



¿Cómo sería una actividad de enseñanza-aprendizaje que busca ser emancipadora?

La labor conjunta en la teoría de la objetivación

Luis Radford
lradford@laurentian.ca
Laurentian University
Canadá

Resumen

Partiendo del hecho que la comprensión del aprendizaje (de cómo transcurre, de cómo puede ser propiciado, etc.) sólo puede lograrse considerando la naturaleza y características específicas de la *actividad* en la que éste tiene lugar, la teoría de la objetivación (TO) —una teoría del aprendizaje de corte Vygotskiano fundamentada en el materialismo dialéctico— intenta dilucidar aquellas características que hacen de la actividad de aprendizaje una actividad que, además de posibilitar a los estudiantes un acercamiento profundo, crítico y reflexivo a los saberes de la cultura, procura ocasiones para que los estudiantes se emancipen, afirmándose como sujetos sociales, históricos y culturales. La comprensión de la naturaleza de tal *actividad* de aprendizaje —actividad que, en la TO, denominamos *labor conjunta* de estudiantes y profesores— es la que sirve de hilo conductor a este artículo. Ponemos en evidencia que una de las características más notables de la labor conjunta es el recurso a la práctica de una ética que llamamos *comunitaria*.

Palabras claves: Teoría de la objetivación, ética comunitaria, labor conjunta, alienación.

What would a teaching-learning activity look like that seeks to be emancipating?

Joint work on the Theory of Objectification

Abstract

Starting from the fact that the understanding of learning (of how it takes place, how it can be fostered, etc.) can only be achieved by considering the nature and specific characteristics of the *activity* in which it takes place, the theory of objectification (TO) —a Vygotskian theory of learning based on dialectical materialism— attempts to elucidate those characteristics that make the activity of learning an activity that, in addition to enabling the students to become familiar with cultural knowledge in a deep, critical, and reflective manner, provides opportunities for emancipation, allowing the students to assert themselves as social, historical, and cultural subjects. The understanding of the nature of this learning *activity*, which in the TO we call the *joint labour* of students and teachers, is the thread of this article. We emphasize that one of the most notable characteristics of joint labour is the use of an ethics that we call *communitarian*.

Key words: Theory of objectification, communitarian ethics; joint labour, alienation.

Como seria uma atividade de ensino-aprendizagem que busca ser emancipada?

Trabalho conjunto na teoria da objeção

Resumo

Partindo do fato de que a compreensão da aprendizagem (como ocorre, como pode ser promovida etc.) só pode ser alcançada considerando a natureza e as características específicas da atividade em que esta ocorre, a teoria da objetivação (TO) —uma teoria vygotskiana da aprendizagem baseada no materialismo dialético - tenta elucidar as características que tornam a atividade de aprendizagem uma atividade que, além de permitir aos alunos uma abordagem profunda, crítica e reflexiva dos saberes da cultura, procura ocasiões para que os estudantes se emancipem, afirmando-se como sujeitos sociais, históricos e culturais. A compreensão da natureza de tal *atividade* de aprendizagem —atividade que, na TO, chamamos de *labor conjunto* de alunos e professores— é o que serve de fio condutor para este artigo. Destacamos que uma das características mais notáveis do labor conjunto é o recurso à prática de uma ética que chamamos de *comunitária*.

Palavras-chave: teoria da objeção; ética de comunitária; labor conjunto; alienação

1 Introducción

La Teoría de la Objetivación (TO) es una teoría educativa de corte histórico-cultural que se inspira de la psicología de Lev Vygotsky (1997a, 1997b, 1998) y de la teoría de la actividad de A. N. Leont'ev [o Leontyev] (2005, 2009a, 2009b)¹. La TO intenta reformular el problema del aprendizaje de una manera diferente a la propuesta durante el siglo XX por las aproximaciones pedagógicas "centradas en el estudiante", cuya característica más importante fue la de considerar el aprendizaje como una cuestión *individual*. En la TO, el aprendizaje se conceptualiza como un proceso *colectivo*, arraigado en lo social, histórico y cultural.

La TO parte de la siguiente observación: el aprendizaje que se da en las escuelas y otros contextos educativos menos formales tiene siempre lugar dentro de una *actividad*—la actividad de enseñanza-aprendizaje. Por lo tanto, la comprensión del aprendizaje (de cómo transcurre, de cómo puede ser propiciado, etc.) sólo puede lograrse considerando *las características específicas de la actividad en la que éste tiene lugar*.

Es precisamente su relación íntima con la actividad en que ocurre que el aprendizaje de las matemáticas puede resultar muy emocionante y conducir a comprensiones profundas; o puede también degenerar en algo aburrido, solitario, monótono, insípido y conducir a comprensiones superficiales y sin sentido para los estudiantes. Lo que hace que el aprendizaje tome un camino u otro es precisamente *la actividad de enseñanza-aprendizaje*.

En la TO nos interesa comprender aquello que puede hacer de la actividad de enseñanza-aprendizaje una experiencia sensible e intelectual, crítica y poética, que lleve a una comprensión profunda de las matemáticas y que al mismo tiempo sea una aventura colectiva, social y culturalmente enriquecedora tanto para los estudiantes como para el profesor. La pregunta que surge en este contexto es la siguiente: ¿cómo puede concebirse una actividad así, una actividad no alienante, que posibilite un encuentro crítico con la historia y la cultura y que es, al mismo tiempo, una realización del yo y del otro? La *labor*

conjunta de los estudiantes y el profesor es la respuesta que la TO ofrece a esa pregunta.

Este artículo está organizado de la siguiente manera. En la primera parte, discutimos los antecedentes de la TO y lo que nos llevó a ofrecer una concepción del aprendizaje como un proceso *colectivo*. En el curso de nuestro trabajo, se hizo evidente que el desarrollo de tal concepción del aprendizaje no podía hacerse sin repensar la naturaleza del *saber*. Es precisamente este problema ontológico el que trataremos en la segunda parte del artículo. Empezaremos explorando la concepción de aprendizaje que ofrecen las perspectivas constructivistas y luego plantaremos una concepción de saber que sea coherente con nuestro proyecto histórico-cultural. Nuestra concepción del saber, que se basa en el materialismo dialéctico, se convierte en una plataforma propedéutica desde la que podemos entrar en la problemática educativa del aprendizaje en general y del aprendizaje de las matemáticas en particular. Como se ha señalado anteriormente, tan pronto como entramos en el problema del aprendizaje, la cuestión central pasa a ser la de la *actividad* en la que éste tiene lugar. Explorar la naturaleza de esa actividad es el reto que enfrentamos en las últimas partes del artículo. Esta exploración conduce a la articulación del concepto de labor conjunta y a la puesta en evidencia de una de sus características más notables: la labor conjunta de alumnos y profesor implica la práctica de una ética que llamamos *comunitaria*.

2 Los antecedentes de la TO

Históricamente hablando, las primeras trazas de la TO se remontan a una docena de años atrás (Radford, 2006, 2007, 2008). Como en cualquier teoría, la emergencia de la TO no es un fenómeno aislado. Su emergencia se inscribe en un movimiento de oposición a una concepción paradigmática de lo humano que encuentra una elaboración explícita en la filosofía de Kant y que, a lo largo del siglo XX, concibe al individuo como individuo aislado de su contexto histórico-cultural y termina por tomarlo como fuente de saber y el origen del sentido y la intencionalidad. En el siglo XX, esta concepción paradigmática de lo humano acabó ofreciendo una concepción individualista del ser (Martín, 2004; Mészáros,

¹ En este artículo, en lugar de utilizar las transliteraciones "Vygotski" y "Léontiev" o "Leontyev", que son comunes en francés y español, utilizaré la transliteración inglesa

"Vygotsky" e indistintamente "Leont'ev" y "Leontyev" para mantener las referencias en armonía con los textos referenciados.



2010) y de la realidad². Las llamadas teorías "constructivistas", que aparecen más o menos simultáneamente en varias áreas de las ciencias humanas, son la expresión más sofisticada de esta concepción paradigmática³.

Naturalmente, la influencia de esas teorías constructivistas también se hizo sentir en la investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, en donde tuvieron (y siguen teniendo) una influencia considerable; véase, por ejemplo, el constructivismo radical de von Glasersfeld (1983, 1995), el constructivismo cognitivo de Thomson (Thomson, 2014; Cobb & Thomson, 1998), y el socioconstructivismo de Cobb y sus colegas (Cobb & Yackel, 1996). Basándose en la psicología genética de Piaget (1970), los constructivistas formularon una concepción del aprendizaje que es esencialmente de naturaleza individualista: es el estudiante quien, a través de sus propias acciones, construye *su* propio conocimiento. Esta acción puede, por supuesto, incluir la acción con otros individuos; esta acción puede ocurrir dentro de la interacción con otros. Pero lo que se construye es, en última instancia, una construcción personal.

En el campo de la educación matemática, las teorías constructivistas dieron lugar a la aparición de un movimiento de oposición cuyo objetivo ha sido ofrecer una concepción más amplia del aprendizaje, una que da, en particular, un lugar destacado a la dimensión social y cultural (Radford, 2000, 2018a). Este movimiento de oposición "socio-cultural" se hizo sentir durante los años 80 y 90 (véase D'Ambrosio, 1985; Lerman, 1996a, 1996b), y fue particularmente inspirado por el trabajo de Vygotsky y su escuela. Bartolini Bussi (1991) y Bartolini Bussi & Mariotti (1999, 2008), por ejemplo, utilizaron el trabajo de Vygotsky para estudiar el rol de la interacción y el rol de los artefactos culturales en el aula; llamaron la atención sobre el problema de la mediación semiótica. Siguiendo también la línea de pensamiento de Vygotsky, Arzarello y sus colaboradores también se interesaron en los artefactos, particularmente en los signos matemáticos y su evolución (Arzarello, Bazzini, & Chiappini, 1994). Inspirado también por el trabajo de Vygotsky (1987) y la psicología del discurso (Harré & Gillet, 1994), Lerman

(1996b) estudió el rol del lenguaje en la constitución de la intersubjetividad. Boero, Pedemonte & Robotti (1997) estudiaron la conceptualización de la matemática emergente de los estudiantes como un fenómeno en la intersección de la filogénesis y la ontogénesis a través de la historicidad del discurso.

Para la TO, desde el principio, la cuestión central fue la búsqueda de una nueva concepción del *aprendizaje* de las matemáticas. Tal búsqueda requería al mismo tiempo repensar los objetos o contenidos del aprendizaje (es decir, el saber) y también repensar al estudiante y al profesor. Como es bien sabido, la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) (Brousseau, 2002) ofrece una concepción del aprendizaje que parte de una de sus problemáticas centrales: la de la relación entre las situaciones de aprendizaje y el conocimiento. Siguiendo una trayectoria piagetiana, en la TSD los conocimientos son considerados como "adaptaciones" a una situación; estas "adaptaciones" emanan de las acciones del sujeto (Brousseau, 1997, p. 14). Dada la situación,

"Actuar" consiste para un sujeto en elegir directamente los estados del medio antagonista en función de sus propias motivaciones. Si el medio reacciona con cierta regularidad, el sujeto puede ser llevado a anticipar estas reacciones y a tenerlas en cuenta en sus propias acciones. Los conocimientos son los que permiten producir y cambiar estas "anticipaciones". (Brousseau, 1997, p. 6)

En este contexto, el aprendizaje se describe como la transformación del conocimiento: "El aprendizaje es el proceso por el cual el conocimiento cambia" (Brousseau, 1997, p. 6).

¿Qué pasa con el sujeto al que se atribuye el aprendizaje? En la TSD, el sujeto es un sujeto abstracto: "El sujeto de la situación didáctica es una especie de sujeto teórico... un sujeto epistémico" (Brousseau, 2005, pp. 23-24). El sujeto del aula, el estudiante, permanece en el nivel de la revelación — la revelación de una relación: "Para mí el estudiante es el revelador de una relación entre una situación y un conocimiento, y lo que el profesor maneja es esta relación" (Brousseau, 2005, p. 24).

² Para el problema general de la realidad, véase Watzlawick (1988); para un ejemplo específico -el de la realidad en las ciencias de la salud - véase Levine & Fish (1999).

³ Para el caso de la psicología cognitiva, véase Gerstenmaier & Mandl (2001); para el caso de la educación científica, véase Lorscheid & Tobin (1992).

En el caso de la TO, se intenta desarrollar una concepción más amplia del aprendizaje que la derivada de la epistemología piagetiana. En vez de concebir la acción del sujeto como acción esencialmente racional, dirigida por estructuras lógico-matemáticas o significados intrínsecamente matemáticos, la TO busca comprender la acción de los sujetos según los límites y las posibilidades que ofrece su marco social, político, histórico y cultural. Se trata también de formular una concepción más concreta del sujeto, sin caer en el reduccionismo de las corrientes psicológicas individualistas en las que el sujeto se reduce a un sujeto cognitivo (Valero, 2004) sin vínculos con la historia y la cultura (Martín, 2004). Se trata más bien de reconceptualizar tanto el sujeto como el aprendizaje de una manera que sea coherente con una visión histórico-cultural de la vida. Bishop (1991) ya había sentado las bases con su idea de *enculturación*. Aprender sería entrar en una cultura. La idea vygotskiana de *internalización* también parecía sugerir elementos de base para el desarrollo de un concepto histórico-cultural del aprendizaje. Sin embargo, al examinarlos más detenidamente, estos conceptos terminaron dando poco peso a lo que en inglés se llama *agency*, es decir, la capacidad del individuo para actuar como un individuo social concreto. Este es particularmente el caso del concepto de internalización, que es visto como una transferencia del comportamiento "exterior" (el nivel social) al "interior" (el nivel individual) (Vygotsky, 1998, p. 170). Por supuesto, Vygotsky insistió en que esta transferencia

no es en absoluto una transferencia puramente mecánica; no se produce automáticamente [...] es una etapa especial en el desarrollo de formas superiores de comportamiento. Las formas complejas de cooperación transferidas a la esfera del comportamiento individual empiezan a funcionar según las leyes del todo primitivo [*primitive whole*], del que ahora constituyen una parte orgánica. (Vygotsky, 1999, p. 53)

Sin embargo, el hecho es que el concepto de internalización se explica por "leyes" (las leyes de un "todo primitivo") que no tienen nada que ver con esta dimensión de la *agency* del individuo que pensamos debería ser tomada en cuenta en una teorización sobre el aprendizaje. Además, el concepto de internalización sigue operando en el marco de la

dicotomía de lo externo y lo interno (Veresov, 1999) que, para nosotros, debe ser superada (véase Radford, 2018b).

Para ser justos, hay que decir que el concepto de internalización de Vygotsky no fue desarrollado para abordar la cuestión educativa del aprendizaje y cómo se produce. El concepto de internalización es un concepto psicológico, no un concepto educativo. Su propósito es operacionalizar esta transferencia del exterior al interior de acuerdo con lo que Vygotsky llamó las "leyes genéticas del desarrollo cultural" (Vygotsky, 1998, pp. 167-170).

Por supuesto, el hecho de que el concepto de internalización sea una construcción psicológica y no pedagógica no disminuye en absoluto el interés que esta construcción pueda tener en la educación, la pedagogía y la didáctica. Puede ayudar a estudiar la formación de conceptos y la formación de funciones psíquicas superiores desde un punto de vista *psicológico* (a la manera de Gal'perin (1967, 1992), por ejemplo). Pero el rol de este constructo no es investigar el aprendizaje o diseñar propuestas didácticas. Estamos en la misma situación que Piaget y su concepto de esquema. Por eso sería tan inútil buscar propuestas didácticas precisas en Vygotsky como en Piaget. Como dice Vergnaud,

Que no se busquen en Piaget cosas de la didáctica, pues no están allí: Piaget se interesó en los procesos generales del pensamiento; su epistemología genética es una epistemología relativamente general, pero su obra contiene avances considerables, útiles para la didáctica. (Vergnaud, 2005, p. 19)

Lo mismo ocurre con Vygotsky, quien, "aunque es uno de los apóstoles de la teoría de la actividad al estilo ruso [...] no desarrolla el estudio de situaciones [de aprendizaje] y por lo tanto no tiene una teoría sobre este punto" (Vergnaud, 2005, p. 20).

La TO no es una teoría psicológica, sino una teoría educativa que busca formular la cuestión del *aprendizaje* sobre la base del trabajo de la escuela histórico-cultural de Vygotsky. Siguiendo las directrices de esta escuela, pretendemos desarrollar una concepción del aprendizaje no como un fenómeno individual, sino como fenómeno colectivo, arraigado en lo social, histórico y cultural. Dado que aprender es aprender algo, es decir, un determinado contenido, para avanzar en nuestro proyecto la concepción de este contenido tenía que ser dilucidado



primero. Este contenido no es otra cosa que el saber cultural, el saber de una cultura en un momento dado. Para comprender mejor nuestra concepción del saber y del aprendizaje, hagamos una pausa por un momento y veamos qué ofrece el constructivismo⁴.

3 Saber y aprendizaje en el constructivismo

Independientemente de sus variantes, el constructivismo ofrece una definición corta, clara y operativa del saber y del aprendizaje. Para el constructivismo, el individuo *construye* su propio saber. Esto significa que el profesor no puede construir el saber en el lugar del alumno. La construcción del saber es una cuestión individual: es el resultado de las acciones del sujeto. El aprendizaje, la construcción conceptual y el saber son básicamente la misma cosa. Hay varios corolarios que fluyen de esta posición teórica.

- a) Un corolario, de naturaleza ontológica, se refiere a la *naturaleza* del saber. Se considera, en efecto que el individuo *genera* su propio saber. El saber es, en ese sentido, su *extensión*. Puesto que el saber (Sa) sigue siendo algo que es esencialmente del orden del sujeto (Su), se podría escribir este corolario como una igualdad: $Sa = Su$. También se podría escribir el saber simplemente como: Sa_{Su} , lo cual diría que el saber es siempre *relativo* al sujeto que lo genera. Otro sujeto Su' tendrá un saber diferente, $Sa_{Su'}$. Una sociedad compuesta de n sujetos tendrá n saberes diferentes. Y es absolutamente imposible determinar si dos sujetos que interactúan están hablando de lo mismo, porque cuando mencionan la palabra triángulo o la palabra tangente, por ejemplo, no se puede saber en absoluto si se refieren al mismo objeto conceptual o no (Thompson, 2014). Según el constructivismo, para que la interacción o la comunicación entre dos sujetos continúe, éstos deben simplemente *pretender* que están hablando de lo mismo. Esto es a lo que los constructivistas hacen referencia cuando dicen que los conceptos son *taken-as-*

shared, tomados como compartidos. Es decir, simplemente se *asume* que lo que se está hablando es algo que se comparte (Cobb, Stephen, McClain, & Gravemeijer, 2001). Los filósofos tienen un término técnico para describir esta posición, que pertenece al núcleo del idealismo: el término es *solipsismo* — una doctrina según la cual "no habría para el sujeto pensante otra realidad que la suya propia" (Le Grand Robert de la langue française online dictionary, 2017).

Pero el corolario ontológico tiene otra ecuación: $Sa = A$. El saber (Sa) y el aprendizaje (A) coinciden. Hemos aprendido aquel saber que nosotros mismos hemos construido.

Históricamente hablando, la concepción del saber que vehicula el constructivismo es, en realidad, el resultado de una larga transformación epistemológica que se fue concretando paulatinamente dentro de los grandes cambios histórico-culturales de las formas de producción económica a finales de la Edad Media (Arendt, 1958a; Radford, 2012). El saber ya no se ve como una cuestión de revelación, desciframiento o fe como lo era en la época feudal (Gilson, 1939). En el nuevo orden epistemológico de la modernidad, saber algo es dar cuenta de cómo se produce algo. Hannah Arendt dice,

Se ha afirmado con frecuencia que la ciencia moderna nació cuando la atención se desplazó de la búsqueda del "Qué" a la investigación del "Cómo". Este cambio de énfasis es casi una cuestión de rutina si uno asume que el hombre (sic) sólo puede saber lo que él mismo ha hecho, en la medida en que este supuesto a su vez implica que yo "sé" una cosa siempre que entiendo cómo ha llegado a ser. (Arendt, 1958b, p. 585)

Encontramos esta concepción claramente articulada en el texto de Baruch Spinoza de 1667, *De Intellectus Emendatione*. Spinoza dice que una idea verdadera "muestra cómo y por qué algo se hace o ha sido hecho" (Spinoza, 1989, p. 29). Sin esta transformación epistemológica que transforma los polos del eje sujeto-objeto, transformación que a su vez está enraizada en las nuevas formas de producción

⁴ El diálogo continuo de la TO con el constructivismo en general, y con la TSD (Brousseau, 2002), la teoría discursiva de Sfard (2008) y, más recientemente, con el Espacio de Trabajo Matemático (Kuzniak, Tanguay & Elia, 2016) y el inferencialismo (Radford, 2017) no tiene como objetivo crear

polaridades. Es un esfuerzo para entender mejor nuestra propia teoría. Vygotsky dijo que "A través de los demás, llegamos a ser nosotros mismos" (1998, p. 170). Lo mismo ocurre con las teorías. Es a través del diálogo con otras teorías que las teorías forman una identidad.

económica de la época, es decir, en el capitalismo artesanal, el sujeto *produce* el objeto; el saber se convierte en sinónimo de poder dar cuenta del proceso de su producción. Es precisamente esta idea la que Piaget planteara más tarde: "Un objeto sólo se conoce actuando sobre él y transformándolo" (Piaget, 1970, p. 85). Se actúa sobre el objeto a través de una serie de acciones por parte del sujeto. Y explica: "Lo que es importante para el conocimiento no es la secuencia de tales acciones consideradas aisladamente: es el esquema de estas acciones" (p. 86). En resumen, según Piaget, conocemos un objeto cuando hay un esquema de acciones que le corresponde.

b) Un corolario de la posición constructivista, esta vez de naturaleza pedagógica, concierne al profesor. El profesor sólo puede *acompañar* al alumno en sus propias cogitaciones cognitivas. Y este acompañamiento está cargado de consecuencias, ya que, en la línea de pensamiento constructivista, entre profesor y estudiante siempre habrá una separación, una línea invisible pero insuperable, que es el signo de ese espacio personal e inalienable que garantiza al estudiante el pleno disfrute de su libertad y autonomía, dos elementos clave que se remontan a la pedagogía romántico-humanista del Siglo de las Luces y que bajan por una vereda en la que encontramos a Rousseau, a Pestalozzi, hasta llegar a Piaget. Cruzar esta línea invisible que separa al estudiante del profesor es privar al alumno de sus derechos. Porque el saber y su producción se ven aquí a través de la lógica de la *propiedad privada*. El saber aparece aquí, en efecto, como una entidad subjetiva, *perteneciente* al individuo y resultante de su propio trabajo (Radford, 2012). Cruzar esta línea invisible podría llevar al profesor a imponer, quizás subrepticamente y sin querer, significados y conceptualizaciones que no son los del estudiante (ver las paradojas de la enseñanza identificadas por Brousseau (2002)).

4 Saber y aprendizaje en la TO

En la TO, el saber es considerado como un sistema de sistemas: sistemas de pensamiento y acción cultural e históricamente constituidos. Cuando nacimos, estos sistemas (siempre en movimiento, siempre cambiando) ya existían en nuestra cultura — en formas de saber cómo plantar semillas de maíz, cómo calcular hipotecas, etc. En otras palabras, al nacer,

para cada uno de nosotros, el saber se insinuaba como una *capacidad generativa* histórico-cultural. Es decir, una *capacidad latente* (que Aristóteles llamó potencialidad, *δύναμις*, *dunamis*); una capacidad de *hacer cosas y pensar* de ciertas maneras — una capacidad latente que podemos (o no) encontrar en el curso de nuestras vidas de acuerdo con las redes culturales, históricas y políticas de acceso al saber que son omnipresentes en nuestra sociedad. Nuestro encuentro con los sistemas de pensamiento cultural e históricamente constituidos (por ejemplo, matemáticos, científicos, estéticos, legales, etc.) es lo que en el TO se llama *objetivación*.

Para comprender el significado de este encuentro, tengamos presente que el sustantivo "objetivación" trata de transmitir la idea de que antes de nuestro encuentro con el saber, el saber se presenta como algo *diferente* a nosotros: algo que, en su *alteridad*, su propia presencia se opone a nosotros. Es decir, por su presencia, el saber nos pone resistencia, nos *objeta*. Si en el idealismo constructivista la ecuación era: $S_a = S_u$, en la TO la ecuación es $S_a \neq S_u$. Antes de nuestro encuentro con el saber, el saber es el signo de la *diferencia*. La objetivación es el intento de borrar esta diferencia. Pero como el saber es una forma *ideal* (general, potencial) en constante evolución, constantemente recreada, refinada y expandida (Hegel, 1991), la diferencia que nuestro encuentro con el saber intenta borrar no es algo que pueda desaparecer por completo. Siempre hay un *residuo* que queda más allá de nuestros encuentros siempre locales, situados y concretos con el saber. No encontramos totalmente la idealidad "tangente". Siempre lo encontramos parcialmente, en un contexto específico a través de un problema particular. Lo que *aparece* en el encuentro (por ejemplo, la forma de pensar la tangente) es siempre *menos* que la forma ideal. Pero al mismo tiempo, lo que aparece en el encuentro es *más* que la forma ideal. Porque lo que aparece tiene una *especificidad* que la forma ideal, como tal, no puede tener. Lo que aparece *excede* la forma ideal. De ello se deduce que lo que aparece es siempre *déficit* y *exceso* en relación con su idealidad, y que ésta es siempre más y menos de lo que la materializa o encarna. Como resultado, la objetivación es siempre parcial, un intento interminable de aprehender o asir el saber — de hacerse consciente de él.

En términos más técnicos y operativos, la objetivación es un proceso social, corporal, material y



simbólico de toma de conciencia del saber, es decir, de las formas de acción, de expresión y de pensamiento constituidas histórica y culturalmente. Esta toma de conciencia, que en la TO se utiliza para dar cuenta del aprendizaje, no es el resultado de un proceso individual, sino que es el resultado de un proceso *colectivo*, cultural e históricamente situado que, lejos de ser contemplativo o pasivo, requiere la *activación* de los individuos. En lugar de ser un proceso puramente intelectual, el proceso de objetivación se apoya en el cuerpo, el afecto, las emociones y el mundo material. Este proceso tiene lugar dentro de una *actividad*. ¿Pero de qué actividad se trata?

5 La actividad humana

La pregunta que debemos tratar de responder en esta sección es la *naturaleza* de la actividad a través de la cual los estudiantes se encuentran con el saber cultural. Obviamente, como lo señalamos en la introducción, este encuentro puede ser algo emocionante. Pero también puede ser algo aburrido, lo cual ocurre a menudo en la enseñanza tradicional. En efecto, en la enseñanza tradicional hay procesos de objetivación, porque hay un encuentro con el saber cultural; pero este encuentro y los procesos de objetivación que tienen lugar allí son muy pobres. La conciencia resultante es muy superficial, lo que lleva a un aprendizaje insignificante, *a-crítico*. Las actividades de aprendizaje de la enseñanza tradicional reducen al estudiante a la imitación y la obediencia. Las actividades de los modelos pedagógicos individualistas vienen a reforzar las actitudes individualistas que, como dijimos anteriormente, nos parecen problemáticas. En la teoría de la objetivación, pretendemos producir actividades de enseñanza-aprendizaje ricas desde el punto de vista de los saberes estudiados, pero también ricas en cuanto a las posibles transformaciones de los sujetos implicados en la actividad (los maestros y los estudiantes). En las actividades que pretendemos promover en el aula, queremos que la objetivación aparezca como un proceso crítico, poético, sensible y sensual de encuentro con las matemáticas. Nuestro objetivo es promover las condiciones para un encuentro progresivo, encarnado, discursivo, subversivo, afectivo, simbólico y material con el saber cultural (Radford, 2019a).

Aquí llegamos a un problema que es a la vez terminológico y conceptual: ¿cómo deberíamos *llamar* a este segundo tipo de actividad en la que el encuentro con el saber cultural es una experiencia colectiva y

enriquecedora tanto desde el punto de vista intelectual como estético? ¿Cómo deberíamos llamarlo para distinguirlo de otros tipos de encuentro (como el que ofrece la enseñanza tradicional, que lo reduce a una experiencia individual, de obediencia y pasividad por parte del estudiante)? Los idiomas ruso y alemán tienen términos diferentes para distinguir dos tipos de actividades. El término para distinguir el primer tipo de actividad es *Aktivität* (en alemán) y *aktivnost'* [активность] (en ruso). Estos términos se refieren a la actividad en el sentido de estar simplemente ocupado con algo (Roth & Radford, 2011). Por otro lado, los términos *Tätigkeit* (alemán) y *deyatelnost'* [деятельность] (ruso) se refieren a la actividad como un sistema dinámico centrado en la satisfacción de necesidades colectivas. Así que cuando decimos *Aktivität* y cuando decimos *Tätigkeit*, no estamos hablando de lo mismo. Sin embargo, en muchos idiomas (por ejemplo, francés, español, inglés y portugués), tanto *Tätigkeit* como *Aktivität* se traducen en una sola palabra: *actividad*, lo que lleva a una confusión.

La actividad humana en el sentido de *Tätigkeit* tiene un impacto muy profundo en la forma en que pensamos sobre lo que sucede en el aula. *Tätigkeit* no significa simplemente una serie de acciones realizadas por un estudiante o un individuo; tampoco significa una coordinación de acciones (por muy complejas que sean) de un grupo de individuos. *Tätigkeit* va decididamente más allá de la dimensión puramente *técnica* del hacer; tiene un significado *ontológico*. En efecto, como señala Marx en la *Ideología Alemana*, no se trata simplemente de actuar y producir “bajo el único aspecto de la reproducción de la existencia física de los individuos” (Marx, 1982, p. 1055). La acción de los individuos en la actividad (*Tätigkeit*) ya incluye un modo de producción social, cultural e histórico a través del cual, en sus acciones con otros, estos individuos se *producen a sí mismos como sujetos humanos*:

Ya se trata, en estos individuos, de un cierto tipo de actividad [*Tätigkeit*], de una cierta forma de manifestar su vida, de una cierta *forma de vida* de estos mismos individuos. Así los individuos manifiestan sus vidas, así son. Lo que son, por lo tanto, coincide con su producción, con lo que producen y con la forma en que lo producen. (Marx, 1982, p. 1055; cursiva en el original)

Es en el sentido de actividad como *Tätigkeit* que Marx utiliza el término en las *Tesis sobre Feuerbach* (un filósofo materialista contemporáneo de Marx). Por ejemplo, en un pasaje de la primera tesis, Marx dice: "Feuerbach will sinnliche - von den Gedankenobjekten wirklich unterschiedene Objekte: aber er fasst die menschliche **Tätigkeit** selbst nicht als gegenständliche **Tätigkeit**" (Marx, citado en Macherrey, 2008, pp. 39-40; énfasis añadido). El filósofo francés Pierre Macherrey traduce este pasaje de la siguiente manera: "Feuerbach quiere objetos sensibles que se distingan efectivamente de los objetos de pensamiento: pero la **actividad** humana en sí misma no la aprehende como **actividad** objetiva" (Macherrey, 2008, p. 40; énfasis añadido).

Marx, como podemos ver, habla de *Tätigkeit* y no de *Aktivität*. Y la diferencia no sería significativa si los conceptos a los que se refieren estas palabras no afectaran a la forma en que se entiende la actividad de aprendizaje en el aula.

Veamos un ejemplo para ilustrar esta idea.

5.1 Ejemplo

El ejemplo en cuestión proviene de una clase de segundo grado (7-8 años) que está empezando a estudiar la generalización de secuencias en un contexto de introducción al álgebra. La clase se dividió en pequeños grupos de 2 o 3 estudiantes. Se les pidió a los estudiantes que extendieran una secuencia (ver Figura 1) con los primeros cuatro términos dados, dibujando los siguientes términos hasta el Término 6. Los estudiantes también tenían que estudiar el octavo término de la secuencia.

Veamos el trabajo realizado por uno de los grupos. En este grupo de tres estudiantes, la atención se dirigió a la numeración. Implícitamente, los estudiantes identificaron una relación de recurrencia según la cual, para pasar de un término a otro, deben añadirse dos pequeños cuadrados ($T_{n+1} = T_n + 2$).

Así, uno de los estudiantes dibujó los Términos 5 y 6 como se muestra en la Figura 2.

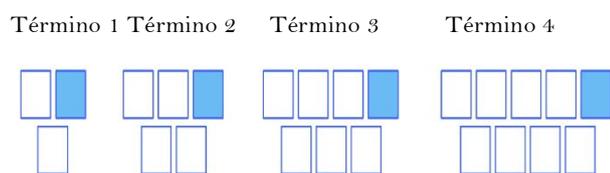


Figura 1: Los primeros términos de la secuencia explorada por los estudiantes

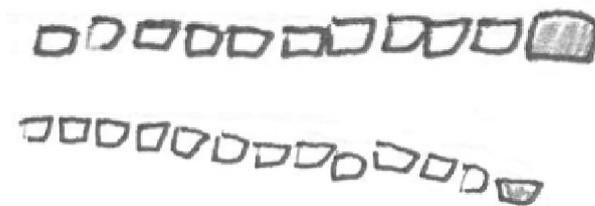


Figura 2: Términos 5 y 6 según lo dibujado por un estudiante de grado 2.

Sin embargo, el proyecto pedagógico del profesor incluía la idea de utilizar la información *espacial* contenida en la *forma* de los primeros cuatro términos de la secuencia para darse cuenta de que estos términos pueden considerarse como compuestos de "partes notables". El conteo de las partes notables se basa en la identificación de las variables adecuadas y su correlación. Por supuesto, hay muchas maneras de percibir los términos. Se pueden pensar como pequeños paquetes "diagonales" de dos cuadrados cada uno, que unos años más tarde, cuando los estudiantes se encuentren con la escritura simbólica del álgebra, corresponderán al coeficiente "2" de la fórmula $T_n = 2n + 1$ con un término extra (el cuadrado oscuro, que a su vez corresponderá al término constante "1"). Estos términos también pueden ser vistos como formados por dos filas horizontales, etc. La profesora, que llegó a ver el trabajo del grupo después de que los niños habían estado trabajando en estas y otras preguntas sobre la secuencia durante más de media hora, invitó a los niños a contar con ella el número de pequeños cuadrados en cada término. Optó por la estrategia de ver los términos como dos filas horizontales. Ella dijo:

- 1: Profesora: Sólo vamos a mirar los cuadrados de la parte inferior (mientras dice esto, la profesora hace tres gestos consecutivos de deslizamiento, cada uno de los cuales va desde la fila inferior del primer término hasta la fila inferior del cuarto término (véase la Figura 3a)). Sólo los de abajo. No los de arriba. Término 1 (señala con dos dedos la fila inferior del término 1), ¿cuántos [cuadrados] hay?
- 2: Estudiantes: ¡1!
- 3: Profesora: (Ella señala con un gesto indexical el Término 2) ¿Término 2?
- 4: Estudiantes: ¡2! (Santiago, uno de los estudiantes, muestra la fila inferior del segundo término; ver Figura 3b).
- 5: Profesora: (Señala con un gesto indexical a través de dos dedos el Término 3; ver Figura 3c) ¿Término 3?
- 6: Estudiantes: ¡3!

7: Profesora: (Ella señala con un gesto indexical a través de dos dedos el Término 4) ¿Término 4?

8: Estudiantes: ¡4!

Luego, la profesora y los estudiantes continuaron explorando rítmicamente la fila inferior de los términos 2, 3 y 4, y también, a través de gestos y palabras, los términos 5, 6, 7 y 8, que no son perceptibles. La Figura 3 presenta el gesto indexical de la profesora mostrando el Término 5 de la secuencia en la posición en que este término debería estar hipotéticamente ubicado (ver el bosquejo “d” en la Figura 3). Como muestra nuestra grabación de vídeo, percibir los términos como si consistieran en dos filas horizontales para organizar y simplificar el conteo y luego generalizar esta percepción de las figuras en los términos perceptualmente inaccesibles (como los términos 5, 6, 7 y 8) es un gran desafío.

Luego de estudiar la fila inferior, la profesora y los estudiantes investigaron la fila superior de los términos de la secuencia. Mostrando con un gesto indexical la fila superior del primer término, la profesora empezó diciendo:

1: Profesora: ¿Término 1?

2: Estudiantes: 2!

3: Profesora: ¿Término 2?

4: Estudiantes: 3! ...

5: Profesora: ¿Término 3?

6: Estudiantes: 4!

7: Profesor: ¿Término 4?

8: Estudiantes: 5!

9: Profesora: ¿Término 6?

10: James: 7

11: Profesora: (Repitiendo) 7: ¡Bravo! El Término 8, ¿tendrá cuántos?

12: Estudiantes: 9!

Lo que nos interesa destacar aquí es la manera en que la profesora y los estudiantes identifican *dos* relaciones matemáticas cruciales para efectuar la generalización algebraica:

- una primera relación matemática, que podemos escribir como $x \rightarrow x$: el término x tiene x cuadrados en la fila inferior, y
- una segunda relación matemática, cuya identificación ocurre inmediatamente después, que podemos escribir como: $x \rightarrow x+1$: el término x tiene $x+1$ cuadrados en la fila superior.

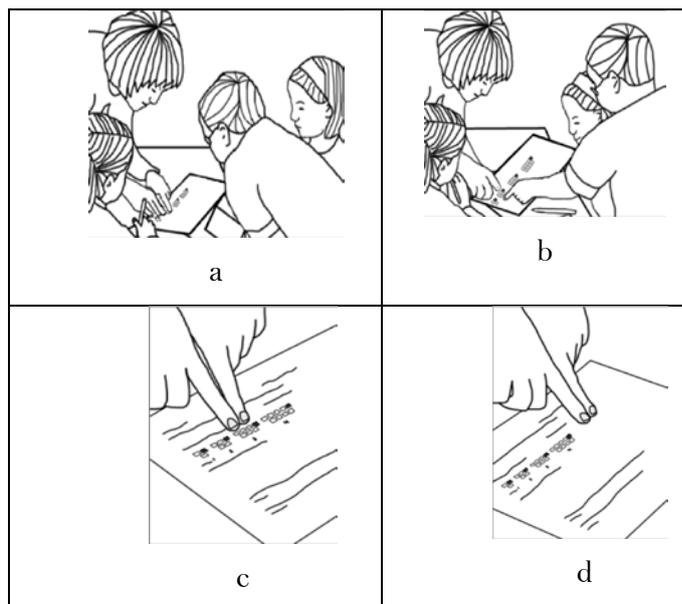


Figura 3: La profesora y los estudiantes exploran colectivamente los términos de la secuencia.

Esa *identificación* de las variables implicadas y su *co-variación* se hace *colectivamente*. La maestra no dice a los niños qué hacer. A través de gestos, palabras, ritmo, la maestra *invita* a los estudiantes a explorar la secuencia de una manera en que los estudiantes no habían pensado anteriormente. Juntos, la profesora y los estudiantes se lanzan en un despliegue rítmico de recursos semióticos, discursivos y perceptivos. Los dos extractos anteriores y los esbozos incluidos en la Figura 3 dejan ver la *cadencia* de las preguntas de la profesora (por ejemplo, ¿Término 1? ... ¿Término 2? ... ¿Término 3? y la cadencia de las respuestas “2!”, “3!”, “4!” ...) A esa *temporalidad* que colectivamente la profesora y estudiantes forjan con palabras dichas y palabras oídas, se añaden los gestos de la profesora a los que viene a amarrarse la actividad perceptual de los estudiantes. (Para una discusión detallada de este pasaje, ver Radford (2013a)). De ese despliegue de gestos, palabras, percepción y símbolos, la profesora y sus estudiantes producen colectivamente un *significado multisemiótico* que da sentido al *proceso* a través del cual *aparece* en el aula una forma algebraica de pensar la secuencia.

La forma algebraica de pensar la secuencia fue más tarde aplicada a otros términos remotos. Sin la presencia de la profesora, que estaba ocupada discutiendo con otros grupos, James y su grupo se divirtieron lanzándose desafíos. Discutiendo acerca del Término 12, Sandra dice:

- 1: Sandra: 12 más 12, más 1.
- 2: Carla: (*Usando una calculadora*) 12 más 12 . . . más 1 igual a . . .
- 3: James: (Interrumpiendo) 25.
- 4: Sandra: ¡Sí!
- 5: Carla: (mirando la calculadora) ¡25!

En otro grupo, un estudiante calcula el número de cuadrados en el Término 100 y dice: “es $100+100+1$ ”.

En términos esquemáticos, los estudiantes han forjado la relación que nosotros escribiríamos como $x \rightarrow x+x+1$, aunque, claro, ellos no utilizan letras (todavía).

Ese proceso colectivo que desemboca en la toma de conciencia de la relación que hemos escrito como $x \rightarrow x+x+1$ es lo que llamamos un proceso de objetivación. Es decir, un proceso colectivo, sensual, sensible y material a través del cual se produce la aparición y toma de conciencia de una forma histórico-cultural de ver y pensar las secuencias, y que ya encontramos a finales de la antigüedad, en la obra de Diofanto (Radford, 2001). Lo que se revela a la conciencia en ese proceso de objetivación es esta forma matemática de ver y percibir las figuras en términos de *variables* y su *relación* — una *co-variación* que se relaciona con el número de cada término y el número de cuadrados en la fila inferior y superior de ese término. Este proceso de objetivación se basa en una coordinación colectiva de gestos, palabras, acciones perceptivas, dibujos y ritmo⁵. En lugar de ser redundantes, los tres gestos que hace la profesora, que se repiten uno tras otro mientras dice: “Sólo vamos a mirar los cuadrados de abajo”, añaden un *significado visual* a lo que dicen las palabras. Por supuesto, no hay ninguna garantía al principio de que lo que la profesora y los estudiantes están haciendo funcionará. Pero estos gestos, en todas sus dimensiones físicas y kinestésicas, así como las palabras pronunciadas tanto en su significado abstracto como en la emoción que transmiten, que reconocemos en la entonación y otros mecanismos prosódicos como el acento y el tono, son también, y sobre todo, una invitación a los estudiantes a explorar juntos la secuencia de una manera *diferente*. Son una invitación a un encuentro — un encuentro con lo desconocido, con lo que, hasta la mañana de ese día, los

estudiantes no habían encontrado todavía: una forma algebraica de pensar en las secuencias.

Sin embargo, este proceso de objetivación no es evidente. Depende de la *actividad* dentro de la cual se lleva a cabo. Es una actividad que la profesora y los estudiantes realizan *juntos*. Es una actividad en el sentido de *Tätigkeit* y no en el sentido de *Aktivität*. Para los estudiantes no se trata sólo de estar ocupados haciendo algo. Tampoco se trata simplemente de coordinar acciones o de crear una forma idiosincrásica de resolver problemas para los estudiantes. La actividad que la profesora y los estudiantes llevan a cabo juntos se caracteriza por la búsqueda de un *objeto*, el objeto de la actividad. Es este objeto el que anima o motiva la acción del profesor y de los estudiantes (Leont'ev, 2005, 2009a, 2009b). Pero ¿cuál es el objeto? Es un objeto histórico-cultural, un objeto ideal, un saber, que se revela a la conciencia de los estudiantes *durante la actividad*. El encuentro con este objeto es la entrada en un diálogo con la humanidad. Es encontrar este saber cultural y reconocerlo como lo que es: saber en *sí mismo*, en la terminología de Hegel (2009), saber que, en el proceso de objetivación, se convierte en saber para *sí mismo*. Lo que distingue a *Tätigkeit* de *Aktivität* es esta orientación que imprime en ella la búsqueda del objeto histórico-cultural. Por eso, en el materialismo dialéctico, hablamos de *actividad orientada por su objeto* o, más sencillamente, de *actividad objetiva*. En efecto, la crítica de Marx a Feuerbach en el pasaje citado anteriormente es que Feuerbach no concibe la actividad del sujeto como *actividad objetiva*: “él [Feuerbach] no entiende la actividad humana en sí misma como actividad objetiva” (Macherey, 2008, p. 40). Es decir, no la aprehende como una actividad que trata de objetos histórico-culturales que trascienden al sujeto *como* sujeto. Feuerbach limita la actividad a la dimensión subjetiva.

Pero ¿cómo podríamos traducir *Tätigkeit* al español, si el término “actividad” no parece suficientemente categórico? La “actividad objetiva” parece ser una solución, pero el adjetivo puede dar lugar a malentendidos.

6 Buscando un sustantivo

Una pregunta que surge aquí es la siguiente: se ha dicho que *Tätigkeit* difiere de *Aktivität* en que

⁵ Para una discusión sobre el papel del ritmo en el pensamiento

matemático, ver Radford (2015).



Tätigkeit, a diferencia de *Aktivität*, es un sistema dinámico centrado en la satisfacción de las necesidades colectivas. Estas necesidades colectivas se cristalizan en el *objeto* de la actividad, lo que da dirección a la actividad misma. Sin embargo, en el caso del aprendizaje, al inicio, los estudiantes no pueden estar conscientes del objeto de la actividad. En el ejemplo de la secuencia de la Figura 1, los estudiantes no están conscientes de que se trata de llegar a percibir y a pensar la secuencia algebraicamente. En ese ejemplo, en efecto, el objeto de la actividad era esta forma algebraica cultural-histórica de percibir y pensar las secuencias. ¿Cómo pueden los estudiantes dirigir sus acciones cuando no saben lo que están buscando? ¿Cómo pueden los estudiantes ir en busca de este objeto, si es precisamente desconocido para ellos? En las actividades de aprendizaje, para los estudiantes, el objeto buscado no es el punto de partida. Se revela a la conciencia como *resultado* de la actividad. Entonces, ¿qué es lo que hace que el estudiante sea activo?

Plantear el problema en términos únicamente del objeto de la actividad sería encerrarnos una vez más en la visión racionalista que a menudo se ha adoptado al pensar en el niño. De hecho, debemos pensar en la actividad de aprendizaje en la escuela en el contexto general de la socialización que la escuela lleva a cabo. Pero ver al niño como una simple reacción a las limitaciones de la obligación que se le impone también sería un enfoque reduccionista. Leontyev señala que

Lo esencial no es, por supuesto, que el joven estudiante se vea obligado a hacer algo; ya tenía deberes antes de entrar en la escuela. Lo esencial es que ya no hay sólo deberes para con los padres y los profesores, sino obligaciones objetivas para con la sociedad. Se trata de deberes de los que depende el cumplimiento del propio lugar en la vida, de la propia función y del papel social, y por tanto también el contenido de toda la vida posterior. (Leontyev, 2009a, pp. 326-327; traducción libre)

En resumen, la participación de los estudiantes en la actividad está motivada por algo distinto al objeto de la actividad. No se podría disminuir la importancia que tiene el objeto en la actividad; pero por

las mismas razones que el mismo Leontyev menciona, la actividad no puede reducirse a su objeto solamente, porque la actividad orientada al objeto también abre espacios para que los estudiantes se posicionen social y culturalmente. Este posicionamiento es lo que permite al estudiante mostrarse y afirmarse como una subjetividad⁶.

Una vez aclarada esta cuestión del objeto de la *Tätigkeit*, volvamos a su encuentro en el aula. Hemos dicho anteriormente que el saber aparece del lado del estudiante como el encuentro con una potencialidad. Esta potencialidad no es algo que pueda percibirse en sí misma. En toda su generalidad, no puede ser aprehendida o asida. Esto es lo que significa mi ejemplo anterior de la tangente (un ejemplo que tomo prestado de Laurent Vivier (2019)). Y esto es lo que nuestro ejemplo de la sección anterior también muestra sobre el saber algebraico. Para ser aprehendido por la conciencia, la potencialidad debe tomar *forma*, debe *materializarse*. Para que el saber sea aprehendido, la actividad debe ponerlo en movimiento; y en este movimiento, el saber aparece en una forma *desarrollada*. Se convierte en *conocimiento* — una entidad capaz de ser un objeto de pensamiento y conciencia (Radford, 2013b).

La relación saber/conocimiento que estamos discutiendo aquí en el caso de las matemáticas puede ser mejor entendida si nos situamos por un momento del lado de la música. Una sinfonía (por ejemplo, para fijar las ideas, la 7ª sinfonía de Beethoven) sólo puede ser aprehendida si se toca. Del lado del individuo que nunca la ha escuchado, la 7ª sinfonía no puede ser aprehendida sin que algo ocurra y la muestre sensiblemente. Se necesita la *actividad* de una orquesta para que la 7ª sinfonía adquiera un contenido sonoro y se convierta así en un objeto de conciencia. Lo que escuchamos en una sala de conciertos, esa música sensual y concreta, es la manifestación o materialización de una potencialidad o saber (Radford, 2019b). Para distinguirlo de la potencialidad ($\delta\upsilon\upsilon\alpha\mu\iota\varsigma$), Aristóteles utilizó el término *actualidad* ($\acute{\epsilon}\nu\acute{\epsilon}\rho\gamma\epsilon\iota\alpha$, *energía*). El conocimiento, en la terminología de la TO, es la actualidad de la potencialidad. El conocimiento no es una entidad subjetiva; es, como el saber, una entidad histórico-cultural. Es la *materialización* del saber.

⁶ En la TO estudiamos esta dimensión del ser a través de la construcción teórica de procesos de subjetivación (ver, por

ejemplo, D'Amore & Radford, 2017; Radford, 2020a).

Hemos avanzado en nuestra discusión, pero todavía no hemos dado una respuesta a nuestra pregunta. ¿Cómo entonces llamar a esta *actividad*, orientada por un objeto de saber, que es la única que puede lograr la transformación del saber en conocimiento? Para distinguirlo de otros términos que no necesariamente evocarían esta característica fundamental de la actividad en el aula, en inglés canadiense hemos optado por *labour* (Radford, 2018c). Dicho término proviene del latín *laborare*. El término *labor* tiene la ventaja de evocar la dimensión del esfuerzo doloroso asociado con él. En la entrada "labor" del Diccionario de la Lengua Española, se presenta como una derivación en latín de *trabajo*. Se lee: "Acción y efecto de trabajar" (<https://dle.rae.es/labor?m=form>).

En la entrada "labor" de un diccionario etimológico de la lengua francesa, su autor lo presenta como una derivación del latín *labor*. Dice: "travail corporel, pénible" (Mazure, 1863, p. 192). La entrada continúa así: "Forcellini hace venir *labor* de *labi*, porque el trabajo agota las fuerzas... hay en la idea de labor un sentimiento de la sentencia divina que condena al hombre (*sic*) a comer su pan con el sudor de su frente. Entre los romanos, el término *laborare* se utiliza muy a menudo en el sentido de sufrimiento" (Mazure, 1863, p. 193).

Una ventaja de este ejercicio etimológico es que muestra que el concepto para el que buscamos una palabra está ineludiblemente ligado al concepto de hombre (*sic*), de individuo o, más en general, de humano. Esto nos lleva a una consecuencia probablemente inesperada: la palabra que buscamos debe tener en cuenta nuestra idea del individuo implicado en la actividad en el sentido de *Tätigkeit*. De hecho, para conceptualizar al individuo (y así poder conceptualizar tanto al estudiante como al profesor), la TO retoma la concepción de Marx en la cual el individuo es un ser natural (un ser de naturaleza) y, por lo tanto, un *ser de necesidades* y que, para satisfacerlas, debe *activarse junto con otros*, es decir, debe ponerse socialmente en acción, en *actividad* —véanse los "manuscritos parisinos", donde la idea ya aparece muy claramente (Marx, 2007). En esta concepción de lo humano, la labor es aquello a través del cual el individuo logra satisfacer sus necesidades y *al mismo tiempo* afirmarse como un ser social, histórico y cultural.

Por lo tanto, el término *labor* parece bastante apropiado para denominar lo que queremos decir en la TO como actividad de aprendizaje. Nos recuerda lo que cada uno de nosotros siempre ha sabido: que el aprendizaje implica esfuerzo; implica sufrimiento — y también alegría. Nos lleva a reconocer que es en la labor, como actividad material y sensible, donde reside el campo último de la experiencia estética, la subjetividad y la cognición. En la TO, es por lo tanto "labor" el término que traduce en español el significado dialéctico-materialista de *Tätigkeit* para designar la actividad de aprendizaje. Constituye la categoría central de la TO y afirma el rol fundamental ontológico y epistemológico de la materia, el cuerpo, el movimiento, la acción, el ritmo, la pasión y la sensación en lo que significa ser humano.

Pero no hemos terminado. La labor, como sabemos muy bien, puede conducir a la alienación de los individuos y a la alienación de los estudiantes y del profesor. Este es el caso de la labor que vemos en la enseñanza tradicional donde el profesor se activa para revelar el saber al estudiante y luego el estudiante se activa en recibir ese saber. Refiriéndonos a este modelo pedagógico, hemos dicho anteriormente que, aunque el estudiante debe activarse para entender lo que hace el profesor, *no se reconoce* en el esfuerzo: simplemente recibe el saber de manera obediente (Radford, 2014) y por consiguiente se aliena. Por lo tanto, debemos continuar nuestra reflexión para comprender mejor lo que falta. ¿Cómo podemos calificar la labor para que, en lugar de ser alienante, la labor de aprendizaje sea más bien una en el que se *realicen* en su humanidad cultural los sujetos que participan en ella?

7 Labor conjunta

En sus reflexiones sobre la labor alienante, una vez que ha identificado ciertos rasgos que caracterizan este tipo de labor y que llevan a los individuos a no producirse como seres humanos, Marx logra plantear la pregunta de lo que podría ser una labor no alienante. El filósofo alemán nos ofrece el siguiente pasaje:

Supongamos que nos producimos como seres humanos: cada uno de nosotros se afirmaría doblemente en su producción, él mismo y el otro. 1° En mi producción, realizaría mi individualidad, mi particularidad; experimentaría, mientras trabajo, el goce de una manifestación individual de mi vida, y, al contemplar



el objeto, tendría la alegría individual de reconocer mi personalidad como un poder real, concretamente comprensible y fuera de toda duda. 2° En su disfrute o uso de mi producto, tendría la alegría espiritual inmediata de satisfacer por mi trabajo una necesidad humana, de realizar la naturaleza humana y de proporcionar el objeto de la necesidad de otro. 3° Sería consciente de que estoy mediando entre ti y el género humano, que soy reconocido y sentido por ti como un complemento de tu propio ser y como una parte necesaria de ti mismo, que soy aceptado en su espíritu así como en su amor. 4° En mis manifestaciones individuales tendría la alegría de crear la manifestación de su vida, es decir, de realizar y afirmar en mi actividad individual mi verdadera naturaleza, mi sociabilidad humana [*Gemeinwesen*].

Nuestras producciones serían como muchos espejos donde nuestros seres se irradiarían unos a otros. (Marx, 1968, p. 33)

El trabajo no alienante, tal como lo presenta Marx, se basa, como vemos, en una producción que no es sólo un derroche de energía, sino al mismo tiempo una *relación con el otro*: "cada uno de nosotros se afirmaría doblemente en su producción, él mismo y el otro". Una idea similar es elaborada por Leont'ev en el siguiente pasaje:

Labor is a process, as we have seen, that is realized not by a lone being, in ways peculiar to himself alone, but under conditions of people's joint activity, under conditions of a human collective, and, as I will try to especially emphasize, in a social, that is, collectively expressed way. Through this process, people enter into communication with one another. It is not so much a matter of communication that is primarily verbal, of course, but of communication in the sense of participation in a joint action, in the sense of participation

in the process of labor, first and foremost.

(Leont'ev, 2005, p. 60)

Ni Marx ni Leont'ev lo dicen, pero lo que esto significa es que la labor no alienante es inevitablemente una cuestión *ética* — sin ser por lo tanto una cuestión de *cualquier* ética. En el fondo, toda labor que involucre a más de una persona es necesariamente ética, si por ética entendemos, como lo hemos sugerido en la teoría de la objetivación (Radford, 2020b), la *forma* de la alteridad, la *forma* de la relación al otro.

Si pensamos, por ejemplo, en la labor que subyace a la enseñanza tradicional, nos damos cuenta que hay allí también una ética en juego: en cuanto dicha ética se examina de cerca, se da uno cuenta de que es la de someter al otro. Es la ética de la autoridad y la obediencia. Si pensamos en el modelo constructivista, nos damos cuenta de que hay también allí una ética: la ética de la autonomía y de la libertad del estudiante. Ahora bien, en el pasaje de los *Manuscritos Parisinos* que Marx nos ofrece arriba y en el pasaje que citamos de Leontiev, la ética que subyace a dicha postura es *otra* ética. Marx y Leont'ev siguen de cerca a Hegel, quien vio en el reconocimiento del Otro como sujeto "libre" e igual (Hegel, 1978, p. 57) el nudo de la relación ética fundamental⁷.

Volvamos a nuestro ejemplo de la clase de segundo grado de arriba. Lo que vemos es que la profesora y los estudiantes se activan. Más importante aún, lo que vemos es que están laborando *juntos*: la profesora no está enseñando en el sentido tradicional. Trabaja *con* y *para* los estudiantes. En la Figura 3 y el diálogo asociado, vemos, en efecto, que en vez de decir cómo ver los términos de la secuencia, la profesora *invita* a los estudiantes a encontrar una nueva forma de percibir los términos: una forma que reposa en la identificación de las variables matemáticas y su relación (el número del término de la secuencia, el número de cuadrados en la fila de debajo del término, el número de cuadrados en la fila de

⁷ Como ya se ha mencionado, A. N. Leont'ev/ Leontyev (2005 2009a, 2009b) subrayó la importancia del motivo y el propósito de la actividad (Tätigkeit). Seguimos a Leont'ev en esta conceptualización de la actividad y la implícita importancia que le atribuye a la ética (véase D'Amore & Radford, 2019, p. 126). Sin embargo, empujamos la teorización en una dirección complementaria para formular de manera *explícita* la actividad como una entidad fundamentalmente ética, lo cual nos parece esencial para abordar el tema de la actividad

de enseñanza-aprendizaje, que está en el corazón de la TO. Así, en lugar de ver la actividad solamente desde el ángulo del objeto/ motivo/ acción/ objetivo/ operaciones/ condiciones, la vemos en dos direcciones complementarias: la de sus *modos de producción* de saberes y la de sus *formas de colaboración humana*, las cuales ponen sobre la mesa, de manera explícita y central, la cuestión de la ética (véase Radford, 2020b).

	<i>Aktivität</i> (Actividad orientada a la satisfacción personal)		<i>Tätigkeit</i> (Actividad orientada a la satisfacción colectiva)
Constructivismo	Actividad individualista que aliena al sujeto de la historia y la cultura. Ética de la autonomía y la libertad del sujeto.		
Enseñanza tradicional		Labor con otros de naturaleza alienante. Ética del poder y sumisión.	
TO y su modelo de enseñanza-aprendizaje			Labor conjunta de profesor y estudiantes. Ética comunitaria.

Figura 4: Tipos de actividades, modelo didáctico y ética correspondiente.

arriba del término y la relación entre la primera variable y las otras dos variables). Recíprocamente, los estudiantes responden a la invitación de la profesora, implicándose con atención en el conteo. De ese trabajo conjunto va *materializándose* el álgebra en un proceso que es dinámico, sensible, rítmico, concreto, lingüístico, simbólico, corporal. Lo que hacen la profesora y los estudiantes es producir una *obra común*: la materialización de un saber matemático que invade el aula, como la música invadiría una sala de conciertos. No hay dos actividades o dos trabajos en paralelo: el de la profesora y el de los estudiantes. No hay una actividad de enseñanza y una actividad de aprendizaje, sino sólo una actividad de enseñanza-aprendizaje. Sólo hay una labor⁸.

¿Cómo podemos entonces denominar esta labor, que no es ni la de la enseñanza tradicional ni la de una labor antagónica entre profesor y estudiantes, ni una acción centrada en uno mismo, como es el caso del constructivismo? *Labor conjunta*. Es una labor en el que ambos, profesores y estudiantes, se afirman en su producción y se realizan como seres humanos en lo que hacen. No es la ética de la obediencia. Tampoco se trata de la ética constructivista de la libertad y la autonomía del estudiante, sino de lo que hemos llamado una *ética comunitaria* (Radford, 2020b), definida por la responsabilidad, la solidaridad y el cuidado del otro. La *labor conjunta* es, por tanto, el término que buscábamos para denominar este tipo de actividad (*Tätigkeit*) que no es alienante. Su característica es la práctica de una ética comunitaria. En la TO, es esta ética la que guía la acción didáctica en el aula.

La Figura 4 resume las distinciones entre *Aktivität* y *Tätigkeit* según los tres modelos didácticos mencionados en este artículo, asociando la ética que les subyace.

8 Ética comunitaria

Debemos notar, sin embargo, que la ética comunitaria no aparecerá de la nada. Sería vano esperar con los brazos cruzados que de pronto dicha ética haga irrupción en el aula. Lo que hemos observado en las clases es que, al inicio de que empezamos a trabajar con ellas en nuestras investigaciones longitudinales, los estudiantes tienden a movilizar éticas diferentes, basadas en principios del interés propio. Aparecen las éticas de la obediencia y sumisión al profesor dentro de las cuales los estudiantes esperan que el profesor les diga cómo resolver los problemas propuestos para luego limitarse a repetir lo que el profesor ha hecho (Radford & Lasprilla, 2020). Y no basta simplemente ofrecer a los estudiantes la posibilidad para que ellos piensen por ellos mismos, organizando por ejemplo la clase en pequeños grupos. Lo que hemos observado una y otra vez es una tendencia por parte de los estudiantes a aferrarse a la relación de sujeción al profesor y a la gran dificultad que tienen para alcanzar una mirada crítica sobre su propio trabajo. Evidentemente, esta construcción del estudiante sumiso y alienado no es una invención del propio estudiante, sino una construcción histórica que la sociedad en que está inmersa la escuela efectúa cotidianamente a través de toda una serie de dispositivos que han sido naturalizados en el curso del tiempo y que, por esa misma razón, en la mayor

⁸ Por supuesto, esto no significa que la profesora hace lo mismo que los estudiantes. Hay, por supuesto, una división del

trabajo.



parte de los casos, pasan desapercibidos tanto a los estudiantes como a los mismos profesores. En su trabajo sobre el oprimido, Paulo Freire había notado precisamente que la emancipación no puede resultar de la simple desaparición del opresor. Inspirándose en la dialéctica del maestro y del esclavo, Freire notó que la opresión es una relación de conciencias cuya superación libertadora conlleva a una modificación profunda de la conciencia del oprimido (Freire, 1970).

Como afirma Inés Fernández Mouján,

Pero esta condición de posibilidad de la liberación se encuentra en la exterioridad a toda imposición y a toda verdad dada. Es decir, la liberación es posible y viable si se asume la propia condición, si la misma es apropiada críticamente para generar otros discursos, otras prácticas tendientes a la transformación de un mundo injusto y a la producción de otros conocimientos. (Fernández Mouján, 2016, p. 18)

Debe haber, por consiguiente, un movimiento de conciencia que permita al oprimido reconocerse como tal: “El oprimido, en el reconocimiento de su situación se constituye en generador de acciones subversivas del orden establecido” (Fernández Mouján, 2016, p. 18). De allí que tal movimiento de conciencia tenga que ser necesariamente *político*: “A partir de estas teorizaciones, el motor central en [la] propuesta pedagógica [de Freire] será la idea de lo político, cosa que se origina en el sujeto mismo y en su praxis transformadora junto a otros” (p. 18).

Tenemos, pues, frente a nosotros (profesores, educadores, estudiantes, investigadores) la tarea colosal de la creación de aquellas condiciones de emergencia de una nueva forma de conciencia social que permita nuevas formas de alteridad que sean compatibles con un proyecto emancipador del aula, la escuela y la sociedad. La labor conjunta es la respuesta que propone la teoría de la objetivación. La labor conjunta implica un trabajo de profesores y estudiantes que no es simplemente realizar algo juntos, sino también *realizarse* como sujetos histórico-culturales, es decir, como sujetos comunitarios, solidarios y responsables del Otro.

9 Referencias

Arendt, H. (1958a). *The human condition*. Chicago: The University of Chicago Press.

- Arendt, H. (1958b). The modern concept of history. *The Review of Politics*, 20(4), 570-590.
- Arzarello, F., Bazzini, L., & Chiappini, C. (1994). *L'algebra come strumento di pensiero, Analisi teorica e considerazioni didattiche* (6). Pavia: Dipartimento di Matematica, Università di Pavia, Progetto Strategico del C.N.R.
- Bartolini Bussi, M. (1991). Social interaction and mathematical knowledge. In F. Furinghetti (Ed.), *Proceedings of the Fifteenth Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 1-16). Assisi, Italy: PME.
- Bartolini Bussi, M. G., & Mariotti, M., A. (1999). Semiotic mediation: From history to the mathematics classroom. *For the Learning of Mathematics*, 19(2), 27-35.
- Bartolini Bussi, M., & Mariotti, M., A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artefacts and signs after a Vygotskian perspective. In L. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education (2nd Edition)* (pp. 746-783). New York: Routledge, Taylor and Francis.
- Bishop, A. J. (1991). *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.
- Boero, P., Pedemonte, B., & Robotti, E. (1997). Approaching theoretical knowledge through voices and echoes: A Vygotskian perspective. In *Proceedings of the XXI International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 81-88). Lahti (Finland).
- Brousseau, G. (1997). *La théorie des situations didactiques. Cours donné lors de l'attribution à Guy Brousseau du titre de Docteur Honoris Causa de l'Université de Montréal*.
- Brousseau, G. (2002). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer.
- Brousseau, G. (2005). Réponses orales à Gérard Vergnaud. In M.-H. Salin, P. Clanché, & B. Sarrazy (Eds.), *Sur la théorie des situations didactiques* (pp. 22-28). Grenoble: La pensée sauvage.
- Cobb, P., Stephen, M., McClain, K., & Gravemeijer, K. (2001). Participating in Classroom Mathematical Practices. *The Journal of the Learning Sciences*, 10(1-2), 113-163.
- Cobb, P., & Thomson, P. (1998). On relationships between psychological and sociocultural perspectives. In S. Berenson, K. Dawkins, & M. Blanton (Eds.), *Proceedings of the annual meeting of the North American Chapter of the international group for the psychology of mathematics education* (Vol. 1, pp. 3-26). Raleigh, NC: PME-NA.
- Cobb, P., & Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational Psychologist*, 31(3/4), 175-190.

- D'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the learning of mathematics*, 5(1), 44-48.
- D'Amore, B., & Radford, L. (2017). *Enseñanza y aprendizaje de la matemática: Problemas semióticos, epistemológicos y prácticos*. Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Fernández Mouján, I. (2016). *Elogio de Paulo Freire*. Argentina: Noveduc.
- Freire, P. (1970). *Pedagogia do oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra.
- Gal'perin, P. (1967). On the notion of internalization. *Soviet Psychology*, 5(3), 28-33.
- Gal'perin, P. (1992). Stage-by-stage formation as a method of psychological investigation. *Journal of Russian and East European Psychology*, 30(4), 60-80.
- Gerstenmaier, J., & Mandl, H. (2001). Constructivism in Cognitive Psychology. In N. J. Smelser & P. B. Baltes (Eds.), *International Encyclopedia of the Social & Behavioral Sciences* (pp. 2654-2659). Oxford: Pergamon.
- Gilson, E. (1939). *Reason and revelation in the Middle Ages*. New York: Charles Scribner's sons.
- Harré, R., & Gillett, G. (1994). *The discursive mind*. London: Sage.
- Hegel, G. (1978). *Hegel's philosophy of subjective spirit*. Vol. 3 (M. J. Petry, Ed.). Dordrecht: D. Reider.
- Hegel, G. (1991). *The Encyclopaedia Logic. Part I of the Encyclopaedia of Philosophical Sciences (T, F. Geraets, W. A. Suchting, & H. S. Harris, Trans.)*. Indianapolis / Cambridge: Hackett Publishing Company, Inc.
- Hegel, G. (2009). *Hegel's logic*. (W. Wallace, Trans.). Pacifica, CA: MIA.
- Kuzniak, A., Tanguay, D., & Elia, I. (2016). Mathematical working spaces in schooling: An introduction. *ZDM*, 48), 721-737.
- Lerman, S. (1996a). Guest editorial. *Educational Studies in Mathematics (Special Issue: Socio-cultural Approaches to Mathematics Teaching and Learning)*, 31(1-2), 1-9.
- Lerman, S. (1996b). Intersubjectivity in mathematics learning: A challenge to the radical constructivist paradigm? *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(2), 133-150.
- Leont'ev, A. N. (2005). The genesis of activity. *Journal of Russian and East European Psychology*, 43(4), 58-71.
- Leontyev, A. N. (2009a). *The development of mind*. Pacifica, CA: MIA.
- Leontyev, A. N. (2009b). *Activity and consciousness*. Pacifica, CA: MIA.
- Levine, L. B., & Fish, L. (1999). The integration of constructivism and social constructionist theory in family therapy: A Delphi study. *Journal of Systemic Therapies*, 18(1), 58-84.
- Lorsbach, A., & Tobin, K. (1992). Constructivism as a referent for science teaching. *NARST Newsletter*, 30, 5-7.
- Macherey, P. (2008). *Marx 1845. Les thèses sur Feuerbach*. [Marx 1845. The Theses on Feuerbach]. Paris: Éditions Amsterdam.
- Martin, J. (2004). The educational inadequacy of conceptions of self in educational psychology. *Interchange: A Quarterly Review of Education*, 35, 185-208.
- Marx, K. (1968). *Oeuvres. Économie II*. (M. Rubel, Ed.). Paris: Pléiade.
- Marx, K. (1982). *Œuvres. Tome III. Philosophie*. (M. Rubel, Ed.). Paris: Gallimard.
- Marx, K. (2007). *Manuscrits économique-philosophiques de 1844*. (F. Fischbach, Trans.). Paris: Vrin.
- Mazure, M. A. (1863). *Dictionnaire étymologique de la langue française*. Paris: Librairie classique d'Eugène Belin.
- Mészáros, I. (2010). *Social structure and forms of consciousness*. New York: Monthly Review Press.
- Piaget, J. (1970). *Psychologie et épistémologie*. Paris: Éditions Gonthier.
- Radford, L. (2000). Sujeto, objeto, cultura y la formación del conocimiento. *Educación Matemática*, 12(1), 51-69.
- Radford, L. (2001). The historical origins of algebraic thinking. In R. Sutherland, T. Rojano, A. Bell, & R. Lins (Eds.), *Perspectives on School Algebra* (pp. 13-63). Dordrecht: Kluwer.
- Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking)*, pp. 103-129 (<http://luisradford.ca>).
- Radford, L. (2007). Towards a cultural theory of learning. In D. Pitta-Pantazi & G. Philippou (Eds.), *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME - 5)* (pp. 1782-1797). Larnaca, Cyprus.
- Radford, L. (2008). The ethics of being and knowing: Towards a cultural theory of learning. In L. Radford, G. Schubring, & F. Seeger (Eds.), *Semiotics in mathematics education: epistemology, history, classroom, and culture* (pp. 215-234). Rotterdam: Sense Publishers.
- Radford, L. (2012). Education and the illusions of emancipation. *Educational Studies in Mathematics*, 80(1), 101-118.
- Radford, L. (2013a). Sensuous cognition. In D. Martinovic, V. Freiman, & Z. Karadag (Eds.), *Visual mathematics and cyberlearning* (pp. 141-162). New York: Springer.



- Radford, L. (2013b). Three key concepts of the theory of objectification: Knowledge, Knowing, and Learning. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(1), 7-44.
- Radford, L. (2014). On teachers and students: An ethical cultural-historical perspective. In P. Liljedahl, C. Nicol, S. Oesterle, & D. Allan (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36* (Vol. 1, pp. 1-20). Vancouver: PME.
- Radford, L. (2015). Rhythm as an Integral Part of Mathematical Thinking. In M. Bockarova, M. Danesi, D. Martinovic, & R. Núñez (Eds.), *Mind in mathematics: Essays on mathematical cognition and mathematical method* (pp. 68-85). Munich: LINCOM GmbH.
- Radford, L. (2017). On inferentialism. *Mathematics Education Research Journal*, 29, 493-508.
- Radford, L. (2018a). Pautas para repensar el sujeto y el objeto desde una epistemología de solidaridad, en tiempos de una educación para el mercado y el consumo. In A. Avila (Ed.), *Rutas de la educación matemática* (pp. 83-99). México: SOMIDEM.
- Radford, L. (2018b). Algunos desafíos encontrados en la elaboración de la teoría de la objetivación. *PNA*, 12(2), 61-80.
- Radford, L. (2018c). A cultural-historical approach to teaching and learning: The theory of objectification. In F.-J. Hsieh (Ed.), *Proceedings of the 8th ICMI-East Asia Regional Conference on Mathematics Education. Vol 2* (pp. 137-147). Taipei, Taiwan: EARCOME.
- Radford, L. (2019a). Une théorie vygotkienne de l'enseignement-apprentissage: la théorie de l'objectivation. In J. Pilet & C. Vendaiera (Eds.), *Actes du séminaire de didactique des mathématiques de l'ARDM 2018* (pp. 314-332). Paris: IREM de Paris – Université Paris Diderot.
- Radford, L. (2019b). So, you say that doing math is like playing music? The mathematics classroom as a concert hall. *La matematica e la sua didattica*, 27(1), 69-87.
- Radford, L. (2020a). Play and the production of subjectivities in preschool. In M. Carlsen, I. Erfjord, & P. S. Hundeland (Eds.), *Mathematics education in the early years. Results from the POEM4 conference 2018* (pp. 43-60). Cham: Springer.
- Radford, L. (2020b). Un recorrido a través de la teoría de la objetivación. In S. Takeco Gobara & L. Radford (Eds.), *Teoria da Objetivação: Fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática* (pp. 15-42). São Paulo, Brazil: Livraria da Física.
- Radford, L., & Lasprilla Herrera, A. (2020). De porqué la ética es ineludible de considerar en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *La matematica e la sua didattica*, 28(1), 107-128.
- Roth, W.-M., & Radford, L. (2011). *A cultural historical perspective on teaching and learning*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Spinoza, B. (1989). *Ethics including the improvement of the understanding*. (R. Elwes, Trans.). Buffalo: Prometheus. (Original work published 1667)
- Thompson, P. (2014). Constructivism in Mathematics Education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 96-100). New York: Springer.
- Valero, P. (2004). Postmodernism as an attitude of critique to dominant mathematics education research. In P. Walshaw (Ed.), *Mathematics education within the postmodern* (pp. 35-54). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Veresov, N. (1999). *Undiscovered Vygotsky. Etudes on the pre-history of cultural-historical psychology*. Frankfurt: Peter Lang.
- Vergnaud, G. (2005). Questions de Gérard Vergnaud. In M.-H. Salin, P. Clanché, & B. Sarrazy (Eds.), *Sur la théorie des situations didactiques* (pp. 18-22). Grenoble: La pensée sauvage.
- Vivier, L. (2019). *Portée et usage du travail mathématique dans le cadre de la théorie des ETM*. Deuxièmes Journées Espace de Travail Mathématique. Université Paris-Diderot. Paris, 21 et 22 octobre 2019.
- von Glasersfeld, E. (1983). Learning as a constructive activity. In J. C. Bergeron & N. Herscovics (Eds.), *Proceedings of the fifth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 41-69). Montreal: Université de Montréal: Faculté de Science de l'Éducation.
- von Glasersfeld, E. (1995). *Radical constructivism: A way of knowing and learning*. London: The Falmer Press.
- Vygotsky, L. S. (1987). *Collected works* (Vol. 1). New York: Plenum.
- Vygotsky, L. S. (1997a). *Educational psychology*. Boca Raton, Florida: St. Lucie Press.
- Vygotsky, L. S. (1997b). *Collected works* (Vol. 3). New York: Plenum Press.
- Vygotsky, L. S. (1998). *Collected works* (Vol. 5). New York: Plenum Press.
- Vygotsky, L. S. (1999). *Collected works* (Vol. 6). New York: Plenum.
- Watzlawick, P. (1988). *L'invention de la réalité*. Paris: Éditions du Seuil.

Como citar este artículo:

Radford, L. (2020). ¿Cómo sería una actividad de enseñanza-aprendizaje que busca ser emancipadora? La labor conjunta en la teoría de la objetivación. *RECME-Revista Colombiana de Matemática Educativa*. 5 (2), pp. 15-31.

Presentado: 31/marzo/2020
Aprobado: 30/mayo/2020
Publicado: 23/agosto/2020

RECONOCIMIENTOS

Este artículo es el resultado de un programa de investigación apoyado por el Social Sciences and Humanities Research Council of Canada / Conseil de recherches en sciences humaines du Canada (SSHRC/CRSH). Una versión previa de este artículo apareció en Cahier du Laboratoire de Didactique André Revuz (n°21), IREM de Paris. Un agradecimiento muy especial a Óscar Leonardo Pantano Mogollón por su ayuda en la preparación de este artículo.