e contextual (são produzidas, comercializadas e editadas em determinado contexto).

A HP é constituída pro três dimensões: Análise Sócio-Histórica, Análise Formal ou Discursiva e Interpretação/Reinterpretação. Essas dimensões constituem possibilidades de análise, não são elementos obrigatórios da HP, e são mobilizadas simultaneamente ao longo da pesquisa.

Segundo Thompson (1995), a análise sócio-histórica tem por objetivo a reconstrução das “[...] condições sociais e históricas da produção, circulação e recepção das formas simbólicas” (p. 366). Essa reconstrução possibilita uma aproximação das pesquisadoras com os ideais, leis e costumes da época em que a forma simbólica *Matemática 2º ciclo* foi constituída, o que permite um melhor entendimento do objeto em estudo.

A análise formal ou discursiva consiste em analisar as características internas da forma simbólica. No nosso caso, ao olharmos para o Livro Didático, analisamos de que maneira e em que sequência o conteúdo é apresentado e desenvolvido, como o autor busca conversar com o leitor, dentre outras características que podem nos chamar a atenção. É quando o pesquisador direciona seu olhar para a harmonia da obra.

A terceira dimensão, Interpretação/Reinterpretação, é o momento em que o pesquisador conecta todos os momentos da análise e elabora comentários gerais de todo o processo de interpretação da forma simbólica.

Teceremos a seguir, alguns comentários sobre a vida e carreira de Euclides Roxo e sobre as reformas educacionais que ele esteve diretamente vinculado. Com essas informações temos buscado compreender situações e relações que permitem a produção e publicação da obra *Matemática 2º ciclo*.

## EUCLIDES ROXO, REFORMAS EDUCACIONAIS BRASILEIRAS E SUAS OBRAS



**Figura 1** – Euclides Roxo

Euclides de Medeiros Guimarães Roxo nasceu no dia 10 de dezembro de 1890 na cidade de Aracaju – Sergipe, enquanto seu pai, o engenheiro João Baptista Guimarães Roxo estava na região trabalhando no projeto de construção da estrada de ferro entre Aracajú e Simão Dias (DASSIE, 2008).

Em 1904, ingressou como aluno no internato do Colégio Pedro II e bacharelou-se em 1909 (DASSIE, 2008). Enquanto aluno, teve seu primeiro contato com o magistério, ministrava aulas particulares para outros alunos (VALENTE, 2004). Em 1915, enquanto cursava Engenharia Civil na Escola Politécnica do Rio de Janeiro foi aprovado para exercer, por três anos, a função de professor substituto de Aritmética do Colégio Pedro II; começava sua carreira como professor.

Em 1918, Euclides Roxo passou a atuar na Escola Normal (destinada à formação de professores primários). Na década de 1920, presenciou movimentos renovadores na Escola Normal, o que pode ter despertado em Roxo um novo olhar sobre questões educacionais (DASSIE, 2008).

Após assumir vários cargos, tanto no internato como no externato, foi nomeado, em 19 de agosto de 1925, diretor do externato Pedro II. Sua efetivação foi assinada pelo então presidente Arthur Silva Bernardes e pelo Ministro Afonso Penna. Roxo permaneceu no cargo até 1930, quando assumiu o cargo de Diretor do Internato Pedro II e nele permaneceu até 1935.

Em nossa pesquisa no arquivo pessoal<sup>467</sup> de Roxo, percebemos que ele era constantemente convidado para participar de congressos, reuniões, conferências que discutiam a respeito de Educação. Também ficou evidente a preocupação de Roxo em estar atualizado com os acontecimentos e tendências educacionais de outros países. Em seu

<sup>467</sup> O arquivo pessoal de Euclides Roxo encontra-se na cidade de Osasco sob os cuidados do Ghemat (Grupo de Pesquisa de História da Educação no Brasil).

arquivo pessoal, encontramos vários pedidos feitos em livrarias internacionais, como a americana Barnes & Noble.

Além disso, encontramos uma tabela elaborada por Roxo que mostra como diversos países distribuía os conteúdos de geometria intuitiva, geometria dedutiva, álgebra e aritmética teórica ao longo de quatro anos escolares. Podemos conjecturar que esse quadro com o modo de distribuição dos conteúdos pelo currículo internacional é resultado de uma pesquisa de Euclides Roxo; uma ferramenta para a escolha dos conteúdos a serem abordados em seus livros didáticos e principalmente na elaboração dos programas de ensino dos quais foi responsável.

No ano de 1922, Arthur Thiré, também professor do Pedro II e autor de livros didáticos, comentou em uma reunião do Colégio Pedro II que se a quantidade de aulas de Aritmética não fosse ampliada, provavelmente muitos alunos reprovariam. Assim, os professores presentes na reunião, solicitam ao Conselho Superior de Ensino um aumento no número de professores do colégio. Essa solicitação é negada, o que torna cabível uma adequação do programa de Matemática ao tempo disponível para a disciplina e consequentemente a adoção de um novo livro didático. No ano seguinte, 1923, o programa de ensino sofre alterações e o Colégio adota o livro Lições de Aritmética, o primeiro livro didático de Euclides Roxo. (VALENTE, 2004).

Assim, sendo o Pedro II modelo para o ensino, por conta dos programas didáticos adotados, o livro de Roxo passou a ser referência de ensino nacional para a aritmética escolar no Brasil. Além disso, o livro também deveria ser utilizado pelos candidatos a admissão nas Escolas Politécnica, Militar e Naval (VALENTE, 2004, p. 68).

O fato de o livro ter tido grande repercussão nos provoca a pensar: o que o livro desenvolvido pelo Euclides Roxo teve de tão diferente dos adotados anteriormente<sup>468</sup>? Até então, ocorria um transplante (ROMANELLI, 2014) dos textos estrangeiros para o Brasil. Os livros eram traduzidos integralmente e essa prática provocava diversas críticas aos livros estrangeiros, por trazerem termos desconhecidos do público brasileiro (BITTENCOURT, 2008). Diferentemente dessa prática, Roxo se apropriou do livro *Leçons d'Arithmétique* do francês Jules Tannery e o adequou para o ensino brasileiro. “É possível dizer que tal apropriação faz revelar os primeiros sinais de modernização da matemática escolar no Brasil” (VALENTE, 2004, p.69).

---

<sup>468</sup> Frères de l'Intruction Chrétienne (F.I.C)

Além de ter sido um sucesso e adotado por todo o país, o livro traz ganhos no sentido que

Diferente dos Elementos de *Arithmetica* por F.I.C., no qual, como norma, o desenvolvimento da aritmética se faz com exemplos numéricos, nas Lições, e modo igual ao de Tannery, a apresentação e o desenvolvimento dos conteúdos utilizam notação literal. Esse passo é importante para a defesa – que virá posteriormente – da ideia de fusão dos ramos separados da tradicional matemática, particularmente da aritmética com a álgebra. Além disso, ao seguir o plano de Tannery, Roxo ratifica pelo ensino o papel das demonstrações no ensino, traduzindo, em sua *Introdução*, a advertência também posta por Tannery: “A compreensão exata das (dessas) definições e propriedades tem muito mais importância que a demonstração e o enunciado das regras, o qual, em rigor, poderia ser suprimido” (1925, p. 6). Essas considerações traduzem o esforço de reduzir o papel predominante da lógica demonstrativa, dedutiva vigente na matemática tradicional, substituindo-a por um entendimento mais significativo, isto é, por compreensão que busca ajuda na intuição. (VALENTE, 2004, p.70-71, grifos do autor).

Já como diretor do Colégio Pedro II, em 14 de novembro de 1927, Roxo propõe alterações radicais no ensino da Matemática. Essas alterações são baseadas na reforma realizada por Felix Klein na Alemanha e compreendem: a unificação das matemáticas (aritmética, álgebra, geometria) em uma única matemática; o ensino pautado no cotidiano dos alunos; ênfase na intuição, uma abordagem do mais simples ao mais complexo, aplicações práticas do que foi estudado e a presença da disciplina Matemática em todos os anos escolares.

Em 1928, o Departamento Nacional de Ensino e a Associação Brasileira de Educação encaminham ofícios a favor das modificações. Em 15 de janeiro de 1929 é oficializada a proposta, exclusivamente para o Colégio Pedro II, pelo Decreto nº 18.564.

Com o golpe de 1930<sup>469</sup>, Getúlio Vargas assume a presidência do Brasil e nomeia Francisco Campos como primeiro ministro do Ministério da Educação e Saúde Pública. Campos convida Euclides Roxo para presidir “[...] uma comissão que irá elaborar um projeto de reforma do ensino brasileiro” (VALENTE, 2004, p.78). No ano seguinte, 1931, Francisco Campos, remodela o programa do Ensino Secundário brasileiro. Segundo a Lei nº 19.890, o Ensino Secundário passou a ser constituído por dois cursos seriados: o Fundamental (5 anos) e o Complementar<sup>470</sup> (2 anos). A Parte relativa à Matemática passa a

---

<sup>469</sup> O golpe depôs o então presidente da república Washington Luís, impediu a posse do presidente eleito Júlio Prestes e pôs fim à República Velha.

<sup>470</sup> O curso Complementar era obrigatório aos candidatos a matrícula em determinados institutos de ensino superior (Art. 4º).

tomar como base a proposta da Congregação do Colégio Pedro II, idealizada por Euclides Roxo (MIORIM, 1998). Essa reforma ficou conhecida como Reforma Francisco Campos.

Em 1934, Gustavo Capanema assumiu o Ministério da Educação e Saúde e, em 1936, iniciou os trabalhos para a elaboração de um Plano Nacional de Educação. Porém, por conta do golpe de Estado<sup>471</sup>, que instaurou em 10 de novembro de 1937 o Estado Novo, o plano só foi posto em prática em 9 de abril de 1942, por meio da Lei Orgânica do Ensino Secundário<sup>472</sup> n° 4.244 que, posteriormente, ficou conhecida como Reforma Capanema (DASSIE; ROCHA, 2003). Assim como na Reforma Francisco Campos, Roxo participou diretamente na elaboração do Novo Plano Nacional de Educação proposto por Capanema.

A Reforma Capanema dividiu o Ensino Secundário em dois ciclos, o Curso Ginásial com duração de quatro anos e o Clássico e Científico, com duração de três anos. Os cursos Clássico e Científico tinham por objetivo consolidar a educação ministrada no curso Ginásial e bem assim desenvolvê-la e aprofundá-la. (Art. 4 da Lei Orgânica do Ensino Secundário). Segundo Dassie (2001), para Gustavo Capanema, os dois cursos não constituíram rumos diferentes da vida escolar, ambos dariam o direito ao ingresso em qualquer modalidade de curso do Ensino Superior. No entanto, o curso Clássico era focado no estudo das letras antigas<sup>473</sup>, enquanto o Científico era marcado por um estudo maior das Ciências (Art. 4).

O papel de Euclides Roxo nas reformas promovidas por Campos e Capanema fez que se consolidassem no Brasil duas ideias defendidas por Klein e Breslich: o ensino simultâneo dos vários campos da matemática em cada série, integrando-os na medida do possível; e a presença da matemática em cada série do currículo (CARVALHO, 2004, p.141).

Euclides Roxo faleceu no Rio de Janeiro no dia 21 de setembro de 1950 após dedicar sua vida à Educação. É considerado por muitos pesquisadores um dos primeiros Educadores Matemáticos do país.

Na sequência, faremos uma análise da obra *Matemática 2º ciclo* que tem Euclides Roxo como o primeiro de seus quatro autores.

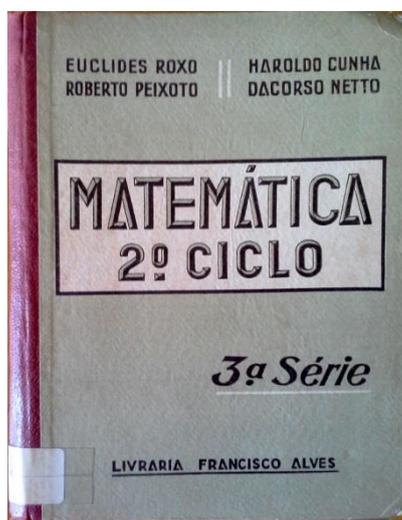
---

<sup>471</sup> O golpe do Estado Novo foi liderado pelo então presidente Getúlio Vargas. Além de mantê-lo na presidência, o golpe instaurou um regime extremamente autoritário.

<sup>472</sup> Essa lei vigorou até 1961 quando em 20 de dezembro, através do Decreto n° 4.024 foi aprovada a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.

<sup>473</sup> Além do Português eram ministradas as seguintes disciplinas: Latim, Grego, Francês, Inglês e Espanhol.

## A OBRA MATEMÁTICA 2º CICLO



**Figura 2** – Capa do livro

A obra *Matemática 2º ciclo* (3º série) possui 563 páginas e foi escrita em 1943 por quatro autores: Euclides Roxo e Haroldo Lisboa da Cunha do Colégio Pedro II<sup>474</sup>, Roberto Peixoto e Cesar Dacorso Netto, do Instituto de Educação<sup>475</sup>. É o terceiro e último livro da série *Matemática 2º ciclo* e foi idealizado para os cursos clássico e científico, tendo mais de dez edições (VALENTE, 2011). Analisaremos nesse artigo a segunda e a terceira edições da obra, datadas de 1944 e 1949, respectivamente, e editadas pela Livraria Francisco Alves.

Na década de 1940, época em que o livro foi publicado, o colégio Pedro II era um modelo para o ensino secundário brasileiro, inclusive, referenciava toda a produção didática para o ensino mencionado (VALENTE, 2011), o que justifica a importância da obra, uma vez que dois dos autores eram professores do colégio Pedro II.

O livro foi editado em capa dura e sua capa é ligeiramente colorida. Logo após a folha de rosto somos apresentados a outras obras, da mesma editora, escritas pelos autores<sup>476</sup> e, na página seguinte, há uma advertência. Esse texto é iniciado com a explicação de que tal livro finaliza a série *Matemática 2º ciclo*. Em seguida, os autores salientam que sugeriram alguns complementos e aplicações aos conteúdos, enfatizando que tomaram o devido cuidado para não se afastarem dos programas de ensino. Ressaltam que as unidades apresentam algumas notas com a finalidade de ampliar o conhecimento e

<sup>474</sup> Instituição do ensino público federal, localizada no estado do Rio de Janeiro. Fundada em 02/12/1837.

<sup>475</sup> Antiga Escola Normal que foi renomeada para Instituto de Educação em 1932.

<sup>476</sup> Prof. Euclides Roxo: Lições de Aritmética, Curso de Matemática – 3ª Série (Geometria), A Matemática na Educação Secundária, Unidades e Medidas. Em Colaboração: Matemática Ginásial – 1ª série, 2ª série, 3ª série, 4ª série. Exercícios de Aritmética, Exercícios de Álgebra, Exercícios de Geometria e Exercícios de Trigonometria (esgotados). Prof. Roberto Peixoto: Geometria Analítica a duas dimensões, Geometria Analítica a três dimensões, Exercícios de Geometria Analítica a duas dimensões, Exercícios de Geometria Analítica a três dimensões, Cálculo Vetorial, Questiuículas matemáticas (esgotado). Prof. Haroldo Lisboa da Cunha: Sobre as equações algébricas e suas soluções por meio de radicais, Rio, 1933 (Tese). Pontos de Álgebra Complementar (Teoria das equações), Rio, 1939 (esgotados). Prof. Cesar Dacorso Netto: Elementos de Aritmética, Esboço sobre a transformação em matemática elementar, Rio, 1933 (Tese). (Optamos por manter o português da época por se tratar de títulos de obras).

incitar a curiosidade dos alunos. Sobre a estrutura de exposição dos conteúdos, no último parágrafo, os autores frisam que o livro segue a tendência dos programas da época, ou seja, é composto por partes distintas (cinco unidades de Álgebra, três de Geometria e duas unidades de Geometria Analítica), entretanto optaram por dividir as tarefas e cada autor ficou responsável por uma parte.

Podemos interpretar essa advertência como sendo uma forma dos autores colocarem suas opiniões. Embora Euclides Roxo, por exemplo, defendesse “[...] a unificação das matemáticas” (LOPES, 2000, p. 21), aritmética, álgebra e trigonometria em uma mesma disciplina, em torno da ideia de função<sup>477</sup> (DASSIE, 2001, p. 48), o livro aborda as matemáticas, separadamente, por exigência dos programas de ensino e não por gosto dos autores. Ao trabalhar os números complexos, que compõe a parte de aritmética, o autor deixa evidente sua preferência pela unificação. Em muitos momentos do capítulo salienta, a partir de uma nota de rodapé, que caso o leitor não tenha compreendido o conceito, ele pode consultar o capítulo de trigonometria, no 2º volume da série Matemática 2º ciclo. Enfatizando, a nosso ver, que essas matemáticas distintas, poderiam, de fato, serem tratadas em uma mesma disciplina.

Após a advertência somos apresentados ao programa que o livro contempla. Os conteúdos são tratados de acordo com a seguinte sequência:

**Quadro 1** – Unidades do livro *Matemática 2º ciclo/3ª série*

Unidade I - Séries	Unidade VI – Relações Métricas
Unidade II – Funções	Unidade VII – Transformação de figuras
Unidade III – Derivadas	Unidade VIII – Curvas usuais
Unidade IV – Números Complexos	Unidade IX – Noções Fundamentais
Unidade V – Equações Algébricas	Unidade X – Lugares Geométricos

Fonte: 2º edição da obra

Podemos caracterizar a escrita dos autores como formal, uma vez que são rigorosos na forma de apresentar o conteúdo e se preocupam em demonstrar propriedades e convencer o leitor de suas afirmações. Na advertência somos alertados para a preocupação dos autores em instigar a curiosidade do leitor, e essa afirmação pode ser evidenciada ao longo das páginas. As notas de rodapé compreendem desde explicações até sugestões de outros trabalhos e das obras originais que abordam com mais intensidade os conteúdos. A parte relativa à álgebra possui mais de 200 notas de rodapé que instigam os leitores a novas pesquisas e incitam curiosidade pela matéria.

<sup>477</sup> Os autores eram a favor de compor a matemática de modo que os demais conteúdo derivassem da ideia de função.

**Figura 3** – Exemplo de nota de rodapé

(137) Outras propriedades interessantes poderão ser vistas em Rey Pastor, “*Análisis algebraico*”, 5ª ed., Madrid, 1935, pgs. 462 e seguintes.

Fonte: *Matemática 2º ciclo* (3ª série)

Ao longo dos capítulos são apresentados poucos exemplos, apenas quando os autores julgam necessário. Também encontramos alguns exercícios resolvidos ao longo do livro. A diferença entre exemplos e exercícios resolvidos, ao longo do texto, está apenas na nomenclatura, ambos são aplicações imediatas da teoria. Os exercícios propostos são apresentados ao final da unidade, já suas soluções encontram-se ao final do livro, assim como um índice que destaca as páginas referentes a cada capítulo e seção.

As fórmulas e informações importantes são sempre destacadas, e o livro apresenta figuras sempre que necessário. As unidades são bem organizadas, os conteúdos são separados por seções, o que favorece a localização de informações ao longo do capítulo. As equações são numeradas, o que facilita a fala do autor e a busca do leitor quando necessita mencionar algo que já foi trabalhado.

A seguir trataremos da abordagem dos números complexos na obra aqui mencionada.

## **NÚMEROS COMPLEXOS NA OBRA MATEMÁTICA 2º CICLO**

Os números complexos são tratados na quarta unidade de álgebra do livro que é destinado à 3ª série do Curso Clássico e Científico, embora o conteúdo esteja presente apenas no programa de ensino do Curso Científico. Tal unidade, de responsabilidade do autor Haroldo Lisboa Cunha, trata da seguinte sequência:

**Unidade IV – Números Complexos: 1. Definição; operações fundamentais. 2. Representação Trigonométrica e exponencial. 3. Aplicação à resolução de equações binômicas.**

O livro é estruturado em seções que são numeradas desde a primeira unidade. Assim a unidade IV, que aborda os números complexos está estruturada da seguinte forma:

**Quadro 2** – Sessões da Unidade IV da obra *Matemática 2º ciclo*

<b>DEFINIÇÃO DE NÚMEROS COMPLEXOS</b>	132 - Módulo da soma e da diferença
114 – Considerações preliminares	133 – Multiplicação e divisão
115 – Definição de Números Complexos	134 – Módulo e argumento do produto e do quociente
116 – Observação	135 – Observação
117- Número $i$	136 – Interpretação geométrica da multiplicação e da divisão
118 – Forma Binomial	137 – Potenciação. Fórmula de Moivre <sup>478</sup>
119 - Observação	138 – Radiciação
120 – Norma e Módulo	139 – Interpretação geométrica; divisão da circunferência
121 – Complexos conjugados; números opostos	140 – Extensão da fórmula de Moivre ao caso de expoente racional
122 – Interpretação geométrica; argumento	141 – Raízes $n$ -gésimas <sup>479</sup> dos números reais
123 – Interpretação vetorial	142 – Observação
<b>REPRESENTAÇÃO TRIGONOMÉTRICA E EXPONENCIAL</b>	143 – Raízes $n$ -gésimas da unidade
124 – Representação trigonométrica	144 <sup>480</sup> – Raízes primitivas da unidade
125 – Observação	145- Cálculo das raízes $n$ -gésimas em geral, por intermédio das raízes primitivas
126 – Representação exponencial; fórmula de Euler	146 - Observação
127 – Funções hiperbólicas	147 – Observação
128 – Observação	148 – Aplicação aos problemas gerais da multiplicação e da divisão de arcos
<b>OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS</b>	<b>RESOLUÇÃO AS EQUAÇÕES BINÔMIAS<sup>481</sup></b>
129 – Operações sobre Números Complexos <sup>482</sup>	149- Equações binômias
130 – Adição e subtração	150 – Observação
131 – Interpretação vetorial da adição e da subtração	<b>EXERCÍCIOS PROPOSTOS</b>

Fonte: 2ª edição da obra

O conteúdo começa a ser tratado a partir de algumas considerações preliminares. O autor disserta sobre como até esse momento da coleção não havia sido atribuído significado às expressões contendo raízes de números negativos (no caso de índices pares). Comenta que até o momento assumiam que as equações do 2º grau com discriminante negativo não tinham raízes ou não eram definidas, tudo isso, se tratando dos números

<sup>478</sup>Atualmente, conhecemos a fórmula por “fórmula de De Moivre”, uma vez que foi o matemático francês Abraham De Moivre que relacionou os números complexos com a trigonometria. No entanto, no livro *Matemática 2º ciclo*, a termo De Moivre é apresentado com a letra “d” minúscula.

<sup>479</sup>Atualmente utilizamos o termo  $n$ -ésima.

<sup>480</sup>As seções 144 e 145 estão presentes na edição de 1944 mas não fazem parte da edição de 1949.

<sup>481</sup>Esse é a título da seção na edição de 1944. Na edição de 1949, a seção se apresenta como “Aplicação à resolução das equações binômias”.

<sup>482</sup>Optamos por manter a grafia original.

Reais. Enfatiza que o conjunto dos Reais não permite uma interpretação completa dos resultados da álgebra e que essa afirmação é evidente desde o século XVI, quando surgiram os primeiros estudos metódicos sobre resolução das operações das equações do terceiro grau. A partir desses estudos, viu-se que “a essas raízes de números negativos, no caso de índices pares, consideradas antes como meros símbolos de impossibilidade operatória, poderia e *deveria* ser atribuído um significado numérico definido”.

Desde a advertência, no início do livro, os autores enfatizam que irão utilizar com frequência o recurso das notas a fim de ampliar o conhecimento e incitar a curiosidade pela matemática. Esse recurso é realmente muito utilizado pelo autor. Ao longo do capítulo dos números complexos, são apresentadas por volta de 40 notas de rodapé (variando de uma edição para a outra). A primeira nota, destaca que o caso,  $x^3 - 15x - 4 = 0$ , do qual a raiz inteira 4 era conhecida, e foi tratado por R. Bombelli<sup>483</sup> (1526 – 1573) em sua “*Algebra*” (Bolonha, 1572) é classicamente conhecido sob a denominação de “caso irreduzível do 3º grau). Pela aplicação da fórmula de Cardano - que é apresentada em uma nota de rodapé<sup>484</sup>, surgiu a notável relação cujo sentido não podia ser facilmente percebido:

$$4 = \sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}}$$

Após estabelecer algumas convenções, Bombelli concluiu que cabia escrever:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} &= 2 + \sqrt{-1} \\ \sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}} &= 2 - \sqrt{-1} \end{aligned}$$

Isto é,

$$4 = 2 + \sqrt{-1} + 2 - \sqrt{-1}$$

Sendo assim, necessário considerar  $\sqrt{-121}$  e  $\sqrt{-1}$  como verdadeiros números, sobre os quais Bombelli operara aritmeticamente de forma correta. O autor ressalta, que

<sup>483</sup> Italiano, matemático e engenheiro hidráulico. Contribuiu de forma notável para a resolução das equações cúbicas.

<sup>484</sup> Para uma equação do tipo  $x^3 + px + q = 0$ , tem-se:

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$

Fórmula publicado por G. Cardano em sua “*Ars Magna*” (1645), e devida, de fato, a Ferro (1515) e Tartaglia (1535).

pouco antes de Bombelli, o próprio Cardano, tivera, sem dúvidas essa intuição. Ao discutir o “caso irreduzível” Cardano concluiu que  $\sqrt{-9}$  não tinha a mesma natureza de 3 nem de  $-3$ , “*sed quaedam tertia natureza abscondita*” (traduzido em nota de rodapé pelo autor como “mas alguma terceira natureza desconhecida”).

Essa afirmação tornava imprescindível, portanto, introduzir uma ideia mais ampla de número. Antes de introduzir o conceito de Números complexos, o autor explicita que está seguindo os resultados mais importantes estabelecidos no século XIX e cita nomes importantes como Gauss<sup>485</sup>, Hamilton<sup>486</sup> e Weierstrass<sup>487</sup>.

Considerando pares  $(a, b)$ , de números reais em determinada ordem, e, para os mesmos, o autor convencionou os seguintes princípios:

- I)  $(a, b) = (a', b')$  quando  $a = a'$  e  $b = b'$
- II)  $(a, b) + (a', b') = (a + a', b + b')$
- III)  $(a, b)(a', b') = (aa' - bb', ab' + a'b)$
- IV)  $(a, 0) = a$  observando – se que em particular  $(0, 0) = 0$

Ficando assim, estabelecidas por esses símbolos, a igualdade e as operações fundamentais de adição e multiplicação. Em seguida, o autor acrescenta que, numa acepção ampla, esses pares individualizam verdadeiros números, a que denominam complexos. Ressalta ainda que o último princípio inclui, entre os mesmos, como casos particulares os números reais. Discorre ainda, a partir de uma nota de rodapé, que “a primeira vista poderá parecer estranha essa maneira abstrata de definir [uma] nova espécie de número”.

Algumas seções adiante, introduz a forma binomial de um número complexo observando que a partir dos princípios listados anteriormente :

$$(0, b) = (b, 0)(0, 1) = bi, \text{ uma vez que, } (b, 0) = b \text{ e } (0, 1) = i \text{ e que } (a, b) = (a, 0) + (0, b)$$

Logo, conclui que:

$$(a, b) = a + bi$$

<sup>485</sup> Embora Euler tenha sido o primeiro a utilizar a letra  $i$  para representar a unidade imaginária, a representação só passou a ser utilizada sistematicamente por Gauss (Silva, 2005).

<sup>486</sup> Foi Hamilton que representou um número complexo pelo par ordenado de números reais  $(a, b)$  (EVES, 2005)

<sup>487</sup> Weierstrass introduziu o simbolismo das duas barras verticais para identificar o valor absoluto (Silva, 2005).

Essa expressão define a forma binomial dos números complexos e justifica a denominação adotada. Na sequência o autor define a parte real e a imaginária dos números complexos:

**Figura 4 – Parte real e parte imaginária**

**O número  $a$  constitui a *parte real*;  $bi$ , a *imaginária*.**

Fonte: Matemática 2º ciclo (1944)

Como mostra a figura acima, o autor define a parte imaginária de maneira incorreta. O correto seria denominar, como parte imaginária, o número ***b*** que acompanha a unidade imaginária ***i***. Esse é o primeiro equívoco encontrado no capítulo referente aos números complexos na obra Matemática 2º ciclo. Dentre os erros encontrados esse é o mais grave, pois se trata de um conceito. Os demais são erros de digitação ou equívocos numéricos, que podem ser atribuídos ao autor ou ao editor.

Mostramos aqui os tópicos iniciais abordados no livro para que seja possível aos leitores desse artigo, mesmo que brevemente, visualizarem a maneira como o conteúdo dos números complexos é introduzido, a forma como o autor conversa com o leitor e a presença de alguns equívocos no desenvolvimento de um conceito. A seguir, faremos algumas considerações sobre a obra e a abordagem desse conteúdo.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A forma como os autores conversam com o leitor destaca-se desde as primeiras páginas do livro. A preocupação com clareza das ideias, a estrutura, as observações e notas de rodapé está presente em todas as partes do livro. No entanto, os autores não apresentam um ensino próximo da realidade do aluno, como sugere nosso estudo sobre Euclides Roxo e seu desejo de inspiração em Klein.

Desde as primeiras páginas fica evidente a intenção dos autores em enfatizar o formalismo da matemática, já que grande parte das afirmações feitas no capítulo são seguidas por suas demonstrações. Diferente do que foi proposto por Klein, Roxo mantém em sua obra o rigor matemático.

Embora Roxo tenha buscado inspiração no movimento de modernização do ensino de Matemática proposto por Felix Klein, notamos que sua obra não cumpre com algumas das ideias do movimento. É evidente que ao abordar o conteúdo dos números complexos Roxo não desenvolve nenhuma tentativa de aproximação do conteúdo com o cotidiano dos alunos. Fica evidente também que a obra de Roxo é carregada de formalismo, o que pode ser confirmado pelas várias demonstrações ao longo do capítulo.

Por outro lado, Roxo modernizou o ensino de Matemática ao unificar as Matemáticas, ao inserir a disciplina em todos os anos escolares e ao trabalhar inicialmente com a parte visual dos conteúdos e, progressivamente, chegar aos conceitos mais abstratos.

## REFERÊNCIAS

BITTENCOURT, C. **Livro Didático e saber escolar (1810 – 1910)**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2008.

BRASIL. **Lei nº 18.564, de 15 de Janeiro de 1929**- Altera a seriação do curso do ensino secundário do Colégio Pedro II. Rio de Janeiro, 17 de Janeiro de 1929. Disponível em: <http://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1920-1929/decreto-18564-15-janeiro-1929-502422-publicacaooriginal-1-pe.html>> Acesso em: 02 ago. 2014.

BRASIL. **Lei nº 19.890, de 18 de Abril de 1931** – Lei Francisco Campos. Rio de Janeiro, 18 de Abril de 1931. Disponível em: <<http://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1930-1939/decreto-19890-18-abril-1931-504631-publicacaooriginal-141245-pe.html>>. Acesso em: 02 ago. 2014.

BRASIL. **Lei nº 4.244, de 09 de Abril de 1942** – Lei Orgânica do Ensino Secundário e Legislação Complementar. Rio de Janeiro, 10 de Abril de 1942. Disponível em: < <http://www2.camara.leg.br/legin/fed/decllei/1940-1949/decreto-lei-4244-9-abril-1942-414155-publicacaooriginal-1-pe.html> >. Acesso em: 02 ago. 2014.

BRASIL. **Lei nº 4.024, de 20 de Dezembro de 1961** – Fixa as Diretrizes e Bases da Educação Nacional, Brasília, 14 de Dezembro de 1962 Disponível em: < [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/l4024.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l4024.htm)>. Acesso em: 02 ago. 2014.

CARVALHO, J. B. P. F. Euclides Roxo e as polêmicas sobre a modernização do ensino da matemática. In: VALENTE, W. R. (Org.). **Euclides Roxo e a modernização do ensino da matemática no Brasil**. 2.ed. Brasília: Editora da Universidade de Brasília, 2004. p.85-150.

DASSIE, B. A. **Euclides Roxo e a constituição da Educação Matemática no Brasil**. 2008. 282 f. Tese (Doutorado em Educação) – Departamento de Educação, Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro. 2008

DASSIE, B. A. **A Matemática do Curso Secundário na Reforma Gustavo Capanema**. 2001. 177f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2001.

DASSIE, B. A.; ROCHA, J. L. O Ensino de Matemática no Brasil nas Primeiras Décadas do Século XX. **Caderno Dá Licença**, Niterói, v.5, n.4, p. 65-74, dez. 2003. Disponível em: <[http://www.uff.br/dalicensa/images/stories/caderno/volume4/da\\_Licena\\_Bruno.pdf](http://www.uff.br/dalicensa/images/stories/caderno/volume4/da_Licena_Bruno.pdf)>. Acesso em: 15 ago. 2014.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução de Hyginio H. Domingues. 5. ed. Campinas: Editora Unicamp, 2011. 848 p.

LOPES, Jairo Araújo. **Livro Didático de Matemática: concepção, seleção e possibilidades frente a descritores de análise e tendências em Educação Matemática**. 2000. 264 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

MIORIM, M. A. **Introdução à História da Educação Matemática**. Atual Editora: São Paulo, 1998.

ROMANELLI, O. O. **História da Educação no Brasil: (1930 – 1973)**. 40º ed. Petrópolis: Vozes, 2014.

ROXO, E.; CUNHA, H. L.da; PEIXOTO, R.; NETTO, C. D. **Matemática 2º ciclo**. 2. ed. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1944.

SILVA, M. I. A. de A. M. **Os Números Imaginários: (um estudo sobre) a sua “realidade”**. 2005. 152 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Departamento de Matemática, Universidade do Moinho, Portugal, 2005. Disponível em <<https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/3464/1/escrita%20da%20tese.pdf>>. Acesso em: 13 maio. 2015.

THOMPSON, J. B., **Ideologia e Cultura Moderna: Teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa**. Petrópolis: Vozes, 1995.

VALENTE, W. R. **A Matemática do ensino secundário: duas disciplinas escolares?** Revista Diálogo Educacional, Curitiba, v. 11, n. 34, p. 645-662, set./dez. 2011

VALENTE, W. R. Euclides Roxo e o Movimento Internacional de Modernização da Matemática Escolar. In: VALENTE, W. R. (Org.). **Euclides Roxo e a modernização do ensino da matemática no Brasil**. 2.ed. Brasília: Editora da Universidade de Brasília, 2004. p.45-83.