III CONGRESSO IBERO-AMERICANO
HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
BELÉM – PARÁ – BRASIL
04 a 07 de novembro de 2015
ISSN 978-85-89097-68-0

A HISTÓRIA E AS TECNOLOGIAS NO ENSINO DO CÁLCULO

João Cláudio Brandemberg[492]
Aldo Freitas Vieira[493]

RESUMO

Neste artigo fazemos considerações sobre o uso da História da Matemática e das tecnologias, em particular as tecnologias informáticas, como componentes metodológicas importantes no processo de ensino aprendizagem de conteúdos matemáticos. As possibilidades de contextualização via componente histórica e de modernização e eficiência do uso de tecnologias na resolução e aplicação de problemas do Cálculo Diferencial e Integral nos inferem essas afirmativas. Para referendar o que propomos, buscamos referências especializadas que reafirmam o papel das tecnologias como "ferramentas" que, a partir de procedimentos mais colaborativos ou interativos, permitem um melhor entendimento e minimização dos obstáculos existentes no estudo de conteúdos do Cálculo. Quanto a componente histórica, asseguramos que o conhecimento do processo histórico de construção dos conteúdos, é garantia de maior significado e permite aos professores maior autonomia em sua prática. Assim, aliando história e tecnologias, buscamos uma forma efetiva de atuação em sala de aula que garante ao professor mais possibilidades de estabelecer as relações e as articulações necessárias à construção do conhecimento matemático, com o objetivo de transmitir aos estudantes a importância e a necessidade de aprendizagem desses conteúdos.

Palavras-chave: História do Cálculo. Tecnologias no Ensino. Ensino de Matemática.

[492] Docente da Universidade Federal Federal do Pará – UFPA, Campus do Guamá.
E-mail: brand@ufpa.br
[493] Docente da Universidade Federal Federal do Pará – UFPA, Campus do Guamá.
E-mail: aldo@ufpa.br

APRESENTAÇÃO

Acreditamos e discutimos possibilidades didáticas do uso da História da Matemática e das Tecnologias no ensino de Matemática, uma vez que com esta abordagem inserimos maior significado aos conceitos. Ao mesmo tempo buscamos uma objetividade que justifique nossa pretensão em trabalhar o conteúdo usando a história e as tecnologias, como componentes metodológicas, ou melhor, como um elemento do processo de ensino dos conteúdos, especificamente os relacionados ao Cálculo diferencial e Integral. Assim, ao integrarmos os aspectos históricos, enunciados no texto, ao ensino de Cálculo em sala de aula, pretendemos estabelecer conexões entre as necessidades que levaram ao desenvolvimento do conceito, suas dificuldades, e as possibilidades de ensino, partindo desta contextualização, e objetivando conduzir o alunado a uma valorização da necessidade desse conhecimento.

O papel das tecnologias, em nossa abordagem, se caracteriza pela necessidade e importância de se estabelecer, além das utilidades das ferramentas computacionais, uma ligação entre as formas de resolução de problemas do passado e as do presente em um repensar do formato de ensino tradicional no ambiente de sala de aula, visando atender às necessidades do ensino na era da informatização, isto é, da rápida comunicação da informação. E a partir das reflexões e análises destas componentes, fazer com que a sala de aula se torne um ambiente onde relações podem ser efetivamente estabelecidas, e possibilitem as articulações necessárias à construção do conhecimento matemático.

UMA BREVE HISTÓRIA DO CÁLCULO

Uma evolução histórica do Cálculo Diferencial e Integral, sua importância e os aspectos que levaram ao seu desenvolvimento podem ser trabalhados como fonte de atividades para o ensino de Matemática. Uma das formas deste fazer é uma abordagem que mescla o uso das componentes histórica e tecnológica no ensino de conteúdos, como limites, derivada e integral.

Historicamente, a tentativa dos matemáticos antigos em obter tanto tangentes a uma curva quanto resolver problemas de quadraturas de figuras geométricas, como um círculo, ou, de outras figuras curvilíneas, caracterizam os primeiros passos para uma construção do Cálculo diferencial e integral, uma vez que o mesmo possui como base de sua construção o estudo de variação de grandezas e a determinação de áreas e volumes de figuras limitadas por superfícies curvas.

Dessa forma, uma abordagem histórica, pode ser delimitada em um recorte, que considera a fase grega, com os matemáticos alexandrinos (330-200 a C), caracterizando um momento inicial no processo de construção do cálculo.

> Foi durante o último terço do século IV a. C. que Alexandre o grande emergiu da Macedônia decidido a conquistar o mundo. Suas conquistas o levaram para o Egito, em 332 a. C., ele fundou a cidade de Alexandria, na foz do rio Nilo. Esta cidade cresceu rapidamente, atingindo uma população de meio milhão de habitantes, em três décadas. De particular importância foi à formação da grande biblioteca de Alexandria, que logo suplantou a Academia como o centro mais importante do mundo em erudição [...] Na verdade, Alexandria permaneceria o foco intelectual do mundo Mediterrâneo através dos períodos gregos e romanos até sua destruição final em 641 d. C. nas mãos dos árabes.
>
> (DUNHAM, 1991, p. 29)

Uma fase intermediária referente aos conceitos trabalhados a partir do renascimento, entre os séculos XII e XVI e que levaram a criação do Cálculo por Newton e Leibniz, no século XVII, destacando seus métodos e enfatizando a importância das notações, com a introdução de símbolos, característicos para a derivada e para a integral.

> A maior novidade introduzida na matemática por Newton e Leibniz reside no grau de generalidade e unidade que os métodos infinitesimais adquiriram com seus trabalhos. Os matemáticos já tinham um enorme conhecimento sobre como resolver problemas específicos do cálculo infinitesimal, mas não se dedicaram a mostrar a generalidade e a potencialidade das técnicas empregadas. Além disso, esses problemas eram tratados de forma independente e as semelhanças entre os métodos não eram ressaltadas
>
> (ROQUE, 2012. P. 354-355).

E finalmente, uma fase de estabelecimento deste ramo do conhecimento matemático com o rigor e a formalização no século XIX, com destaque para os trabalhos de Cauchy, como o de (1823), finalizando com o advento da análise matemática.

> Suponhamos que a função $y = f(x)$ seja contínua com relação a variável x entre dois limites finitos $x = x_0$ e $x = X$, designamos por $x_1, x_2, \cdots, x_{n-1}$ os novos valores de x entrepostos entre esses limites, e que estejam sempre crescendo ou decrescendo desde o primeiro limite até o segundo. Poderemos nos servir desses valores para dividir a diferença $X - x_0$ em elementos $x_1 - x_0, x_2 - x_1, \cdots, X - x_{n-1}$, que serão todos de

mesmo sinal. Isso posto, concebemos que multiplicamos cada elemento pelo valor de $f(x)$ correspondente a origem deste mesmo elemento, a saber, o elemento $x - x_0$ por $f(x_0)$, o elemento $x_2 - x_1$ por $f(x_1)$, ... , enfim, o elemento $X - x_{n-1}$ por $f(x_{n-1})$; e seja $S = (x_1 - x_0)f(x_0) + (x_2 - x_1)f(x_1) + \cdots + (X - x_{n-1})f(x_{n-1})$ a soma dos produtos assim obtidos. A quantidade S dependerá, evidentemente, primeiro do número n de elementos dentro dos quais teremos dividido a diferença $X - x_0$ segundo os próprios valores desses elementos, e, por consequência, do modo de divisão adotado.

(CAUCHY, 1823 apud BARONI e OTERO-GARCIA, 2013, p. 37).

Mudanças fundamentais ocorreram no campo de pesquisa da análise matemática (ou Cálculo Infinitesimal) durante os séculos XIX e XX, em um desenvolvimento que segundo Roque (2012), se divide em três momentos e que determinam a imagem da matemática atual.

A história da análise, ou do cálculo infinitesimal, possui um papel central nessas transformações e costuma ser dividida em três momentos: um primeiro, de natureza geométrica, em que problemas e métodos de investigação geométrica eram predominantes; um estágio analítico, ou algébrico, que começou por volta de 1740 com os trabalhos de Euler e atingiu sua forma final com Lagrange, no final do século XVIII; e o período em que foi forjada uma nova arquitetura para a análise matemática proposta inicialmente por Cauchy no inicio do século XIX e continuada por diversos outros matemáticos nas décadas seguintes.

(ROQUE, 2012, p. 343).

Voltando a nossa linha de desenvolvimento histórico, o trabalho dos “matemáticos alexandrinos” (330-200 a C), em particular, os de Eudoxo de Cnido (408-355 a C), Euclides de Alexandria (300 a C) e Arquimedes de Siracusa (287-212 a. C.), sem dúvida, representam exemplos típicos relevantes de uma arte construtiva e experimental, isto é, da utilização de métodos, que muitas vezes consideram os resultados, sem os devidos cuidados, com as verificações de validade (demonstrações), com a convergência ou em questões com o infinito. No entanto, é esse trabalho artesanal que vem a influenciar, diretamente, no desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral, principalmente, com a influência arquimediana nos trabalhos de Cavalieri e Leibniz, no século XVII.

O desenvolvimento dos conceitos de Derivada e Integral perpassa os trabalhos de Cavalieri (1635), Barrow (1669), Newton (1671), Leibniz (1675) e Cauchy (1823), os quais caracterizam o “período clássico” do Cálculo e da Análise matemática. O período moderno se materializa a partir dos trabalhos Weierstrass (1866) e com os de matemáticos como de Riemann (1854) e Lebesgue (1904).

Em acordo com Medeiros e Mello (2003) e Medeiros (2009), com Cauchy temos o trabalho considerando funções continuas, por exemplo, uma função f é integrável para Cauchy, se f é continua; tanto para Rieman quanto para Lebesgue, o importante é as características de medida relacionadas ao conceito. Assim, para Riemann se f é "continua quase sempre" e para Lebesgue se f é mensurável, então f é integrável.

Resumindo, o cálculo infinitesimal se fundamenta e constrói no objetivo de dar consistência matemática aos métodos desenvolvidos a partir dos matemáticos gregos, e em uma produção independente dos matemáticos Newton e Leibniz, sobre a influência de matemáticos como Isaac Barrow (1630-1677) e Blaise Pascal (1623-1662) e recebeu um tratamento mais formal e rigoroso com Cauchy e Weierstrass no século XIX.

O USO DE TECNOLOGIAS E A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Compreendidas por especialistas e educadores como ferramentas essenciais e indispensáveis na era da comunicação, as novas tecnologias ganham espaço efetivo nas salas de aula. Computadores ligados à internet, *softwares* de criação de sites, televisão a cabo, sistema de rádio e jogos eletrônicos.

Estas são algumas das possibilidades existentes, e que podem ser aproveitadas no ambiente escolar como instrumentos facilitadores do aprendizado. Entretanto, apesar de algumas escolas possuírem estas tecnologias, as mesmas não são utilizadas como deveriam, por vezes isoladas em salas distantes do manuseio de alunos e professores. Estudos recentes denunciam que professores e escolas, muitas vezes, não conseguem interligar estes instrumentos ao desenvolvimento de suas atividades regulares.

As tecnologias demandam enormes desafios porque descentralizam os processos de gestão do conhecimento: aprende-se em qualquer lugar, a qualquer hora e de formas diferentes. O aprendizado pode acontecer solitariamente ou em grupo, estando professor e aluno juntos fisicamente ou conectados virtualmente.

Na medida em que chega à sala de aula, o uso das tecnologias não poderá se restringir à complementariedade. Deve-se repensar a forma de ensinar e de aprender, inserindo o professor como mediador, organizador de processos mais abertos e colaborativos.

As tecnologias desafiam as instituições a repensar o ensino tradicional (no qual os professores encontram-se no centro do processo) na busca de uma aprendizagem mais participativa e integrada, trazendo momentos presenciais e outros à distância.

Durante a construção do conhecimento em sala de aula, negociam-se valores, comportamentos e significados, que dependem da cultura e estilo de vida da comunidade na qual o indivíduo encontra-se inserido.

Sociedades intensamente informatizadas geram a necessidade de negociação através de artefatos contemporâneos. Neste cenário, o ambiente de *softwares* surge como ferramenta processual, como interface entre o mundo e seus artefatos modernos.

Entre estes artefatos, encontram-se tanto os *hardwares* como os softwares. A linguagem matemática configura-se como um artefato que não sofre modificação em sua essência. Por outro lado, ele pode e deve receber uma renegociação na maneira de apresentação, uma transposição da forma como outrora era exposto.

Na concepção cartesiana do conhecimento, uma das pressuposições de Descartes (1969) foi a de dividir cada uma das dificuldades em tantas parcelas quantas necessárias, visando a sua melhor compreensão.

Conhecer algo é conhecer seu significado, e segundo Machado (1995) "os significados constituem feixes de relações, que se articulam em teias, em redes, construídas social e individualmente, e em permanente estado de atualização, originando a imagem da rede de conhecimentos". (MACHADO, 1995, p. 138)

É intenção deste estudo ratificar o exposto anteriormente, visto que algumas teias são tecidas a partir de artefatos contemporâneos, oriundos das Tecnologias Informáticas e que fortificam (ou apresentam a possibilidade de renegociar) os conhecimentos no estudo da Matemática.

De forma que, pode-se usar tais tecnologias para dividir as dificuldades existentes no estudo da Matemática e, através desta mediação, melhor entender e tomar posse destes significados. Além disso, as teias da rede de conhecimentos precisam se tornar grandes mediadoras nessa negociação.

Este nó ou esquema, unindo artefatos já conhecidos como a Matemática, e novos como a informática, fortalece a apropriação do conhecimento pelo homem, acrescentando significados negociados pelas tecnologias contemporâneas aos já trabalhados por décadas nos cursos tradicionais. Muda-se, então, a forma de trabalhar tais significados, e de reconfigurar didaticamente a abordagem, por meio da inserção de Tecnologias Informáticas.

A este respeito, Machado (1995) analisa:

> A cada instante, a cada nova relação percebida, a cada nova interpretação de uma relação já configurada, alteram-se os feixes que compõem os nós/significados, atualiza-se o desenho de toda a rede.
>
> (MACHADO, 1995, p. 145)

Essas tecnologias podem ser utilizadas como mediadores de uma compreensão cognitiva ou simplesmente como atividade, visto que, de todos os fatores controláveis pela escola e pelo sistema de educação, aquele que mais impacto causa no desempenho dos alunos é o professor.

Assim, é importante valer-se da máxima de que “quem precisa aprender é quem ensina”. Em outras palavras, quanto melhor preparado estiver o professor melhor será a qualidade do ensino, o que faz deflagrar a urgência no processo de qualificação profissional.

Considera-se a qualificação profissional como fator altamente relevante, em relação a qual Cedro (2008) declara: “a formação docente deve ocorrer de um modo que possibilite aos indivíduos a apropriação da atividade de ensino”.

Ou seja, as atividades de formação, ensino e de aprendizagem encontram-se implicadas entre si, e constituem um ciclo, ou a atividade educativa como um todo. Desta forma, como toda atividade de ensino e/ou aprendizagem, o processo de formação ocorre num espaço de aprendizagem.

De acordo com Cedro (2008), o espaço de aprendizagem é “o lugar da produção e troca de significados constitutivos ao sentido das ações de todos os indivíduos envolvidos na atividade educativa”.

AS TECNOLOGIAS INFORMÁTICAS NO ENSINO DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL.

Importante também é evidenciar que a simulação é fonte de novos conhecimentos, valorizando-se a citação de Whitehead e Russell (1912), em seu *Principia Mathematica*: “... a razão principal a favor de qualquer teoria dos princípios da Matemática tem que ser sempre indutiva, isto é, deve basear-se no fato da teoria em questão nos permitir deduzir a Matemática ordinária".

A simulação traz o sentimento de "verdade" das premissas, visto que visualizamos os efeitos das consequências. As deduções iniciais, até alcançarem o grau de evidências, nos dão mais razões para acreditar nas premissas por essas produzirem consequências verdadeiras, do que para acreditar nas consequências por se seguirem às premissas (WHITEHEAD e RUSSEL, 1912)

Assim, as preferências contemporâneas pelos formalismos dedutivos impedem a visualização deste importante fato, o que pode influenciar sobremaneira a posse do conhecimento do Cálculo Diferencial e Integral.

Este trabalho resgata aqui os eixos sugeridos por Rezende (2003) em sua tese de doutorado, verificando-se as possibilidades das Tecnologias Informáticas na mediação destas dificuldades epistemológicas. Por meio das possíveis mediações das dificuldades epistemológicas deste estudo, o computador (unindo a idéia de *software* e *hardware*) parece ser o artefato mais indicado a cumprir tal papel.

De acordo com as dificuldades existentes no ensino do Cálculo Diferencial e Integral, emerge a necessidade do uso de TI´s para a obtenção de melhorias na apropriação do conhecimento pelos alunos.

Partindo-se de um gráfico ou de uma imagem, pode-se explorar melhor os significados dos conceitos envolvidos na situação, conforme analisam Borba e Penteado (2001):

> As atividades, além de naturalmente trazer a visualização para o centro da aprendizagem matemática, enfatizam um aspecto fundamental na proposta pedagógica da disciplina: a experimentação. As novas mídias, como os computadores com softwares gráficos e calculadoras gráficas, permitem que o aluno experimente bastante, de modo semelhante ao que faz em aulas experimentais de biologia e de física.
> (BORBA e PENTEADO, 2001, p.34)

Nesse caso, trata-se de um espaço de aprendizagem diferente do encontrado na sala de aula convencional, visto que as novas tecnologias educacionais seriam configuradas como necessárias ao desenvolvimento de um plano de aula de Cálculo de tal porte.

As características específicas deste novo espaço da aprendizagem unem tecnologias usuais como quadro (lousa) e giz (pincel) a projetores de *slides* e computadores, podendo acrescentar novidades positivas à formação de alunos e professores. Como consequência de um espaço de aprendizagem diferenciado, as operações e condições envolvidas em cada ação também diferenciam-se das operações e condições encontradas num curso convencional.

De acordo com Leontiev (2001), existem três níveis principais de motivação para a aprendizagem: o nível dos motivos que se encontram na própria aprendizagem; o nível dos motivos que se encontram na vida escolar, nas relações com a classe e com o coletivo da escola; o nível dos motivos que se encontram no mundo, na futura ocupação e perspectivas profissionais do sujeito. Tais níveis tornam-se bem claros diante de metodologias inovadoras, como a que nosso trabalho se propõe. Diante disto, o aluno poderá realizar um curso de Cálculo pensando em diferentes processos como: entender como funciona tal vivência virtual mediada pelas TI´s, e adquirir conhecimentos teóricos que fundamentem sua prática; interagir com colegas e professor visando a um posicionamento a respeito de tal tecnologia; obter aprovação no curso, a partir de uma apropriação cognitiva do Cálculo através do uso de *softwares* contemporâneos, diferenciando seu currículo dos demais.

Borba e Villarreal (2005) denominam de "segunda revolução industrial" a intensificação do uso de tecnologia, cuja ação tem provocado inúmeras mudanças sociais. Incluem-se, entre elas, alterações no uso do dinheiro, da telefonia e de eletrodomésticos; no significado da noção de trabalho e de novas profissões, e até mesmo na maneira de pensar e organizar o cotidiano.

Com a área da Educação não foi diferente. Vive-se num mundo inundado por tecnologias, no qual dificilmente se obtém sucesso utilizando-se metodologias de décadas atrás.

A previsão do cenário de desemprego social ocasionado pelo incremento tecnológico não se concretizou. Pelo contrário, sobram vagas de emprego em certas áreas, como por exemplo Engenharia, sugerindo a necessidade imediata de um renovo tecnológico.

A tecnologia também impactou a educação, ainda que superficialmente. Neste caso, o avanço é bastante moderado. Ao mesmo tempo em que as Tecnologias da Informação são geradoras de novas possibilidades, também requerem uma capacitação diferenciada, inteiramente coerente aos costumes da sociedade atual.

Vários *softwares* podem ser trabalhados em um curso de Cálculo Diferencial e Integral, como Modellus, Derive, Mathematics, Maple, Winplot, Geogebra, Plot, Mathlab, Graphmatica, entre outros. Eles permitem a visualização, efetuam cálculos de derivadas, integrais definidas através de métodos numéricos (com apoio visual) e constroem gráficos de funções.

O *softwares* complementam-se entre si em suas funções, alguns trazendo interfaces mais simples, outros menos atrativas.

Vale ressaltar que não se procura fazer do curso de Cálculo um programa em que o estudante apenas alimente um software (seja de computador ou de calculadora gráfica) para obter dados de seu interesse.

O que se busca aqui é o uso da tecnologia em união ao desenvolvimento do raciocínio (empregados nos conceitos do Cálculo), visando a mediação das dificuldades epistemológicas, através da informática, num coletivo em expansão, o *humans-with-media.*

O que se pretende com as TI´s e o ensino do Cálculo é a ampliação das possibilidades do aluno em experimentar, observar, conjecturar, deduzir e pesquisar, trabalhando habilidades associadas ao raciocínio lógico.

O uso de simulações e animações incrementam o apelo sensorial na apresentação da informação, diversificando as associações entre teoria e prática, e fornecendo novas possibilidades para a sistematização da aprendizagem.

Com relação ao uso de tecnologias no ensino do Cálculo, queremos ainda apresentar algumas colocações importantíssimas que justificam este movimento, ainda que comedido de utilização do computador nestes cursos.

Em primeiro lugar, citamos a visão de Barufi (1999) sobre as possibilidades de novos significados no ensino do Cálculo, a partir de uma análise sobre uso do computador:

> (...) ferramenta extremamente útil para propiciar a formulação de inúmeros questionamentos, reflexões e análises que fazem com que a sala de aula se torne um ambiente onde relações podem ser estabelecidas, possibilitando articulações diversas e, portanto, a construção do conhecimento.
>
> (BARUFI, 1999, p. 176)

Com relação ao interesse do aluno, de acordo com preferências trazidas em sua identidade pessoal contemporânea, Silva (2004) acrescenta que:

> (...) para atender às necessidades do ensino em meio a essa grande corrida tecnológica que está proposta, pois a educação hoje, tanto nos níveis fundamental, médio e superior é impraticável sem estes recursos que envolvem os homens, e os autores estão tendo que adequar os livros a essa realidade.
>
> (SILVA, 2004, p. 137)

Palis (1995) complementa ainda que...

> (...) tem-se constatado que algumas mudanças na qualidade do aprendizado dos alunos ocorrem porque eles participam mais ativamente em aulas ou trabalhos apoiados em computadores e/ou calculadoras, seguem o curso mais de perto e fazem mais perguntas, do que em ambientes de ensino tradicionais.
>
> (PALIS, 1995. p. 22)

Contudo, a operacionalização do uso de TI´s depende de fatores como um projeto pedagógico que possibilite a inserção destas ferramentas em um curso de Cálculo. Tão importante quanto este projeto é a reflexão do professor em relação ao paralelo existente entre o conteúdo (do curso) e os softwares que possibilitam uma melhor mediação do mesmo. A utilização técnica do recurso não é suficiente. É preciso, em primeiro lugar, que a negociação dos significados, mediada pelas tecnologias informáticas, apresente-se clara ao professor.

Para isto, o professor deve incrementar o seu aparato técnico, extrapolando o campo da Matemática e obtendo conhecimentos técnicos sobre os *softwares*, em busca de clareza sobre as potencialidades do uso pedagógico da ferramenta do computador.

Por exemplo, para mostrar as expansões da fórmula de taylor e das aproximações polinomiais, o professor deverá dominar a utilização de um *software* que aumente o grau do polinômio e demonstre o ajuste ao gráfico da função. Podemos ainda verificar graficamente a diferença entre $\cos(7x)$ e $7\cos(x)$; a validade do Teorema do Valor Médio; e impactos sobre o gráfico de uma função pela mudança em seus parâmetros. Para isto, é necessário que o docente domine a ferramenta utilizada, no caso o computador (*hardware* e *software).*

CONSIDERAÇÕES

Uma característica marcante no processo de desenvolvimento histórico do Cálculo é a presença de tecnologias, algumas vezes com a face de ferramenta, outras como técnica ou mesmo em aspectos teóricos com a definição de novos elementos (objetos).

Como ferramentas destacamos os aparelhos criados e usados nas grandes navegações e a invenção da imprensa no século XV, o renascimento dos métodos desenvolvidos pelos matemáticos gregos, o telescópio de Galileu e as leis de Kepler e as tábuas de logaritmos produzidas Napier e Brigss, na virada do século XVI para o século XVII e por fim as máquinas de calcular de Pascal e Leibniz.

As técnicas compõem entre outros, os trabalhos de Barrow relacionando os problemas de tangentes com o cálculo de áreas e volumes, os trabalhos de Newton sobre variação de grandezas e os de Leibniz sobre determinação de áreas e volumes por aproximação que determinaram a invenção de um novo método (ferramenta, técnica, tecnologia): O Cálculo Diferencial e Integral.

As tecnologias que, inicialmente, se apresentam como uma série de técnicas e métodos, como o método da substituição de variáveis instituído por Johann Bernoulli em 1742, e se desdobram em formas de minimização das dificuldades e/ou aumento da velocidade e precisão na obtenção dos resultados com o advento das calculadoras cientificas e os programas de computador (*softwares* e aplicativos).

É essa inserção tecnológica que em cursos de cálculo que permite ao professor uma "nova" abordagem, que garante o processo de ensino. E que sem estes recursos, indispensáveis a chamada "matemática numérica" se torna impraticável, devido à necessidade de realização de cálculos que envolvem grandezas de grandes magnitudes.

Assim, no ensino de disciplinas de Cálculo nos cursos de graduação temos constatado momentos de angústia (preocupação, ansiedade, medo) em alunos recém-ingressos; devido à abstração do conteúdo, a forma ou o tipo de abordagem formalista das aulas tradicionais que, inicialmente, não estimula a contextualização e a utilização de ferramentas tecnológicas. Isso, como observamos, infere um elevado índice de retenção ou abandono durante os semestres letivos relacionados a essas disciplinas.

Buscando uma forma de minimização dessas dificuldades é que propomos, nesta direção, uma valorização dos aspectos históricos relacionados aos conteúdos, em uma abordagem inicial que utilize os recursos das tecnologias informáticas; uma vez que acreditamos na importância e na força dessas componentes metodológicas no ambiente de sala de aula.

REFERÊNCIAS

BARONI, R. L. S. OTERO-GARCIA, S. C. **Análise Matemática no século XIX.** Campinas, SP: SBHMat, 2013.

BARUFI, M. C. B. **A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral**. 1999. Tese de Doutorado - FEUSP, São Paulo, 1999.

BORBA, M. C. PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BORBA, M. C. VILLARREAL, M. E. **Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking**. EUA: Springer, 2005.

CEDRO, W. L. **O motivo e a atividade de aprendizagem do professor de matemática: uma perspectiva histórico-cultural**. Tese de Doutorado – FEUSP. São Paulo, 2008.

DESCARTES, R. **Discurso do método**. Tradução: João Cruz Costa. Rio de Janeiro: Edições de Ouro, 1969.

DUNHAM, W. **Journey through Genius**: The great Theorems of Mtahematics. Penguin Books, 1991.

LEONTIEV, A. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. Tradução: Maria da Penha Villalobos. São Paulo: Ícone, 2001.

MACHADO, N. J. **Epistemologia e didática**. São Paulo: Cortez, 1995.

MEDEIROS, L. A. de MELLO, E. A. **A Integral de Lebesgue**. Instituto de Matemática – UFRJ. Rio de Janeiro, RJ: 2003.

MEDEIROS, L. A. **Aspectos do Teorema Fundamental do Cálculo**. Palestra – UFPA - Belém, novembro de 2009.

PALIS, G. R. Computadores em Cálculo: uma alternativa que não se justifica por si mesma. **Temas e Debates**. Blumenau, Vol. 08, nº 6, p. 22-38, abr. 1995.

REZENDE, W. M. **O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica**. 2003. Tese de Doutorado – FEUSP. São Paulo, 2003.

ROQUE, T. **História da Matemática:** uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro, RJ: Zahar, 2012.

SILVA, C. A. **A noção de integral e livros didáticos e os registros de representação semiótica**. 2004. Dissertação de Mestrado – Pontifícia Universidade Católica (PUC/SP). São Paulo, 2004.

WHITEHEAD, A. N. RUSSELL, B. **Principia mathematica**. Michigan: University Press, 1912.