



Editorial

Rodolfo Vergel, Isaías Miranda (Editores invitados)
Universidad Distrital Francisco José de Caldas; Instituto Politécnico Nacional
Colombia, México

*Las formas del ser no las puede el pensamiento extraer y deducir jamás
de sí mismo, sino únicamente del mundo exterior.*
Friedrich Engels

*Los conceptos [didácticos] no son importantes por lo que dicen solamente.
Son importantes por la madurez que tenemos para poder
ver lo que dicen e imaginar cosas que podrían decir.*
Fernando Luis González Rey (1949-2019)

Introducción

En alguna oportunidad, en Suecia, en el marco de un trabajo académico que venía desarrollando el profesor Luis Radford, le hicieron una solicitud, la cual parecía más un reto: *¿Cómo definiría Usted, en una sola línea, la Teoría de la Objetivación?* El reto residía en caracterizar su teoría no sólo de manera lacónica, sino también que lograra reflejar su esencia. Su respuesta, podemos afirmar ahora, fue contundente: *La Teoría de la Objetivación es una teoría de la alteridad.*

En efecto, esta aproximación teórica, inspirada en el materialismo dialéctico, se inscribe en un proyecto educativo diferente de aquellos en los que se inscriben otras teorías que consideran el objetivo de la Educación Matemática como la difusión del saber. La teoría de la objetivación (TO) considera no sólo el eje de la producción de saberes, sino que también se orienta hacia el eje de la interacción, esto es, hacia maneras de propiciar formas de cooperación humana diferentes de las formas alienantes de la enseñanza tradicional y de la pedagogía centrada sobre el estudiante. La TO se inscribe en un proyecto educativo que entiende la educación matemática como:

Un esfuerzo político, social, histórico y cultural dirigido a la creación dialéctica de sujetos reflexivos y éticos que se posicionan críticamente en discursos y prácticas matemáticas constituidas históricamente y culturalmente, y que contemplan e imaginan nuevas posibilidades de acción y pensamiento. (Radford, 2018, p. 73)

El campo de la Educación Matemática se ha venido desarrollando a partir de teorías. Es claro que dichas teorías, aun cuando podrían compartir algunos elementos, son diferentes en tanto que parten de principios teóricos distintos. Las hipótesis sobre las formas de ver el mundo son de distinta naturaleza en cada una de las teorías. En consecuencia, la producción de sujetos éticos no es de interés del programa educativo en el que se inscriben otras teorías, las cuales consideran el objetivo educativo de la Educación Matemática como la

difusión del saber. Para la TO, dicho objetivo no es suficiente. La razón es justa y pragmática: “Las aulas de matemáticas y la escuela en general no producen solamente saberes sino también seres” (Radford, 2018, p. 73). Desde la perspectiva de la TO, tanto las formas de saber, como las formas de ser son formas cultural e históricamente desarrolladas. La caracterización de estas dos categorías (*Saber* y *Ser*), como categorías permeadas por el movimiento (testimonio de cambio como decía Aristóteles), ya empieza a bosquejar la naturaleza dialéctico-materialista de la TO. No obstante, el proceso de consolidación o incubación de la TO ha venido siendo fruto de varios refinamientos. Como bien lo señala Radford (2018):

El nacimiento de una teoría es el resultado de un largo proceso de incubación, balbuceos y refinamientos. En el caso de la teoría de la objetivación, esta incubación está enmarcada en el contexto histórico y cultural en que la educación en general y la educación matemática en particular se han venido concibiendo y practicando —contexto en el cual predomina una visión individualista tanto del saber, así como del ser que aprende y del ser que enseña. (p. 62)

La TO no es una teoría psicológica, sino una teoría educativa que intenta teorizar el aprendizaje sobre la base del trabajo de la escuela histórico-cultural de Vygotsky. El diálogo permanente de la TO con otras aproximaciones teóricas no persigue, en absoluto, generar polaridades o jerarquías. Como lo ha expresado en reiteradas ocasiones el mismo Luis Radford, es a través del diálogo con otras teorías que éstas forman una identidad. Es en este sentido que, por ejemplo, categorías como *sujeto* o *aprendizaje* se teorizan de manera distinta de acuerdo con la aproximación teórica en la cual se afincan. Por ejemplo, aceptamos que el aprendizaje es siempre algo que decimos de algún sujeto o individuo concreto. Pero el individuo o sujeto es individuo de una colectividad, de una sociedad.

Vale la pena precisar aquí que el individuo no es individuo humano más que en la medida en que se apropia de las capacidades, las formas de actuación, las ideas, las formas de pensamiento, etc., producidas por los individuos o sujetos que le han precedido o que coexisten con él, y las asimila a su vida y a su actividad como producto de sus relaciones [de alteridad]. No es posible concebir al individuo o sujeto fuera de las relaciones que lo ponen en contacto bakhtiniano con el otro; además las formas como los sujetos llegan a conocer, y de hecho lo que conocen, llevan en su constitución sedimentos de formas históricas y culturales de pensamiento y de actividad (Vergel, 2014). El sujeto humano concreto como tal es un producto en sí mismo *histórico-social*. Es más, algo que se desprende de esta argumentación es que el mundo es social e histórico, pues es producto de la actividad humana, de sus formaciones socio-económicas actuales y precedentes.

Como podemos ir notando, desde la TO, en tanto que teoría minimalista, se hace necesario problematizar la idea de sujeto. En general, toda teoría no podría soslayar la conceptualización de esta categoría. De acuerdo con Heidegger (1986):



Toda ontología, por rico que sea y bien remachado que esté el sistema de categorías de que disponga, resulta en el fondo ciega y una desviación de su mira más peculiar, si antes no ha aclarado suficientemente el sentido del ser, por no haber concebido el aclararlo como su problema fundamental. (p. 21)

Para la TO, la dimensión ontológica del ser es clave para entender su forma de instanciación. Las formas de ser se presentan como arquetipos para el individuo, esto es, formas culturalmente codificadas de estando-presente-en-el-mundo. El ser en la TO es una entidad latente, una categoría general, mientras que el sujeto o individuo es una categoría concreta. Entendiendo el ser como algo latente, como una especie de arquetipo, entenderíamos, a su vez, que para ser percibido o notado tiene que materializarse en el mundo concreto. Por eso, “En éstos [arquetipos del ser], el individuo encuentra fuentes que delinean los conceptos de identidad, poder de acción y voluntad (*agency*) y de lo que es ser una buena persona” (Radford, 2018, p. 73). Hay, pues, en la TO un componente ético fundamental que permite un acercamiento más profundo a la idea de sujeto. No es solamente un asunto de orden ontológico. En relación con el problema que estamos presentando, Radford (2018) plantea que:

Ser una buena persona no es un concepto a-histórico y a-cultural, no es algo invariable en el tiempo y en el espacio. Ser una buena persona ha tenido muchos significados según la cultura y el momento histórico. En Grecia antigua significaba dominar y controlar las pasiones que nos habitan. Vemos, pues, que el problema del ser no es solamente un problema que tiene que ver con la idea del sujeto mismo, no se trata solamente de un problema ontológico, sino que es, al mismo tiempo, un problema ético. (p. 73)

El ser está, pues, en la perspectiva de la TO “contaminado” tanto de una dimensión ontológica como de una dimensión ética. En este sentido, el yo no es un ser que permanece invariable, no es siempre el mismo, pues tanto la historia como la cultura están cambiando y afectándolo; más bien es un ser cuyo existir consiste en identificarse, en recobrar su identidad a través de todo lo que acontece (Lévinas, 2002) y en ese acontecer histórico-cultural se va desarrollando, va cambiando (adquiriendo varios significados según la cultura y la historia, como precisa la cita anterior) como un sujeto de pensamiento, acción y pasión. El *sujeto* sería el llamado que se le hace al *ser* para que se encuentre con el otro y se transforme en actor, se desarrolle. De esta manera, en la TO la idea de sujeto aparece con una fuerza epistemológica-ontológica-ética.

En la TO la categoría de aprendizaje es considerada como un fenómeno subjetivo. No obstante, el sentido no es el mismo que confieren algunas aproximaciones teóricas de corte individualista. Al respecto, Radford (2018) precisa que:

En estas [aproximaciones teóricas de corte individualista], el sujeto es el origen del saber, de la conceptualización, de la significación, de la intuición. Uno de los desafíos de la teoría de la objetivación era precisamente dar cuenta del aprendizaje de tal manera que el sujeto está presente de manera fundamental sin ser necesariamente origen de los procesos cognitivos y epistemológicos que subyacen al aprendizaje. Un sujeto expresa y piensa algo, pero siempre lo piensa y lo expresa de acuerdo con los límites y las posibilidades que le ofrece su cultura. (p. 68)

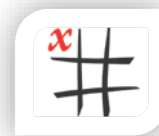
La TO conceptualiza el aprendizaje “en términos de procesos que son al mismo tiempo procesos de objetivación y procesos de subjetivación” (Radford, 2018, p. 75). En esta aproximación teórica se considera que el saber no se construye ni se transmite, sino que se encuentra a través de procesos sociales, sensoriales, colectivos de objetivación. Por procesos de objetivación la TO refiere a aquellos “procesos activos, encarnados, discursivos, simbólicos y materiales a través de los cuales los estudiantes se *encuentran*, notan y se familiarizan críticamente con sistemas de pensamiento, reflexión y acción constituidos históricamente y culturalmente” (Radford, 2018, p. 75). Como podemos notar, la naturaleza epistemológica del concepto de objetivación permite plantear el aprendizaje como un proceso social (no es un proceso individual) de encuentro con sistemas de pensamiento ya en la cultura.

Por su parte, los procesos de subjetivación hacen referencia a la idea de que “los seres humanos son siempre proyectos de vida inconclusos, sujetos en perpetua creación [...] son los procesos de creación incesante del sujeto, de creación continua de un sujeto histórico y cultural singular” (Radford, 2018, p. 75). En consecuencia, la TO ofrece una conceptualización del aprendizaje en la que, aun cuando el sujeto está presente de manera fundamental, éste no es el origen de los procesos cognitivos y epistemológicos que subyacen al aprendizaje.

Es claro que los procesos de objetivación y de subjetivación se encuentran en relación dialéctica. Unos no ocurren sin los otros. En otras palabras, no es posible saber sin ser. Pero *¿dónde tienen lugar estos dos procesos (objetivación y subjetivación)?* En la TO estos dos procesos tienen lugar en lo que Luis Radford llama la *labor conjunta*.

Para que los procesos de objetivación ocurran de manera crítica y se amarren, por así decirlo, a procesos de subjetivación no alienantes, es necesario crear una actividad de aula suficientemente rica, no solamente rica desde el punto de vista de la movilización de los saberes escolares que el proyecto didáctico tiene en mente, sino también desde el punto de vista de las formas de interacción social. (Radford, 2018, p. 69)

La producción de saberes se entiende en la TO como las formas en las cuales los saberes son movilizados en el aula, es decir, las maneras como éstos se ponen en movimiento. La movilización de los saberes y de las formas de ser cultural e históricamente constituidas requiere de una actividad de aula



muy específica: una labor conjunta, categoría que en la TO está influenciada por el materialismo dialéctico.

El materialismo dialéctico ofrece una ontología en la cual el ser humano es visto como parte de la naturaleza. Que el ser humano sea un ser natural quiere decir que es un ser de necesidades, y que la satisfacción de esas necesidades va a encontrarlas no dentro de sí mismo sino en algo que no es él, como la planta necesita del sol y de la luz. Para satisfacer sus necesidades (de subsistencia, pero también otras necesidades como las intelectuales, espirituales, etc.) el ser humano debe actuar, debe gastarse, es decir desplazarse, moverse, hacer cosas, etc. Es decir, debe activarse. Esa activación vital es la actividad. (p. 70)

Como podemos observar, esta actividad en tanto que labor conjunta no es considerada en la TO como un mero conjunto de acciones coordinadas. Tampoco se entiende solamente como hacer o producir algo, lo cual devela una mirada puramente instrumental. En la TO, la labor conjunta es

La actividad conjunta (deyatel'nost' en ruso) llevada a cabo por el profesor y los estudiantes, una forma de energía cuya textura incluye el flujo de componentes emocionales, afectivos, éticos e intelectuales y materiales de donde emergen las matemáticas y en donde ocurren los procesos de objetivación y subjetivación (Radford, 2018, p. 75).

En su sentido ontológico más profundo, este tipo de actividad es como sugería Marx una “forma de vida”. La actividad es la expresión de la vida de los individuos. Lo que los individuos son coincide con lo que producen en su actividad (Marx, 1998). Es justamente en esta actividad específica y concreta en la cual no es posible desestimar las formas de relación con los otros, esto es, las relaciones éticas.

Como sostienen Radford y Lasprilla (2020), desde el mismo preciso momento en que la producción y el aprendizaje de las matemáticas se conciben como acontecimientos procesuales que ocurren en la práctica humana concreta, la ética resulta ser un elemento ineludible de considerar. Aparece aquí un nuevo desafío para la TO: *¿Qué tipo de ética podemos fomentar en el aula que sea coherente con el proyecto educativo en el que se enmarca la teoría de la objetivación?* Responder a este desafío ha implicado desarrollar lo que en la TO se llama una “ética comunitaria”. Estos autores plantean que:

A la posición teórica que ve la interacción desde un punto de vista individualista, es decir el punto de vista según el cual mi interacción con otros es un medio para alcanzar mis propios fines, o para corroborar mis hipótesis y cogitaciones, como es el caso de la interacción en el constructivismo radical y otras variantes constructivistas, para la teoría de la objetivación la interacción que se fomenta en el aula está basada en una ética comunitaria, en donde se busca propiciar la participación de profesores y estudiantes en el espacio público, una apertura hacia el otro, el ejercicio de la

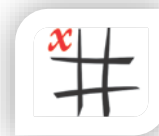
solidaridad, la creación de un sentido de pertenencia, el desarrollo de una conciencia crítica. Estos elementos se manifiestan concretamente a través del compromiso, la responsabilidad y el cuidado hacia el otro. (Radford y Lasprilla, 2020, pp. 73-74)

Es a través de los principios de una ética comunitaria, que gira en torno a las ideas de solidaridad, responsabilidad y la práctica de la empatía y cuidado del otro, que la TO favorece formas de cooperación humana no alienantes, esto es, un tipo de interacción social en la que el sujeto siente que puede expresarse, es decir, *comportarse humanamente*, como decía el gran filósofo alemán Karl Marx. En estas circunstancias, los sujetos (estudiantes y profesores) comienzan a inscribirse progresivamente en el mundo social y cultural. Pero no sólo esto. Propiciar formas de interacción humana no alienantes posibilita conferir sentido a sistemas complejos de pensamiento matemático que han sido históricamente constituidos. En síntesis, para retomar una hipótesis central de la TO: *las formas de producción del saber serán no alienantes si las formas de colaboración humana no lo son.*

Sobre este número especial de la Teoría de la Objetivación

En este número especial sobre la TO nos complace presentar nueve producciones académicas de alto nivel. Los tres primeros artículos, de ensayo crítico, son de autoría de reconocidos investigadores internacionales del campo de la Educación Matemática. Los seis artículos posteriores, clasificados en la categoría de artículos de investigación, de autores nacionales e internacionales, usan herramientas analíticas propuestas desde la TO y presentan hallazgos que contribuyen a su consolidación. Incluimos, en la parte final de este número especial, una reseña del libro *Álgebra escolar y pensamiento algebraico: aportes para el trabajo en el aula*, producción que propone una reflexión sobre el álgebra escolar en la que la mirada semiótica juega un papel fundamental y que usa la TO como referente teórico clave para esta mirada semiótica.

En el primer artículo, “¿Cómo sería una actividad de enseñanza-aprendizaje que busca ser emancipadora? La labor conjunta en la teoría de la objetivación”, el profesor Luis Radford parte de la base según la cual la comprensión del aprendizaje sólo puede lograrse considerando la naturaleza y características específicas de la *actividad* en la que éste tiene lugar. El problema central en este artículo es el cuestionamiento de las condiciones de posibilidad para que los procesos de objetivación sean de cierto tipo (críticos, poéticos, sensibles, encarnados, discursivos, subversivos, afectivos, simbólicos y materiales). El profesor Radford se pregunta ¿Cómo podemos entonces denominar esta labor, que no es ni la de la enseñanza tradicional ni la de una labor antagónica entre profesor y estudiantes, ni una acción centrada en uno mismo, como es el caso del constructivismo? Su respuesta es: la *Labor conjunta*. El autor dilucida aquellas características que hacen de la actividad de aprendizaje una actividad que, además de posibilitar a los estudiantes un acercamiento profundo, crítico y reflexivo a los saberes de la cultura, procura ocasiones para que los estudiantes se emancipen, afirmándose como sujetos sociales, históricos y culturales. Es una actividad,



como él mismo reclama, no alienante. Advierte que la construcción del estudiante sumiso y alienado no es una invención del propio estudiante. Es, más bien, una construcción histórica que la sociedad en que está inmersa la escuela efectúa cotidianamente a través de toda una serie de dispositivos que han sido naturalizados en el curso del tiempo y que, por esa misma razón, en la mayor parte de los casos, pasan desapercibidos tanto a los estudiantes como a los mismos profesores.

Las profundas reflexiones que plantea Radford sugieren una tarea titánica en relación con la creación de aquellas condiciones de emergencia de una nueva forma de conciencia social que permita nuevas formas de alteridad que sean compatibles con un proyecto emancipador del aula, la escuela y la sociedad. Profundiza en la categoría de labor conjunta al reconocer que ésta implica un trabajo de profesores y estudiantes que no es simplemente realizar algo juntos, sino también *realizarse* como sujetos histórico-culturales, es decir, como sujetos comunitarios, solidarios y responsables del Otro. Pero va más allá. Su argumentación demuestra que una de las características más notables de la labor conjunta es el recurso a la práctica de una ética que, en el marco de la TO, él denomina *comunitaria*. Las reflexiones expuestas en este trabajo demuestran que es ineludible el carácter de la ética en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

El segundo artículo, “*Análisis de algunos aspectos de la teoría de la objetivación*”, de los profesores Miglena Asenova, Bruno D’Amore, Martha Isabel Fandiño, Maura Iori y George Santi, reconoce una consolidación que ha alcanzado la TO a lo largo de los últimos 15 años, la cual ha motivado a estos autores a hacer una reflexión sobre los elementos teóricos que le dan forma a la teoría. Con base en la contradicción epistemológica clásica existente entre teorías realistas y teorías pragmáticas, los autores problematizan los conceptos de labor conjunta y objetivación. Como ambos conceptos están relacionados con pensar y conocer objetos matemáticos, Asenova, D’Amore, Fandiño, Iori y Santi enfatizan que pensar y conocer, en la TO, no son solo actividades mediadas, sino que están intrínsecamente relacionadas con la característica social del ser humano. Una propuesta que estos autores hacen al final de su ensayo consiste en relacionar la TO con la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD). Aseguran que la TO, al ser una teoría normativo-explicativa (es decir, surge como un análisis del aprendizaje, con independencia del contexto educativo en el cual está inmerso dicho aprendizaje), y la TSD, al ser una teoría descriptivo-explicativa (es decir, se origina del estudio concreto de las situaciones en el aula), pueden comunicarse entre ellas a partir de la posibilidad de hacer converger las actividades compatibles con los principios de una de ellas con el modelo de los resultados de la otra.

El tercer artículo, “*Concordancias y complementariedades entre la Teoría de la Objetivación y el Enfoque Ontosemiótico*” de Juan Godino, Pablo Beltrán-Pellicer y María Burgos, aborda el problema de la articulación de dos marcos teóricos usados en la investigación sobre la enseñanza y aprendizaje de las

matemáticas: la TO y el enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS). En este trabajo los autores describen los principios y conceptos básicos de ambas teorías e identifican algunas concordancias y complementariedades. Para contextualizar la reflexión, ellos usan el informe de una investigación empírica sobre interpretación de un gráfico cartesiano que representa el movimiento relativo, planteada en el marco de la TO (Miranda, Radford, y Guzmán, 2007). Si bien reconocen que ambas teorías comparten principios socioculturales sobre la naturaleza de las matemáticas y los procesos de aprendizaje, el ejemplo usado permite también reconocer un énfasis diferente que ponen ambos enfoques en el análisis de las dimensiones epistemológica, ontológica y semiótico-cognitiva, y las implicaciones de estas diferencias sobre la dimensión instruccional.

Godino, Beltrán-Pellicer y Burgos plantean que el análisis realizado de la TO desde la perspectiva del EOS les ha permitido identificar algunos puntos fuertes de la TO, que en cierto modo pueden enriquecer al EOS, al estar asumidos de manera implícita y ser compatibles con los restantes principios. En este sentido plantean dos aspectos fundamentales: (1) El modelo de aprendizaje sociocultural resumido en la metáfora “trabajar juntos” profesor y estudiantes en tareas matemáticas relevantes y significativas y (2) El énfasis en la dimensión ética y política de la educación matemática que considera la formación de sujetos comprometidos, críticos y responsables a la par que su formación matemática. De manera similar, los autores señalan algunos aspectos centrales del EOS que pueden enriquecer a la TO: (1) El abordaje de los problemas ontológico y epistemológico sobre las matemáticas con la herramienta configuración ontosemiótica de prácticas, objetos y procesos, la cual permite hacer análisis pormenorizados y explícitos de la actividad matemática, tanto desde el punto de vista institucional como personal; (2) En la dimensión educativa-instruccional, la herramienta configuración didáctica y la noción de idoneidad didáctica ayudan a comprender la dinámica y complejidad de las interacciones entre el contenido, el docente, discentes y el medio.

El artículo es un esfuerzo por iniciar un proceso de diálogo entre la TO y el EOS y, en este contexto, plantean algunas cuestiones abiertas sobre la articulación de estas dos aproximaciones teóricas en relación con el proceso de enseñanza-aprendizaje de un tema matemático específico, como puede ser el de la interpretación de gráficas cartesianas que modelizan un fenómeno físico: (1) *¿Cómo se podría optimizar el proceso de objetivación cuando se trata del primer encuentro del estudiante con un nuevo objeto, o se trata del trabajo de una técnica para su dominio, o de la aplicación del objeto a nuevos problemas o contextos?* (2) *¿Cuál es el papel de la transmisión significativa de conocimientos en el primer encuentro del proceso de aprendizaje de un objeto matemático nuevo?* (3) *¿Cuál es el papel de la indagación personal de los estudiantes como medio de promover su progresiva autonomía y creatividad?* (4) *¿Qué papel desempeña la resolución de problemas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la TO y el EOS?* Los



autores llaman la atención sobre la necesidad de estudiar qué tipo de respuestas ofrecen la TO y el EOS a estas cuestiones y en qué medida son compatibles y articulables.

La reflexión sobre la emergencia y el desarrollo de procesos de generalización, en el marco del álgebra escolar, ocupa la atención del cuarto artículo de este número especial de la TO, “*La relación de dependencia entre variables: Un análisis desde la teoría de la objetivación*”, de los profesores Rodolfo Vergel, Liliana González e Isaias Miranda. Desde un análisis de tipo microgenético y multimodal los autores documentan los procesos de generalización asociados a la relación de dependencia entre variables en un grupo de estudiantes de grado 10° (15-16 años) a partir de una tarea sobre secuencia figural. Usando herramientas analíticas provenientes de la TO, analizan la manera en que los estudiantes *encuentran* la relación de dependencia entre las variables involucradas.

Los resultados de los análisis sugieren dos tipos de generalización algebraica (contextual y simbólica) con respecto a la relación de dependencia entre variables, en los cuales identifican la emergencia y evolución de medios semióticos de objetivación (MSO). Más específicamente, el proceso de identificación de los MSO, a partir del análisis microgenético y multimodal, precisa la emergencia de inscripciones (describir, listar, encerrar, símbolos alfanuméricos), signo al aire (señalamiento, gesto “punto central”), uso de artefactos, palabra escrita-hablada (uso de deícticos), así como evidencias de la conjugación de MSO, tales como señalar y contar, habla y movimiento, que se constituyen como nodos semióticos. En relación con la evolución de los MSO emergentes en la tarea propuesta, Vergel, González y Miranda logran establecer que al principio se presentaron descripciones realizadas por los estudiantes con palabras del lenguaje cotidiano y acciones exhaustivas sobre números (listados, algoritmos), posteriormente pasaron a la utilización de palabras clave y finalmente a representaciones mediante expresiones simbólicas. Es en este sentido que las producciones de los estudiantes se enmarcan en formas de generalización algebraica contextual y simbólica con respecto a la relación de dependencia (como una característica del objeto función) sugerida en la tarea propuesta. Llama la atención en esta investigación que los estudiantes lograron establecer un criterio para encontrar el número de puntos para cualquier posición, sin embargo, en algunas ocasiones la distinción entre los tipos de variables (dependiente e independiente) resultaba poco clara. También se revelaron expresiones y palabras clave que permitieron a los estudiantes centrar su atención en las particularidades de la secuencia. Los recursos de *puntico central* y *simetría* fungieron como elementos clave en el proceso de generalización algebraica de los estudiantes con respecto a la relación de dependencia.

El artículo deja abierta la discusión respecto a las precisiones acerca de la manera en que pueden ser evaluados los procesos matemáticos. Vergel, González y Miranda se preguntan si bajo estas condiciones es válido hablar de evaluación y, en sintonía con los presupuestos teóricos de la TO, al aceptar

la idea de “evaluación”, esta categoría estaría lejos de asumirla en el sentido positivista, más bien la posicionan como *una reflexión crítica y retrospectiva de la labor conjunta*, lo cual implica tomar conciencia sobre varios hechos, por ejemplo, qué tan solidarios fueron todos, profesor y estudiantes, en la labor, qué realmente aportaron las tareas diseñadas, qué tan responsables fueron unos con otros. Los autores, además, sugieren adelantar la reflexión sobre ciertas expectativas que se pueden formular en términos de lo que Luis Radford, en su artículo de este mismo número especial, llama una ética comunitaria en la que los miembros del aula (estudiantes y profesor): participan activamente en el espacio público, muestran apertura de espíritu en las discusiones y debates, se muestran solidarios con los otros alumnos y laboran hacia la constitución de una conciencia crítica. En otras palabras, Vergel, González y Miranda se atreven a plantear que la idea de “evaluación” debería estar permeada por estas características de la ética comunitaria, una ética que no opera independientemente de la historia y la cultura, tal y como se desprende del artículo de Luis Radford en este mismo número especial.

En el quinto artículo, “*La teoría de la objetivación en el análisis de los modos de enseñanza: el caso de un profesor novato*”, los profesores Ulises Salinas-Hernández e Isaías Miranda hacen uso de la TO como marco teórico para centrar la atención analítica en el profesor. En esta investigación los autores utilizan la herramienta teórica de MSO para analizar los modos de enseñanza (definidos como los procedimientos utilizados por un profesor durante sus acciones de enseñanza) de un profesor de Física (cuya experiencia de enseñanza no es mayor a dos años) en el momento de resolver un problema que involucra expresiones matemáticas y cuya principal característica es la de contener el signo negativo de la aceleración de la gravedad. En su intento por motivar que sus estudiantes tomen conciencia de la importancia de este signo, Salinas-Hernández y Miranda aseguran que los gestos y las palabras del profesor, utilizados durante su explicación sobre dónde debía aparecer el signo negativo de la aceleración en las expresiones matemáticas del problema, no permitieron que los estudiantes tomaran conciencia del objeto matemático. De acuerdo con estos autores, este impedimento se debió a la falta de coherencia entre los gestos y el lenguaje usados por el profesor.

La TO también ha sido utilizada para observar el rol del profesor. En su artículo, “*The role of the teacher in fostering students’ evolution across different layers of generalization by means of argumentation*”, las profesoras Annalisa Cusi y Cristina Sabena analizan cómo el profesor guía a estudiantes de grado quinto para que logren resolver un problema que exige, en su solución, la identificación de una relación lineal entre variables. Basándose en las premisas de la TO sobre el rol del profesor, según las cuales éste debe crear las condiciones necesarias para que los estudiantes transformen un objeto de saber en un objeto de conciencia, Cusi y Sabena observan que esta transformación se da por medio de roles específicos que adquiere el profesor durante la argumentación de la solución del problema. Los roles identificados por estas autoras son: (1) un guía reflexivo (*reflective guide*): sucede cuando el profesor



repite algún argumento de un estudiante y lo pone a consideración de los demás compañeros; (2) un activador de actitudes reflexivas (*activator of reflective attitudes*): sucede cuando el profesor contrasta dos argumentos distintos o elabora preguntas de tal manera que incentiva a los estudiantes responderlas de formas diferentes; (3) un activador de los procesos interpretativos (*activator of interpretative processes*): sucede cuando el profesor elabora preguntas específicas para aclarar el significado de los conceptos o expresiones matemáticas. Tal y como las autoras lo aclaran, estos roles se interrelacionan unos con otros en momentos distintos de la enseñanza.

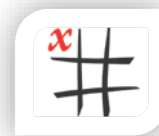
En el artículo de Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva y Claudianny Amorim Noronha, “*A articulação de meios semióticos no ensino-aprendizagem da orientação espacial*”, se describen los medios semióticos de objetivación usados por estudiantes brasileños de Educación Básica cuando estos intentan resolver un problema de localización de puntos en un plano bidimensional. En su análisis, Alves-Paiva y Amorin-Noronha comentan que los conocimientos matemáticos involucrados en este tipo de problemas necesitan de la comprensión de que el sistema de referencia espacial depende de quien emite y quien recibe la información. De esta manera, es la comunicación espacial la que juega un importante rol en la toma de conciencia; tal y como lo aseguran Alves-Paiva y Amorin-Noronha, la comunicación espacial es inseparable de la noción de localización y movimiento espacial. Ahora bien, estas autoras aclaran que, en el caso de que la comunicación espacial sea asíncrona, los medios semióticos como la representación gráfica y los textos escritos deben permitir que las expresiones matemáticas sean más claras y específicas.

Una muestra de cómo el concepto de labor conjunta (propuesto en la TO) puede aplicarse en el análisis de la enseñanza-aprendizaje se encuentra en la investigación realizada por el profesor Óscar Leonardo Pantano. En su artículo, “*Constitución de una labor conjunta: trabajando hombro con hombro para alcanzar un mismo propósito*”, el octavo de este número especial sobre la TO, el autor muestra evidencias sobre la constitución de una labor conjunta en estudiantes de un grupo de grado tercero (8-9 años) al resolver una tarea asociada al conteo de cantidades. Al igual que Alves-Paiva y Amorin-Noronha, Pantano utiliza los MSO como el constructo teórico para identificar esa labor conjunta. Este investigador caracteriza la labor conjunta por las relaciones y los modos de producción que emergen entre los estudiantes mientras ellos resuelven la tarea; y asegura que estas relaciones y modos son reconocidos a través de los MSO que son movilizados al momento de implicarse en la solución de la tarea. En el caso específico de su investigación, Pantano observa que estos modos de producción pueden identificarse por el signo *visto bueno*; es decir, es a través de este signo que la labor conjunta de los estudiantes adquiere su principal característica. La investigación de Pantano deja entrever que esta producción no surge espontáneamente, sino como un proceso.

El noveno artículo, “*Elementos de un método para el estudio de aspectos éticos en la educación matemática escolar inicial*”, de las profesoras Adriana Lasprilla y Olga Lucía León, aporta elementos en la organización de un método para el

análisis de aspectos éticos en un aula de matemáticas. La pregunta que orienta la investigación es: *¿De qué manera analizar los aspectos éticos en la actividad de aula de matemáticas?* En la aproximación a respuestas a esta pregunta las autoras proponen un marco reflexivo que fundamenta un sistema de recursos que aportan en la emergencia de un método para develar una “Actividad” desde las formas de interacción y las formas de circulación del saber en escenarios naturales de colegios públicos de Colombia. La Actividad, como unidad de análisis en esta emergencia de un método analítico para identificar el grado de presencia de una ética comunitaria, devela el funcionamiento de la clase como el de un organismo que a medida que transcurre el tiempo genera o elimina ambientes en los cuales profesor y estudiante desarrollan su vida. Lasprilla y León profundizan en la estructura de análisis multisemiótico y multimodal y muestran cómo en dicha estructura se evidencian progresivos tamizajes a la información que el anterior tamizaje entrega, como lo es partir de las transcripciones de los videos y luego segmentarlos a partir de los objetos de atención y los posicionamientos.

Apoyadas en la perspectiva de Vygotsky, que siguió la visión hegeliana de la realidad de Marx, Lasprilla y León plantean que tanto el objeto de estudio como la manera en que puede ser estudiado están siempre en movimiento y llegan a formar una unidad dialéctica donde los componentes se afectan entre sí de manera dinámica. Así, las autoras sostienen que es inimaginable que un método pueda preceder en su totalidad a la investigación, que en sí misma es una actividad en continuo movimiento. Llamam la atención en que un método es más que algo que nace en el curso de la investigación. El método, tal como lo entendió Vygotsky, no es la mera aplicación sistemática de un conjunto de principios ni tampoco es simplemente una forma de hacer algo, esto es, una técnica. La característica principal de un método, sostienen las autoras, es ser inquisitivo y reflexivo, es decir, una *práctica filosófica*. Y, en efecto, es en este sentido no instrumentalista que el trabajo de Lasprilla y León apunta a contribuir con un método que aporta a la comprensión de aspectos éticos en el aula de matemáticas. En particular, uno de los hallazgos en esta investigación hace referencia a que los estudiantes muestran interés por sus compañeros, por dialogar con ellos, pero el interés que muestran no está fundamentado en la solución o abordaje de la tarea, como lo pretendía la profesora. El artículo también muestra que las formas de relación entre los niños no se fundamentan en interacciones solidarias o comunitarias, por el contrario, los niños se relacionan de formas agresivas u ofensivas, mostrando así unos perfiles particulares de interacción entre ellos. Lasprilla y León ponen en evidencia que, a pesar de que se propone un trabajo en grupos, este no potencia, por sí solo, que los estudiantes avancen en formas de circulación de saber comunitarias o solidarias. Otro de los resultados de esta investigación apunta a proponer un método en el que es posible realizar un seguimiento a las formas de interacción que dan cuenta de la manera cómo se desarrolló la actividad en el aula de clase. Es interesante lo que arroja esta primera aproximación analítica, pues los estudiantes expresan formas de relaciones en las



que intentan dominar al otro, por lo que la relación a la otredad es en este caso alienante.

Estamos convencidos de que los artículos incluidos en este número especial hacen una contribución al desarrollo de la TO, no solamente a partir de las investigaciones que se han presentado, sino también desde las reflexiones teóricas propuestas y a partir de los diálogos de la TO con otras aproximaciones teóricas.

Nos gustaría agradecer a Gilberto Obando y a Alejandra Mazo, del equipo editorial de RECME, por su ayuda en la producción de este número especial. También agradecemos a los revisores de los artículos por ayudar a los autores a mejorar sus ideas.

Referencias

- Heidegger, M. (1986). *El ser y el tiempo*. México, D. F.: Fondo de Cultura Económica.
- Lévinas, E. (2002). *Totalidad e infinito. Ensayo sobre la exterioridad*. Salamanca: Ediciones Sígueme.
- Marx, K. (1998). *The German ideology*. New York, NY: Prometheus Books.
- Miranda, I., Radford, L. y Guzmán, J. (2007). Interpretación de gráficas cartesianas sobre el movimiento desde el punto de vista de la teoría de la objetivación. *Educación Matemática*, 19(3), 5-30.
- Radford, L. (2018). Algunos desafíos encontrados en la elaboración de la teoría de la objetivación. *PNA*, 12(2), 61-80.
- Radford, L. y Lasprilla, A. (2020). De por qué la ética es ineludible de considerar en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *La matematica e la sua didattica*, 28(1), 107-128.
- Vergel, R. (2014). El signo en Vygotski y su vínculo con el desarrollo de los procesos psicológicos superiores. *Folios*, 39(1), 65-76.