

**PERTINENCIA ACADÉMICA DE LA METODOLOGÍA DE LOS
LIBROS DE CÁLCULO DIFERENCIAL PARA LOS PROGRAMAS DE
INGENIERÍA EN LA ACTUALIDAD SOCIAL, EDUCATIVA Y
TECNOLÓGICA**

Jonathan Alexander Tello Cardona – Jonathank33@gmail.com¹

Luis Eduardo Pérez Laverde – edoperez416@gmail.com²

RESUMEN

La necesidad de que los cursos de cálculo respondan académicamente al perfil profesional de los programas de ingeniería en la actualidad, por esta razón es motivo para realizar un estudio de la metodología de los libros de cálculo, y, específicamente en cálculo diferencial.

El siguiente estudio mostrara un análisis de los libros de cálculo más representativos y contrastara su pertinencia académica desde el concepto de cambio (derivada), a la vez, se presenta un libro que rompe con los esquemas lineales de los textos analizados y que permite vislumbrar la enseñanza del cálculo enfocada desde los sistemas dinámicos para una articulación más óptima con el perfil profesional de un ingeniero, en el mismo sentido abre campos de investigación para su desarrollo.

Palabras clave

Cálculo, cambio, sistemas dinámicos, metodología, derivada y libros de texto.

¹ Magister en Docencia e Investigación Universitaria con Énfasis en Matemáticas, de la Universidad Sergio Arboleda; Especialista en Matemáticas Aplicadas de la Universidad Sergio Arboleda y Licenciado en Matemáticas de la Universidad La Gran Colombia.

² Magister en Docencia e Investigación Universitaria con Énfasis en Matemáticas, de la Universidad Sergio Arboleda; Especialista en Matemáticas aplicadas de la Universidad Sergio Arboleda; Matemático de la Universidad Sergio Arboleda y Licenciado en Matemáticas de la Universidad Distrital “Francisco José de Caldas”.

ABSTRACT

The need of that the courses of calculus answer academic to the professional profile of the programs of engineering in the actuality, for this reason is a motive for realizing a study of the methodology of the books of calculus, and, specifically in differential calculus.

The following study will show an analysis of the books of calculus more representative and will contrast his academic relevancy from the concept of change (derivative), simultaneously, its present a book that breaks with the linear schemes of the analyzed texts and that allows to glimpse the education of the calculus focused from the dynamic systems for a more ideal joint with the professional profile of an engineer, in the same sense it opens fields of investigation for his development.

Key words

Calculus, change, dynamic systems, methodology, derivative and text-books.

PROBLEMA

En el transcurso del tiempo, el mundo evoluciona desde diferentes perspectivas sociales, culturales, educativas, tecnológicas y científicas, que impactan en el ser humano generando nuevas tendencias de vida, llegando a la complejidad como lo describe Edgar Morín en su libro *“Introducción al pensamiento complejo”*. La descripción global que realiza este autor, promueve la reflexión de concientizarnos en que contextos estamos, como responder a las necesidades e incertidumbres sociales, culturales, multidimensionales, educativas que está enfrentando el ser humano, y a su vez, nos cuestiona acerca de ¿Colombia es moderna?, ¿Colombia es postmoderna?, ¿Colombia está en la transición de la modernidad a la postmodernidad?. Para responder estas preguntas es necesario limitar variables para su mayor entendimiento y desarrollo.

La historia de las matemáticas nos cuenta sus diferentes etapas de desarrollo y su evolución misma, sin embargo, existen tres variables (aunque muy pocas) que van paralelamente a la historia y que son fundamentales para la enseñanza del cálculo: la sociedad, la educación y la tecnología. Estas variables generan un impacto en la enseñanza del Cálculo a través de la historia en Colombia, y se hace necesaria una revisión de los libros-textos enunciados en la bibliografía de los contenidos programáticos de los cursos de Cálculo a la luz de estas tres variables en el transcurso del tiempo, y a la vez, analizar si estos textos responden a la actualidad de las necesidades sociales, educativas y tecnológicas.

Justificación

Justificación Pedagógica

Las ciencias exactas están en completa transformación, ya que en la actualidad las tecnologías son herramientas de información que permiten conocer diferentes teorías acerca de un tema, generando cada día una mayor exigencia en avances científicos y tecnológicos, por ello, la enseñanza del cálculo comienza a tener dificultades pedagógicas. Los docentes que tienen a cargo la enseñanza del cálculo diferencial e integral deben estar en completa actualidad de esta disciplina, porque la metodología también va cambiando de acuerdo a la evolución de la ciencia, es decir, el docente actual se centra en la forma y no en el contenido de enseñar lo principal del cálculo diferencial. Otro aspecto importante en la enseñanza del cálculo, se centra en que el docente pierde el concepto en diferentes momentos del curso y lo vuelve más algorítmico, dejando de un lado, la esencia conceptual que lo fundamenta, y teniendo en cuenta que la enseñanza de los algoritmos para resolver una derivada o una integral pierden relevancia al tener software matemáticos que nos optimiza diferentes procesos,

dándole mayor cabida a conceptos más profundos y actuales, como lo es en este caso, la enseñanza de los sistemas dinámicos.

Las herramientas tecnológicas para la enseñanza del cálculo diferencial son de gran ayuda para el estudiante (derive, winplot, maple, mathematica, entre otros), porque él puede derivar, integrar, graficar y hacer muchos análisis por medio del uso de la tecnología, claro, teniendo como orientador al docente; sin embargo, lo más importante es la enseñanza del concepto de cambio puntual en cálculo diferencial. Los cursos de cálculo diferencial deben estar fundamentados en el concepto de cambio de una forma pertinente y eficaz, una enseñanza más dinámica y con ideas más fundamentales y transversales al programa de ingeniería.

La enseñanza del cálculo diferencial e integral debe transformarse y direccionarse hacia los sistemas dinámicos, donde el estudiante relacione la utilidad de las herramientas tecnológicas con la apropiación del concepto de cambio y la aplicabilidad a su campo profesional, pero para lograr este eficaz planteamiento, es necesario que el docente se fundamente en la enseñanza-aprendizaje de conceptos pertinentes, teoría propicia y actividades donde el concepto y la forma no pierdan su esencia. El desarrollo de esta propuesta impacta principalmente en un cambio en los contenidos programáticos del curso de cálculo diferencial a nivel nacional, ya que, en su mayoría, las temáticas han estado estructuradas por la teoría de Newton y Leibniz, y en la actualidad los sistemas dinámicos es una disciplina que ha tomado fuerza en las ramas de las matemáticas, la cual estudia los fenómenos a través del tiempo y permite ver al cálculo no como el todo sino como una parte de los sistemas dinámicos.

MARCO TEÓRICO

Referente Filosófico

Modernidad

Es una corriente filosófica que tiene como representantes a: Rene Descartes, los empiristas, los racionalistas, Kant, Hegel, Habermas entre otros. El inicio de este pensamiento es aproximadamente en 1640, y, es una reacción contra la escolástica³ que había dominado a Europa y el pensamiento desde el siglo V d.C. hasta finales del XV d.C.

La modernidad está centrada en la razón y su uso para abordar los nuevos conocimientos y construir un proyecto de sociedad. Esta es una de las características fundamentales de esta corriente filosófica, sin embargo un autor que describe las características de la modernidad es el chileno Armando Roa, en su libro titulado *“Modernidad y postmodernidad. Coincidencias y diferencias fundamentales”* de las cuales mencionare las más fundamentales para el estudio de esta investigación:

- Creer absolutamente en la exclusividad de la razón para conocer la verdad.
- Ignorar la tradición de la manera más radical (uso de la razón).
- La razón manifiesta su poder en la físico-matemática.

Rene Descartes nacido en la Haya, Francia, el 31 de mayo de 1596. Muy niño entro al Colegio de Fleche, dirigido por jesuitas, tuvo una gran fundamentación filosófica y educación clásica, que luego se reflejaron más adelante en diferentes escritos que marcaran la fundamentación del movimiento filosófico moderno, y, que por su legado literario como: *“El discurso del método”* establece gran influencia en el siglo XVII. Desde esta época la historia queda marcada con una frase de Rene Descartes: *“nada*

³ La escolástica es una corriente filosófica que dominaba la época medieval, que se basó entre la coordinación de la fe y la razón. Uno de los representantes más destacados sin duda fue Santo Tomas de Aquino.

puede agregarse a la luz pura de la razón que de algún modo no la oscurezca”, denominándose por esto, el siglo de las luces.

Dentro de la modernidad que alude a la concepción del hombre y de la historia se maneja el dualismo sujeto-objeto del conocimiento como menciona (roa, 1995), en la cual la época moderna afirma que el hombre es sujeto y que enfrenta a la realidad como objeto, es en esta relación donde el hombre como sujeto está constituido por la razón para abordar los conceptos físico-matemáticos que son válidos por ser demostrables por cualquiera.

Es claro que esta corriente es la historia del desarrollo en Europa, pero obviamente el hombre madura a través de una reflexión social, educativa, política, etc. Es lógico que un pueblo mida su estado evolutivo, su autonomía en el manejo de la conducta de la misma, y pueda crearse mundos autónomos en incesante novedad.

Campo Educativo

La modernidad que está enmarcada por el uso de la razón para la construcción del conocimiento, también está fundamentada en el siglo XVII por los grandes avances físico-matemáticos que le dan mayor fundamentación a esta corriente; en ese mismo sentido, en el campo de la educación, los pedagogos se ven seriamente influidos por este estereotipo y proponen modelos pedagógicos en esta perspectiva. Entre los autores más representativos de esta época de la pedagogía moderna, se encuentran: Jan Amos Comenio, Juan Jacobo Rousseau, Johann Pestalozzi, Jean Piaget, María Montessori, Robert Gagne, entre otros. Todos estos representantes de la pedagogía diseñaron modelos racionalistas y muy estructurados basados en la razón como eje fundamental para sus propuestas.

En cuanto a sociedad Parsons formula claramente: *“La condición más decisiva para que un análisis dinámico sea válido, es que cada problema se refiera continua y sistemáticamente al sistema considerado como un todo. Un proceso o conjunto de*

condiciones o bien “contribuyen” al mantenimiento (o al desarrollo) del sistema, o bien es “disfuncional” en lo que se refiere a la integridad y eficacia del sistema.

Esta afirmación describe que en la modernidad las sociedades industrializadas se preocupan por ser más competitivas, por lo que impulsan la optimización de su racionalidad, además el *sistema* tiende a ser optimista que corresponde a la estabilización de las economías de crecimiento, es decir, esta sociedad está impulsada por las acciones internas del sistema basadas en el funcionamiento y donde la ciencia debe reemplazar a la religión para definir los objetivos de la vida.

El saber es primordial para el funcionamiento de una sociedad, por lo que es importante desarrollar su buen uso para optimizar recursos y desarrollar proyectos que atiendan a las necesidades sociales, sin embargo, el saber desde la perspectiva moderna forma un todo integrado y sigue sujeta a un principio de contestación. Desde un aspecto del funcionalismo o el criticismo como se describe anteriormente se concluye a dos tipos de saberes como menciona Lyotard *“uno al positivista, que encuentra fácilmente su explicación en las técnicas relativas a los hombres y a los materiales que se dispone a convertirse en una fuerza productiva indispensable al sistema, otro crítico o reflexivo o hermenéutico que, al interrogarse directamente o indirectamente sobre los valores o los objetivos, obstaculiza toda recuperación”*.

Campo Tecnológico

LA REVOLUCION INDUSTRIAL

La revolución industrial se inició en Inglaterra en el siglo XVIII, un poco después de la intervención del pensamiento moderno, y que impulsó el desarrollo económico, social y político de su país, más tarde se va a expandir por Europa en países como: Francia, Alemania, Estados Unidos y Bélgica, sin embargo, más adelante se va a difundir a Rusia y España.

Mientras que la edad antigua estaba enmarcada en la producción artesanal, y el trueque como modos de supervivencia, la edad moderna y la intervención de la revolución industrial se van a caracterizar por una transformación social, política y de propuestas

de nuevas técnicas para impulsar el desarrollo de la industria. Esta revolución, que es la llamada “primera revolución industrial”, desarrollada aproximadamente entre 1760 y 1830 se caracteriza por las siguientes cualidades:

- Nuevos métodos de trabajo para la sociedad.
- Inventos que ayudan en el desarrollo de la sociedad.
- Desarrollo de maquinaria para la simplificación del trabajo humano.
- Uso de nuevas materias primas como: carbón, petróleo, madera, algodón entre otros.
- Cambios de proceso, comunicación y transporte.

Algunos de los muchos inventos que marcaron esta época son:

La máquina de vapor inventada en 1712 por el inglés, Thomas Newcomen, quien impulso el invento de maquinaria y apporto otros inventos, no menos importantes, sin embargo, más adelante, este invento es perfeccionado por James Watt.

La pila eléctrica, creada en el año 1800 por el italiano físico Volta Alessandro e impulsor de estudios sobre electricidad.

Submarino “tortuga”, primer transporte que recorre la profundidad del mar. En el año 1716 fue puesto en marcha, se le atribuye este invento a Bushnell David de Estados Unidos, concebido para atacar un buque de guerra enemigo.

Globo aerostático. Creado en 1783 por los hermanos franceses Joseph Montgolfier y Jacques Montgolfier.

Estos son algunos de los muchos inventos que marcaron la revolución industrial, evidenciando que a medida que avanza la ciencia y la tecnología, la vida para el hombre se hace mucha más simplificada en sus oficios, en su forma de comunicación y de transporte. Ahora que estamos en el contexto de la revolución industrial profundizaremos específicamente en la historia del desarrollo de las calculadoras, ya que es importante describir como llego la calculadora y los inventos hacia esta dirección, porque influyen en la enseñanza del cálculo.

HISTORIA DE LAS CALCULADORAS EN LA MODERNIDAD

El cálculo que se fundamenta en la estructura del movimiento y del cambio, tiene como herramientas de ayuda para su desarrollo, las maquinas calculadoras, estas, han evolucionado a través del tiempo generando impacto en su época de creación, sin embargo, el tiempo mismo, genera nuevas evoluciones, porque el hombre sigue trabajando incansablemente por estar avanzando, científica, social y tecnológicamente.



Una de las primeras máquinas de cálculo, se le atribuye al filósofo, físico y matemático francés Blaise Pascal (1623-1662), quien diseñó esta herramienta en 1642 para ayudarle al papa, que en ese entonces fue nombrado comisionado real de servicio de impuestos y requería de realizar cálculos mecánicos y rápidos para responder a su cargo.

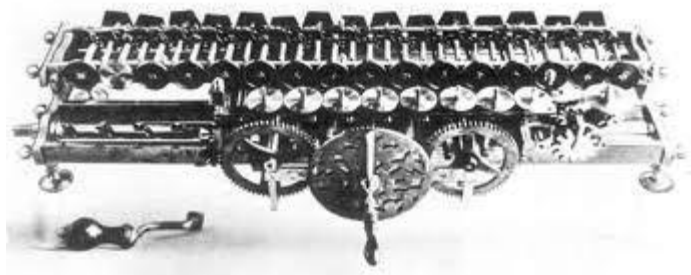
Pascal que a sus 18 años de edad inventó esta máquina, la validó en 1649, sin embargo, la máquina puesta a la venta era muy costosa, por lo que fue un fracaso comercial, sin embargo, su invento en esa época impactó en la ayuda para hacer sumas y restas de forma mecánica, distribuyendo 50 pascalinas en toda Europa.



Después de mucho tiempo, aproximadamente 23 años más tarde de la creación de la pascalina, interviene un personaje reconocido por la creación del estudio del cálculo y que realizó profundas e importantes contribuciones en las áreas de metafísica, epistemología, lógica, filosofía de la religión, así como a la matemática, física, geología, jurisprudencia e historia; el alemán Gottfried

Wilhelm Von Leibniz. (1646-1716).

Este hombre se encargó de añadir a la pascalina, las operaciones de multiplicación y división, así que para la elaboración de esta calculadora

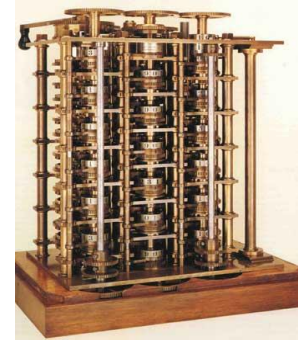


participaron muchas personas, por bastante tiempo. La multiplicación se realiza como

sumas sucesivas y la división por la operación inversa. Leibniz construyó esta máquina cuando tenía alrededor de 25 años y se comercializó en 1694.

Estas máquinas que se han descrito hasta el momento eran mecánicas y no se podían considerar automáticas, pues necesitan de un operador humano, sin embargo, solo más adelante Joseph Jacquard presentó en 1801 en París un telar automático controlado por tarjetas perforadas.

Posteriormente el matemático inglés Charles Babbage (1782-1871) inventó en 1822 la máquina de diferencias, esta máquina puede considerarse como una computadora digital con un programa fijo. Este personaje desarrolló en 1833 la máquina analítica capaz de realizar cualquier secuencia de instrucciones aritméticas, que por su funcionamiento iba a ser la primera programadora de la historia.



Este impulsor de la tecnología marcó la época de las computadoras modernas, designadas así, por ser programadas por instrucciones básicas. Babbage se destacó más que todo por la creación de dispositivos mecánicos y formar parte en la Sociedad de Matemáticas de Londres.



En el desarrollo de los dispositivos electromecánicos esta la invención en 1889 la máquina tabuladora de Herman Hollerith (1860-1929) estadístico estadounidense que es considerado el primero en lograr el tratamiento automático de la información. Este invento fue creado por la necesidad de realizar los censos en tiempo más corto, en ese tiempo la duración de un censo era de 10 a 12 años, por lo que analizar que las preguntas se podían responder con dos opciones: sí o no. Esta máquina estaba basada en tarjetas perforadas.

En 1890 el gobierno eligió esta máquina para elaborar el censo de 1890, tres años después se perforaron alrededor de 56 millones de tarjetas perforadas, posteriormente en 1896 Hollerith fundó la empresa Tabulating Machine Company con el fin de comercializar su invento. Más adelante esta empresa va a formar parte de International Business Corporation (IBM).

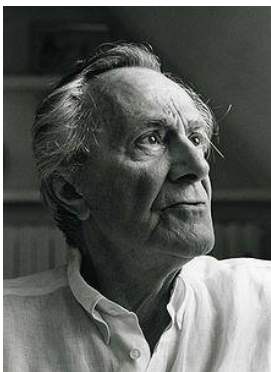
Otro autor en la invención de dispositivos electromecánicos es el español Leonardo Torres Quevedo (1852-1936) invento el primer sistema completamente automático de ajedrez.

Entre los años 1930 y 1940 la segunda guerra mundial influyo en el desarrollo de ordenadores, por ejemplo un proyecto financiado por el ejército de los Estados Unidos, donde se crearon cinco ordenadores basados en relés electromecánicos como componentes operacionales básicos, representando un significativo avance en las calculadoras del momento.

Como se pudo evidenciar la sociedad tiene cambios sociales, culturales, y políticos conforme a los nuevos descubrimientos, que se presentan en la época, en ese mismo sentido la tecnología simplifica el trabajo del hombre generando un modo de vida cada vez más independiente y autónoma.

Estos descubrimientos que se mencionan en la historia de la tecnología, que son muy pocos, son evidencia que el hombre progresa por la esperanza de un mundo mejor, que está siempre en cambio y que solo el conocimiento y la capacidad del hombre para utilizarlos son un ingrediente para un mundo cambiante y de incertidumbre, sin embargo, en la modernidad se utiliza un ciencia basada en la verdad argumentada en una estructura consistente y no idealizada.

1.1.1. Postmodernidad



La postmodernidad tiene sus orígenes en autores conocidos más comúnmente como los maestros de la sospecha: Nietzsche, Freud y Marx quienes con el desarrollo de sus críticas del modernismo iniciaron la condición de la posmodernidad que posteriormente destruirá el sistema construido por Kant y Hegel.

Otro actor, aún más importante que impulsa este movimiento es el francés Jean François Lyotard (Versalles 1924-Paris 1998) reconocido precisamente por

introducir el estudio de la postmodernidad con el libro *“Condición postmoderna: informe sobre el saber”*. Él nos relata como el saber desde diferentes perspectivas sociales, científicas, lingüísticas, tienden a sufrir transformaciones en su misma esencia, por lo que para este estudio es importante nombrar unos conceptos e ideas del autor.

Antes de continuar con las ideas principales de este autor, es importante diferenciar que la postmodernidad no es propiamente una escuela, un sistema o una filosofía, sino más bien, una condición o una nueva forma de replantear todo lo que hasta ahora se había considerado cierto y válido. La postmodernidad se va a centrar en elementos como lo caótico, holístico⁴, interdisciplinario, creativo y *complejo*, este último, término estudiado por Edgar Morín en su libro titulado *“Introducción al pensamiento complejo”*.

Según Lyotard define la postmodernidad como el estado de la cultura después de las transformaciones que han afectado a las reglas de juego de las ciencias, el arte, la literatura a partir del siglo XIX, es decir, es el desprestigio de la razón y la tentación al irracionalismo.

La modernidad que estaba enmarcada en el uso de la razón para luchar por la paz universal, se diluye en la nueva forma de entender el mundo desde otra concepción como indica Lyotard:

“La sociedad que viene parte menos de una antropología newtoniana y más de una pragmática de la partículas lingüísticas”

La estructura de la ciencia basada en la razón se desdibuja ahora con un relativismo de su propio desarrollo, sin tener un horizonte definido en un sistema que se comienza a complejizar la esencia de su método.

⁴ Es un sistema que no puede ser explicado por cada una de sus partes, porque están relacionadas con el todo.

En su libro Lyotard parte de la hipótesis que a medida que cambia el saber cambian las sociedades, porque permiten una evolución en sus oficios diarios, la optimización de tiempo con la invención de nuevas tecnologías que permiten al ser humano independizar sus conocimientos de un pensamiento global, rompiendo los esquemas del uso de la razón y proyectando un mundo de incertidumbre, relativista y poco confiable.

El conocimiento en esta condición va a tener dos cambios que impactaran tanto en la investigación como en su propia transmisión, la pérdida del valor de su uso y su propio fin, que es la construcción del nuevo conocimiento, ya que *“el saber es o será vendido y será consumido para ser valorado en una nueva producción”*. Una implicación de este fenómeno supone que la ciencia reforzara las capacidades productivas de Estados-naciones.

Campo Educativo

En cuanto a sociedad el despliegue económico de los países, ayudado por la renovación constante de técnicas y tecnologías marcha paralelamente con un cambio en la función de los estados. La disposición del poder de las informaciones permitirá la habilidad de tomar las decisiones acertadas, mientras que estas, también serán competencia de expertos de todo tipo.

La componente comunicacional en esta sociedad se hace más evidente como realidad, pero también, como problema, por lo que el aspecto lingüístico es más relevante en esta condición. La opinión tiene un impacto profundo, la manipulación de la comunicación lleva a niveles de degradación del ser humano, pero también, un impulso con la comunicación desde una perspectiva que transforme a la sociedad en un mundo mejor también está presente y articulado en la forma de la utilización de ella.

La teoría de las comunicaciones generan una plataforma de información que no pueden ser controladas para el funcionamiento de un sistema social, es decir las máquinas no corrigen las actuaciones e impacto que generan en el destinatario por lo que es importante responder a la pregunta ¿Cómo garantizar que las actuaciones de las comunicaciones constituyan siempre el mejor objetivo para el sistema social?

Mientras tanto, para la enseñanza los saberes son eje fundamental en las universidades del mundo pero con esta condición postmoderna el papel de la enseñanza toma otros horizontes como el preguntarnos ¿Quién trasmite? ¿a quién? ¿Cómo trasmite?, sin embargo esto apunta a una competición mundial del avance en la ciencia desde las universidades, pero, hay que prepararlos desde su sistema social en el cual los profesionales aporten de manera efectiva y contundente en el desarrollo de la misma sociedad.

Para abordar la enseñanza en esta condición postmoderna tendremos que definir un concepto que está inmerso para el desarrollo de este tipo de proyectos que presentas características postmodernas.

LA PERFORMATIVIDAD

El concepto de *performatividad* es estudiado por el británico Jhon Austin, principal representante de la filosofía del lenguaje ordinario en su libro “¿Cómo hacer cosas con las palabras?” en 1962, en el que define como *performativo* como los actos de habla que “hacen algo al decir algo” en un determinado contexto.

Ahora, este concepto, transforma la enseñanza de los saberes, y lo que resalto a continuación dicho por Lyotard articula perfectamente a la intención de este trabajo.

“Cuando el criterio de la pertinencia es la performatividad del sistema social admitido, es decir, cuando se adopta la perspectiva de la teoría de sistemas, se hace de la enseñanza superior un subsistema del sistema social, y se aplica en el mismo criterio de la performatividad a la solución de cada uno de esos problemas”.

Lo anteriormente dicho por Lyotard, busca el desarrollo de las competencias de la educación superior para ayudar al desarrollo de la sociedad y en ese sentido, transformarla hacia una delimitación de un entendimiento más cultural y una concientización del uso de la información contribuida al desarrollo del ser humano. En ese mismo orden de ideas se deben formar las competencias desde dos campos de acción: competición mundial y competencias que proporcionen al sistema social sus propias exigencias para el mantenimiento de su cohesión interna.

Desde la posición postmoderna el saber no tiene su fin en sí mismo, más bien la responsabilidad de la transmisión de los saberes queda a merced de los docentes y los

estudiantes, es decir, con la tecnología la pedagogía no se vería afectada, pues siempre va a existir un aprendizaje para el desarrollo humano, porque él está en constante crecimiento, pero si genera un repensar en los interrogantes de los nuevos lenguajes de información como ¿a dónde dirigir la pregunta? ¿Cómo formularla para evitar los errores tal y como lo menciona Lyotard.

En la enseñanza es importante responder la pregunta ¿eso es verdad?, ¿para qué sirve?, por lo que la información se vuelve un contexto de mercantilización del saber, generando un impacto en el currículo y el objetivo del perfil profesional en la actuación de la sociedad.

Lyotard designa el saber postmoderno, como regido por un juego de información completa, en ese orden de ideas la información es asequible a todos los expertos, es decir, no hay secretos científicos, la información genera una acumulación de conocimiento que no tiene precedentes y que debe ser examinada detalladamente para que exista una evolución coherente hacia el desarrollo de la ciencia.

Otro concepto que es importante en la educación superior que se relación con la condición postmoderna tiene que ver con la *pertinencia*, como acción educativa para el planteamiento de currículos para los diferentes programas de una carrera profesional. A continuación se contextualiza este concepto.

PERTINENCIA

La enseñanza-aprendizaje de un tema, debe estar sometida a un verdadero análisis y entendimiento del concepto de *pertinencia* que se evidencia como un acto transformador en un contexto educativo. Este término se nombra por primera vez en el informe de la etp (Educación Para Todos) año 2005, validando que la enseñanza no es solo un servicio, sino que debe estar acorde al plan de estudios, a su contexto social, sus necesidades y sus prioridades. La pertinencia educativa es primordial para el desarrollo de la enseñanza porque se establecen condiciones de calidad, eficacia, relevancia, pero lo más importante es que se debe centrar en el sujeto (niño o adulto), y para ello es vital identificar y conocer las necesidades, los contextos y sus prioridades.

Con lo anterior se explica la esencia de la palabra pertinencia en la educación, pero centrándonos más en la investigación de la enseñanza del cálculo diferencial de los programas de ingeniería, el concepto de pertinencia toma una fuerza desbordante, ya que en la actualidad la enseñanza tiende a desviarse del verdadero objetivo de la educación para desarrollar profesionales que estén a la vanguardia de la ciencia y tecnología.

Campo Tecnológico

La evolución de la tecnología es infinita por su incesante desarrollo continuo de la ciencia, lo que afecta socialmente a la enseñanza para la educación matemática, por ello es importante destacar diferentes aspectos en la tecnología:

- El primer computador presentado en sociedad fue el ENNIAC (Electronic Numerical Integrator and Calculator) el 15 de febrero de 1946, que era programado manualmente conectando cables y pulsando interruptores, los datos se suministraban en tarjetas perforadoras, además un inconveniente se presentaba en la programación para los cálculos, ya que podía ser desde media hora hasta un día completo.
- La tarjeta perforada es el primer invento que estimuló la construcción de computadores, es una lámina de cartulina que contiene información en forma de perforaciones según un código binario. Estas fueron las primeras herramientas para ingresar información en un computador en los años 1960 y 1970.
- En 1948 la programación se hace en base a instrucciones, que son secuencias de unos y ceros que representan si una llave debe estar activa o inactiva (1948: *Small Scale Experimental Machine* o “*The Baby*”). A esta forma de programar se le llamó “lenguaje de máquina”.
- A comienzos de 1950 se desarrollaron los primeros lenguajes simbólicos nacidos de la necesidad de recordar secuencias de programación para las acciones usuales. A estas acciones se les denominó con nombres fáciles de memorizar y asociar:

ADD (sumar), SUB (restar), MUL (multiplicar), CALL (ejecutar subrutina), etc. A este conjunto de instrucciones se le llamó “lenguaje ensamblador”.

- A finales de los años cincuenta y comienzos de los sesenta se desarrollaron los primeros lenguajes de alto nivel con su propio vocabulario más o menos limitado, su gramática más o menos estricta y su semántica, que se asimilan relativamente al lenguaje humano. Estos lenguajes se denominan de “alto nivel” porque para poder ser utilizados deben pasarse por un traductor que los convierta a un lenguaje de nivel inferior (código máquina o ensamblador). A este proceso se le llama "compilación" o "interpretación" y lo realiza, curiosamente, otro programa. El código escrito por el programador es lo que se conoce como "código fuente" y el código traducido es lo que se conoce como "código binario".

Para las matemáticas estos avances de programación comienzan a tener auge para el desarrollo científico, para la enseñanza de las matemáticas pero también comienzan a transformar el pensamiento en un lenguaje simbólico para la utilización de la tecnología.

Algunos de los lenguajes de la programación se mencionan a continuación de una forma muy breve, para mostrar al lector que el lenguaje simbólico también hace parte de la enseñanza de las matemáticas y especialmente en cálculo para cursos de educación superior.

- Un **lenguaje de programación** es un conjunto de símbolos y reglas sintácticas y semánticas que definen su estructura y el significado de sus elementos y expresiones, y es utilizado para controlar el comportamiento físico y lógico de una máquina.

- El primero fue FORTRAN (*FORmula TRANslator*) en 1954, y su creación se debe a John Backus. Otros lenguajes de alto nivel son COBOL (*Common Business-Oriented Language*) desarrollado en 1960 por Grace Hopper y otros; Pascal, desarrollado por Niklaus Wirth en 1970 y C desarrollado por Ken Thompson y Dennis Ritchie con el objeto de crear un nuevo sistema operativo (UNIX).

- Basándose en los trabajos publicados por Robinson en 1965, en 1972, Kowalski publica las primeras ideas acerca de cómo la lógica de primer orden podría ser usada como un lenguaje de programación. Poco después Colmerauer lleva a la práctica estas ideas con la implementación del lenguaje PROLOG (PROgramming in LOGic), el primer y más difundido lenguaje que utiliza un nuevo paradigma de programación, la programación lógica.

- Los conceptos de la programación orientada a objetos tienen origen en “Simula 67”, un lenguaje diseñado para hacer simulaciones, creado por Ole-Johan Dahl y Kristen Nygaard del Centro de Cómputo Noruego en Oslo. Estos principios fueron refinados más tarde en “Smalltalk”, diseñado para ser un sistema completamente dinámico en el cual los objetos se podrían crear y modificar “sobre la marcha” en lugar de tener un sistema basado en programas estáticos.

- La programación orientada a objetos se fue convirtiendo más dominante a mediados de los años ochenta, en gran parte debido a la influencia de C++, una extensión del lenguaje de programación C. Su dominación fue consolidada gracias al auge de las Interfaces Gráficas de Usuario, para las cuales la programación orientada a objetos está particularmente bien adaptada. En este caso, se habla también de programación dirigida por eventos.

- Las características de orientación a objetos son utilizadas por lenguajes específicamente diseñados, pero también han sido agregadas a muchos lenguajes existentes anteriormente.

Todos estos avances de programación impacta de manera radical el fenómeno de la enseñanza del cálculo. Actualmente hay muchos software matemáticos que son herramientas de ayuda para la enseñanza del cálculo, por lo cual se exponen algunos estudios con ayuda de herramientas tecnológicas para la enseñanza del cálculo:

- En el 2011 el estudio realizado por Marta Caligaris, María Schivo y María Rosa Romiti de la Universidad Tecnológica Nacional en Argentina, muestra el uso de

software matemático Geogebra para mostrar las interpretaciones geométricas y los teoremas fundamentales que se ven en un curso diferencial e integral.

- El mexicano Carlos Armando Cuevas y el francés François Pluvinage (2009) proponen una estructura curricular para el curso de cálculo diferencial enfatizado al desarrollo epistemológicos de los conceptos e introduciendo tecnologías. Desarrollan un proyecto utilizando un sistema tutorial llamado CalcVisual, por esto, el artículo es llamado “*Cálculo y tecnología*”.

- Sergio Katogui y María Dekun (2009) desarrollan un minicurso en X encuentro gauchó de educación matemática titulado: “*Aprendiendo calculo con mathematica*”, donde destaca la esencia de la herramienta tecnológica Mathematica en la enseñanza del cálculo teniendo en cuenta los momentos apropiados para su uso.

- En el 2009 en el undécimo International Congress on Mathematical Education (ICME) se presenta el trabajo: “*la representación de la recta tangente con respecto a una función para un punto específico utilizando el software Winplot: algunas soluciones incorrectas presentadas por los estudiantes*” las autoras, Gisela Hernandez Gómez y Silmara Alexandra da Silva, experimental el curso de cálculo con la utilización de software matemático, pero a la vez, encuentran resultados incorrectos en los estudiantes por lo cual se cuestionan los procesos que obstaculizan un entendimiento óptimo de un concepto.

- El estudio realizado por Miguel Vera y Franklin Morales (2007) de la Universidad Experimental Sur del Lago (UNESUR) en Venezuela, realizan un trabajo experimental con un grupo de estudiantes, donde el docente actúa como difusor de la cultura matemática mediante un software educativo, y a la vez, motiva a la construcción de recursos didácticos-tecnológicos. Los resultados según la investigación son satisfactorios. Este trabajo fue bautizado “*eficiencia de un software educativo para dinamizar la enseñanza del cálculo integral*”.

- El trabajo desarrollado en Cuba por Yolanda Sabin, Vilma Toledo, Mercedes Albelo, Lázaro García y José Antonio Pino (2005), titulado: *“una herramienta de apoyo a la enseñanza del cálculo diferencial e integral a través de las tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC)”*, se fundamenta en la escasa bibliografía de los libros de cálculo en la institución educativa, por lo que diseñan un libro electrónico que aborde los temas de esta asignatura.
- En 1996 en la Universidad Autónoma de México se realiza un estudio titulado *“la enseñanza del cálculo por computadora”* por Patricia Balderas Cañas, donde se muestra las condiciones de trabajo de un curso de cálculo y con ayuda de calculadoras graficadoras y software matemático como Derive, Calcula, Mathcad, Cactus-plot, entender la relación que hay entre el alumno y las diferentes representaciones del concepto.

Referente Conceptual

Modernidad

Centrare mi atención en la postura de la modernidad como el uso de la razón enfocándola principalmente en la enseñanza del cálculo como uso necesario para el entendimiento y apropiación de conocimientos, sustentado en la ciencia matemáticas como demostraciones, que se usan para argumentar que una teoría es verdadera o falsa. De igual manera destaco la importancia de las demostraciones como herramienta científica en la enseñanza de las matemáticas y como sustentos teóricos que influyen en la misma como verdad que gobierna el pensamiento y que no pueden ser refutadas en discusiones que permitan, aun así, el crecimiento del entendimiento de un saber matemático.

En la enseñanza de las matemáticas es necesario entender las estructuras que conforman una teoría, el origen y desarrollo histórico para entender el mundo como un todo visto desde las matemáticas, además, ver la ciencia de las matemáticas como un sistema consistente y valido.

Postmodernidad

La teoría de la condición postmoderna de Lyotard es de gran uso en este trabajo, ya que me enfatizaré en el uso de la tecnología que comienza a tener un impacto en la enseñanza-aprendizaje del cálculo, por lo que influye en la sociedad la teoría de las comunicaciones y la implementación de nuevas tecnologías, que vislumbran una enseñanza distinta en el cálculo por la manifestaciones de las modificaciones que ha sufrido la ciencia y que actualmente se plantea distintos horizontes debido a la condición postmoderna.

La información y la creación de nuevas tecnologías como software matemático influyen en el fenómeno de la enseñanza de las matemáticas, aun así, cuando no se tengan los recursos para su acceso en su totalidad, o, este impedido este recurso por diferentes dilemas económicos, sociales y educativos.

Hay herramientas fundamentales de la postmodernidad que permitirán abordar distintos aspectos, tanto en la enseñanza del cálculo como su impacto para los programas de ingeniería y analizar la articulación de estos dos, en la formación de un profesional eficaz que sea capaz de desarrollar propuestas que motiven el desenvolvimiento de una sociedad más productiva e industrializada.

Justificación Disciplinar

Hasta los últimos treinta años más o menos, no emergió la definición con la que la mayoría de los matemáticos está de acuerdo en la actualidad: “*las matemáticas son las ciencias de las estructuras*”. (Según Keith Devlin, en su libro “*El lenguaje de las matemáticas*”) o según Ian Stewart (en su libro “*El segundo secreto de la vida*”); *Las matemáticas son la ciencia de la estructura y las pautas*”. El cálculo de acuerdo con estos autores es la estructura del movimiento donde el objeto de estudio son las funciones en una variable o en más variables, por ello, es importante la enseñanza del cálculo diferencial e integral desde la perspectiva de movimiento y el estudio del

concepto de *cambio* es más pertinente para el desarrollo de estos cursos. Las matemáticas está fundamentadas por axiomas, postulados, teoremas, demostraciones que sintetizan teorías y que se van acumulando como una bola de nieve estructurando un pensamiento global de una ciencia, permite repensar desde la universidad, y más específicamente, en los ciclos de ciencias básicas, en un planteamiento para la enseñanza del cálculo enfocada desde los sistemas dinámicos para que sea más oportuna para los programas de ingeniería, es decir, debe existir una pertinencia académica donde la esencia del cálculo debe estar fundamentada por el estudio del cambio y su aplicabilidad en los diferentes campos profesionales. El objeto de estudio como las funciones debe estar conceptualizado y apropiado en los estudiantes, y, paralelamente el concepto de cambio se refleja en el análisis del cambio puntual (cálculo diferencial) o el cambio total (cálculo integral), además, los sistemas dinámicos que se definen como el estado de los sistemas que cambian en el tiempo, tienen mucha relación con el cálculo, la ciencia y es un camino de proyección que aporta a suplir las necesidades que actualmente está enfrentando el ser humano: el cambio y la incertidumbre.

MARCO TEORICO

Hipótesis

A partir de la propuesta de Keith Devlin en su libro “*El lenguaje de las matemáticas*”, donde asevera que el Cálculo es el estudio de la estructura del movimiento, el cambio y el espacio, afirmamos que los libros-textos referidos en los contenidos programáticos para los cursos regulares de cálculo de los programas de

ingenierías no constituyen una herramienta para la enseñanza-aprendizaje del cálculo que responda a la actualidad social, educativa y tecnológica.

METODOLOGIA

La investigación se enmarca en un nivel exploratorio pues no se han encontrado investigaciones semejantes, además, se efectúa sobre un tema desconocido poco estudiado, y, esta investigación no pretende ser sistemática, ni mucho menos exhaustiva, solo pretende producir un nivel superficial de conocimiento. Por otro lado, según su diseño, es documental, ya que estará basada en la búsqueda, recuperación, análisis, crítica e interpretación de datos secundarios; se indagará la bibliografía de los libros de texto que se enuncian en los programas de ingeniería para el curso de cálculo diferencial, de cuatro universidades de gran trayecto histórico e impacto en la educación superior en Colombia: Universidad Nacional de Colombia, Universidad de los Andes, Universidad Javeriana y Universidad Sergio Arboleda.

Siguiendo con la descripción de la metodología de este trabajo, en cuanto a sus características, se va a referenciar por ser un estudio de naturaleza cualitativa, dado, que se va a estudiar relaciones o asociación de variables en contextos estructurales y de acuerdo a la situación, es decir, una argumentación escrita, utilizando procesos de tipo generativos, constructivos y subjetivos; específicamente en este caso, se analizarán algunos libros de cálculo para estudiar el concepto de cambio en los temas para un curso regular de cálculo diferencial, contrastándolos con la actualidad social, educativa y tecnológica en la que estamos inmersos.

Finalmente, la utilidad que se le va a dar a la investigación es aplicada, porque está encaminada a la resolución de problemas prácticos, con un margen de generalización limitado. En este trabajo se pretende explorar un nuevo objeto de estudio enfocado en la necesidad de vincular los sistemas dinámicos en los cursos regulares de cálculo para los programas de ingeniería, utilizando como puente intelectual el concepto de cambio, y, de la misma forma estructurar un curso de cálculo donde se involucre con mayor imponencia la aplicación de la vida real, acercándonos cada vez más, al perfil de un ingeniero.

El desarrollo de este trabajo busca como finalidad, dar una solución, para el mejoramiento en la educación superior, específicamente en la enseñanza de los cursos regulares de cálculo para los programas de ingeniería, con la fundamentación matemática necesaria y el uso de las herramientas tecnológicas que actualmente tenemos a nuestro alcance, sin embargo, solo el desarrollo y conclusión de este estudio nos precisara si se cumple esta finalidad.

Para concluir, la metodología estará enfocada como se menciona a continuación:

- Según su nivel: Exploratoria.
- Según su diseño: Documental.
- Según su naturaleza: Cualitativa.
- Según su finalidad: Aplicada.

Para desarrollar la investigación se analizaran 5 libros de textos enunciados en los contenidos programáticos de ingeniería para un curso regular de cálculo diferencial de la Universidad Nacional, Universidad Javeriana, Universidad Sergio Arboleda y Universidad de los Andes.

Los libros escogidos por el análisis fueron:

No	NOMBRE DEL LIBRO	AUTOR O AUTORES	EDITORIAL	No EDICIÓN	AÑO
1	Calculus	Tom Apostol	Reverte	2	1984
2	Calculo con geometría analítica.	Earl Swokowski	Editorial Iberoamérica	2	1989
3	Calculo en una variable	George Thomas Jr.	Pearson Prentice Hall	11	2006
4	Calculo	Edwin Purcell Dale Vargerb Stiven Rigndon	Pearson Prentace Hall	9	2007
5	Calculo. Trascendentes tempranas	James Stewart	Cengage Learning	6	2008

Estos libros se analizaran con la siguiente ficha técnica:

**ESTUDIO DE LA METODOLOGIA DEL TEXTO DE CALCULO
IMAGEN DE LA CARATULA:**

Lo primero en la ficha es una imagen de la caratula del libro que se va analizar, ya que permite para el lector una identificación visual del texto.

NOMBRE: Aquí se escribe el nombre del libro.

EDICIÓN: En este espacio se anota el nombre de la editorial, número de edición y año del mismo.

AUTOR: Se nombra el autor del libro.

OBJETIVO EN LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO:

Se describe la postura del autor de lo que pretende con el texto.

TEMAS GENERALES SOBRE CÁLCULO DIFERENCIAL:

Se describirán los temas de manera general según el libro, sin entrar a la profundización de ellos. Se escogerán las secciones del libro que desarrollan temas enunciados en los contenidos programáticos de un curso regular de cálculo diferencial.

METODOLOGÍA:

Se identificara las herramientas que utiliza para el desarrollo de los temas como: tecnología y gráficas. Por otro lado, se describirá un análisis del método de enseñanza para los temas de cálculo diferencial.

DISEÑO INTERIOR:

Se describe como está diseñado el libro, su presentación inicial, secciones en que se divide el libro para el desarrollo del tema, orden de los temas, presentación de las gráficas o imágenes, colores de impresión.

UTILIZACION DEL CONCEPTO DE CAMBIO EN EL TEXTO:

Aquí se describirá las secciones de los temas de cálculo diferencial donde se evidencia el concepto de *cambio* y su aplicación. El concepto de *cambio* se analizara teniendo en cuenta como el libro desarrolla el análisis cualitativo y cuantitativo de fenómenos que se pueden modelar mediante funciones a través del el tiempo. Ahora, tanto para el cualitativo como para el cuantitativo se detalla si el autor utiliza representaciones geométricas con el uso de las tecnologías para desarrollar un tema de cálculo diferencial enfocados hacia los sistemas dinámicos.

Otro instrumento que fue incluido para este trabajo, es una entrevista a Antanas Mockus, donde se aborda al profesor, con preguntas que tienen que ver con la enseñanza del cálculo en Colombia y la incursión de los sistemas dinámicos en la misma.

RESULTADOS OBTENIDOS

RESULTADO DE LA ENTREVISTA

La visión que nos transmite la entrevista con Antanas Mockus es que la enseñanza de las matemáticas está actualmente en un desarrollo de proyectos postmodernos, refiriéndose en ese sentido a la condición postmoderna. Con referencia a las matemáticas nos sitúa en la postmodernidad con autores de la filosofía de las matemáticas como Kurt Godel y David Hilbert, donde este último soñaba con demostrar que la matemática era consistente, mientras que con Kurt Godel se evidencia en sus teoremas, permitir mostrar que en una prueba matemática, no hay prueba matemática de la consistencia de un sistema matemático que incluya la aritmética, por otro lado, nos aclara que el postmodernismo surgió con anterioridad en la disciplina de las matemáticas con el desarrollo de la filosofía matemáticas y sus propuestas para ese entonces anteriormente mencionadas, recordemos, que el teorema de Godel fue publicado en 1910 y el programa de Hilbert fue mucho antes.

En la enseñanza de las matemáticas es bueno destacar que la postmodernidad crea una postura diferente del matemático y el profesor de matemáticas para la enseñanza del cálculo, porque la certeza tiende a ser relativizada y las matemáticas comienzan a tener un sentido más de utilidad que del saber en sí mismo.

Lyotard nos direcciona a el desarrollo de diferentes ideas individuales responsables que están enfocadas a un mismo dilema, por lo que los relatos que proyectaban un concepto de sociedad hacia la libertad, autonomía y progreso, ahora presenta cuestionamientos que se evidencian en la misma actualidad del desarrollo mismo del ser humano.

La sociedad colombiana es calificada según Antanas con característica moderna por un estudio que describe que la conducta de un joven religioso y otro que no la práctica, son similares respecto a la moral y la ley, dejando en discusión el impacto de la religión para el desarrollo moral de una sociedad.

Cabe aclarar que aunque el estudio que menciona hace caracterizar a una sociedad tradicional, es importante que el desarrollo de una sociedad está afectada por el avance

de la ciencia aunque no haya total acceso a su uso en la sociedad, si va a ver desarrollo de proyectos que se traten de acercar a ella.

La enseñanza de las matemáticas está fundamentada en raciocinios y metodologías que se representan en un punto de vista científico para aplicaciones ya sean precisamente matemáticas y especialmente para la vida real.

En cuanto al cálculo la experiencia que él tuvo acerca de la enseñanza del cálculo fue en el colegio, por lo que destaca que en Francia estudian en los primeros cursos, análisis funcional que es una disciplina que tiene una conceptualización más autónoma y que es matemática pura que permite un proceso de aprendizaje en la construcción de estructuras y construcción de pruebas, por lo que cataloga más importante que el mismo hecho de saber calcular.

El cálculo ha tenido renovaciones conceptuales y la construcción de nuevos conocimientos, y a su vez también se establece una innovación de notación. Recordemos que las matemáticas es un lenguaje que entiende el receptor por medio de símbolos que tienen un significado, y que se expande en direcciones simultáneas según su sistema de consistencia.

La tecnología es una herramienta fundamental porque optimiza el tiempo y proporciona distintos momentos de aprendizaje externos que son propicios para el estudiante pero, además, enriquece en la enseñanza del cálculo el acceso para encontrar curvas con un software matemático, lo que en tiempo atrás generaba un trabajo de tiempo y dedicación, sin embargo, lo que se mantiene firme son las bases clásicas de los saberes, por ejemplo aunque la tecnología avance, las gráficas de dos dimensiones se representan en un plano cartesiano y no en un sistema diferente creado por el sistema. La importancia también radica, como menciona Antanas, es que el uso de la tecnología ya ha podido probar teoremas de matemática pura.

Para la inclusión de la tecnología en la educación, Antanas hace énfasis en la palabra *competencia*⁵, una persona es competente si sabe ¿Cómo? Frente a una situación expuesta donde intervenga el uso del raciocinio y las habilidades para proponer un planteamiento que permita la solución efectiva en el contexto dado.

⁵ La competencia se define en Colombia como *un saber hacer en contexto* (ICFES-Hernandez 1996; Marín 2000)

El uso tecnología debe estar enmarcado en la independencia de la misma enseñanza de las matemáticas, es decir, también es importante el uso del papel y el lápiz, motivando el uso parcial y no completa de la tecnología. Si bien es cierto que la tecnología es una herramienta de ayuda para la enseñanza de las matemáticas, no fundamenta la enseñanza total de la misma, porque obviamente no estamos totalmente en un mundo con acceso mundial a la tecnología. La tecnología avanza por su misma cuenta pero estoy seguro que llegaremos a un acceso total del uso de la tecnología para la educación en la enseñanza, y específicamente en el cálculo, que a la vez, podría tomar un rumbo distinto.

La palabra *competencia* que en la educación es muy mencionada, él la fundamenta en la enseñanza del cálculo bajo el argumento de que deben existir unos saberes para poder operar, refiriendo a el uso de la tecnología, es decir, la tecnología nos ofrece el uso para graficar funciones pero debe existir primeramente, una fundamentación que intervenga en el estudiante para un aprendizaje óptimo y no postmoderno en todo el sentido de la palabra, es importante entender que la tecnología (software matemáticos) es un lenguaje de instrucciones para que desarrolle una conclusión de un problema, pero es importante destacar que el hombre está por encima de la máquina y tiene que gobernarla coherentemente para una solución satisfactoria dentro de un sistema lógico y veraz.

Adentrándonos más para los programas de ingeniería él se refiere a que los ingenieros trabajan más hacia la incertidumbre y las matemáticas son menos exhaustivas, por lo que la enseñanza se debe enfocar más hacia el ¿Cómo?, ¿para qué sirve? y no hacia el ¿Por qué?. En estos horizontes los *sistemas dinámicos* presentan respuestas contundentes hacia estas dos preguntas pedagógicas, sin embargo, es importante mencionar que Antanas recomienda, una exploración más profunda para analizar su articulación ya que afecta la *filosofía de las matemáticas*.

En cuanto a una reforma curricular para la incursión de los sistemas dinámicos en los programas de ingeniería a través de la enseñanza del cálculo, está de acuerdo y como el menciona literalmente ***“Pues me parece así a primera vista, muy, muy pertinente, de hecho, curaría al cálculo de cierta bastardía intelectual o académica”***.

RESULTADO DE LA METODOLOGÍA DE LOS LIBROS DE TEXTO

LOS TEXTOS DE CÁLCULO Y SU IMPACTO EN LA ACTUALIDAD

En los cinco libros estudiados superficialmente con respecto a los objetivos de la enseñanza del cálculo y la postura del autor para la presentación del libro, la primera observación es que un libro surge como herramienta para la enseñanza, que se relaciona con la actualidad social, educativa y tecnológica de una nación. Un libro representa el análisis minucioso de académicos que trabajan por presentar un producto elaborado, verídico y eficiente que responda a las necesidades curriculares de los profesionales en formación a nivel mundial, pero también, es una herramienta fundamentada desde la ciencia para el desarrollo educativo en una institución, que motive la investigación y que promueva actividades de carácter científico o pragmático.

Todo lo anterior impacta en el currículo y los libros sugeridos en los contenidos programáticos tienen una argumentación que se relaciona con la actuación del docente en el aula, el desarrollo educativo de las instituciones, por lo que quiero aclarar que el estudio es para mostrar la posición de la metodología de los libros de cálculo con la actualidad social, educativa y tecnológica en Colombia.

El libro se puede analizar desde diferentes categorías:

- El texto en el currículo.
- El texto en sus contextos.
- El texto en su evolución.
- El texto y su estructura.

A continuación realizo un breve resumen de los libros analizados de las ventajas y desventajas que presentan con respecto a la enseñanza del cálculo para los programas de ingeniería desde los diferentes enfoques mencionados anteriormente:

- **EL TEXTO EN EL CURRÍCULO**

Para desarrollar una descripción en esta categoría voy a utilizar la definición de currículo de Stenhouse (1984) *“un curriculum es una tentativa para comunicar los principios y rasgos esenciales de un propósito educativo, de forma que permanezca abierto a la discusión y a la crítica y se puede trasladar efectivamente a la práctica”*. En este estudio se analiza la pertinencia de los libros de texto para la actualidad social, educativa y tecnológica, por lo que haré un contraste con su actualidad. Ahora, específicamente en matemáticas es inevitable nombrar a Luis Rico (1997) y las componentes de un currículo: objetivos, contenidos, metodología y evaluación. Claro está que me centrare más en los objetivos y los contenidos de los libros de texto y en el desarrollo de los temas de un curso regular de cálculo diferencial.

Los contenidos de las universidades propuestas en la investigación, no varían mucho, en general desarrollan temas de funciones, límites, derivada y aplicaciones de derivadas (vea anexo sobre los contenidos programáticos de las universidades).

Ahora, en cuanto a los libros, los contenidos de cálculo presentados aquí tienen características similares ya que presentan el cálculo como útil para las aplicaciones matemáticas y en la vida cotidiana, solo hay uno que tiene características distintas que inciden en el currículo, es el Calculus de Apóstol porque presenta el libro desde un enfoque histórico y filosófico de las matemáticas, desarrollando primero los temas de cálculo integral y luego el cálculo diferencial como en realidad surgió en la historia. Este libro nos cuestiona, por ejemplo, la secuencia de los cursos de cálculo, en todos los planes de estudio de los programas de ingeniería siempre existe el orden de cálculo diferencial y luego el de integral, cuando en el desarrollo de la historia fue distinto.

Los otros cuatro libros desarrollan los temas en la misma dirección que el currículo plantea en los programas de ingeniería, y además, desarrolla el curso de cálculo para que el estudiante al finalizarlo este en la capacidad de aplicar técnicas de cálculo, ya sea para situaciones matemáticas o aplicaciones de la vida real, desarrollando una capacidad crítica para aplicar esta herramienta en su campo profesional.

- **EL TEXTO EN SUS CONTEXTOS**

Love y Pimm (1996) concluyen que no sólo es necesario considerar las características de los libros de texto y el resto de los actores, sino también y especialmente las relaciones que se establecen entre ellos.

Es claro que el libro para la mayoría de docentes no capta la atención total de un único texto, sino que se centra en una consulta múltiple que le brinde herramientas para abordar la asignatura de acuerdo a su contexto social enfocando en una enseñanza del cálculo acorde a sus recursos y proyectos institucionales, pero también es claro, que los libros de texto vislumbran una descripción de la cultura y desarrollo en la actualidad.

En la actualidad la profesión de ingeniería demanda una enseñanza más cercana al desarrollo de la ciencia, que sea promovido desde las instituciones y desde el mismo objetivo de universidad como autoridad para implementar proyectos institucionales que involucre la investigación formativa, pero también, la científica.

• EL TEXTO EN SU EVOLUCIÓN

Los libros aquí estudiados tienen un tiempo cronológico, primero está el de Apóstol (1984), luego, el de Earl Swokowski (1989), George Thomas (2006), David Purcell (2007) y James Stewart (2008).

Teniendo en cuenta los textos estudiados se evidencia una evolución tanto en la enseñanza del cálculo como la implementación de nuevas herramientas que ayudan a un mejor proceso de aprendizaje para el estudiante, pero no solo eso, el desarrollo del lenguaje en la enseñanza del cálculo ha tomado furor por los software matemáticos que representa un nuevo lenguaje como herramienta para la enseñanza del cálculo. En el libro de Calculus de Apóstol se contextualiza claramente la época de edición porque presenta un lenguaje riguroso para la enseñanza, ahora, para la actualidad a pesar de que es un texto calificado como formal no es tan aplicable a la vida real que es lo esencial para un ingeniero, mientras que el Cálculo con geometría analítica de Swokowski que es contemporáneo a Apóstol su objetivo es más central para el ingeniero, pero sin embargo, sigue siendo muy riguroso en demostraciones.

Los tres libros, Calculo en una variable (Thomas), Calculo (trascendentes tempranas- James Stewart) y Calculo (Purcell) presentan una herramienta más sólida para la

enseñanza del cálculo, con recursos tecnológicos, páginas web, plataformas on line, que para la actualidad no representan totalmente una herramienta útil para el perfil profesional de un ingeniero, pero si ayuda de una forma más efectiva en la enseñanza-aprendizaje. Esta idea tendrá una mayor ampliación más adelante.

Es importante analizar que el libro más actual enunciados en los contenidos programáticos es el de estadounidense James Stewart, y este libro representa gran acogida en las instituciones de educación superior y viendo la ficha técnica, es el libro más completo que presenta el objetivo tanto para el estudiante como para el docente brindándole herramientas prácticas y desarrolla énfasis en la aplicación de problemas.

- **EL TEXTO Y SU ESTRUCTURA**

La estructura analiza como las componentes del libro se conectan para construir el todo, donde se evidencia una articulación de los distintos conocimientos para la conformación de una teoría unificada y no segmentada.

La estructura de los textos son muy similares en cuanto al desarrollo de sus temáticas, todos los libros exceptuando el Apóstol desarrollan primero funciones, luego los temas de cálculo diferencial: límites, derivadas y aplicaciones; luego calculo integral, es importante mencionar esta articulación y desarrollo de temas que permite establecer una uniformidad con respecto a la perspectiva de la enseñanza del cálculo para los programas de carreras profesionales, pero, específicamente en ingeniería.

La estructura de los textos analizados está articulada para la enseñanza del cálculo generalmente, para cursos de cálculo diferencial, cálculo integral, cálculo vectorial, ecuaciones diferenciales por lo que no presenta temas que se articulen con los *sistemas dinámicos*.

EL CAMBIO

El lector se pudo dar cuenta que en la ficha técnica se analizó la utilización del concepto de cambio y el estudio de fenómenos a través del tiempo (movimiento) en los libros de textos, por lo que es una propuesta para la incursión de los *sistemas dinámicos* en la

inclusión de la educación superior para los programas de ingeniería porque esta rama de las matemáticas tiene un mayor acercamiento a la realidad y la enseñanza de las matemáticas para las universidades deja de ser tan decente en su estilo y más apropiada para responder a las necesidades sociales que presenta un país. Para abordar más profundamente la metodología de los libros de cálculo en la actualidad social, educativa y tecnológica presento una entrevista que ayudara a exponer grandes rasgos de esta investigación exploratoria.

Un libro distinto para la enseñanza del cálculo en Colombia

“THE LANGUAGE OF CHANGE” UN LIBRO PENSADO HACIA LOS SISTEMAS DINAMICOS

La historia del cálculo nos habla acerca de dos grandes protagonistas del siglo XVII: el alemán Leibniz y el inglés físico-matemático Newton, a quienes se le atribuyen la creación del cálculo. La historia relata que estos dos personajes trabajaron el tema en forma casi simultánea, pero con enfoques diferentes. Se establecen diferencias en la forma matemática de presentar el concepto, pero con fines distintos de acuerdo con sus investigaciones que eran totalmente independientes, sin embargo lo que no cambia es el concepto, es decir la definición de derivada, que tiene que ver con la razón de cambio.

Newton llama al cálculo diferencial como el método de fluxiones y al integral como el método inverso de fluxiones, además, descubrió el método de series infinitas y el cálculo durante los años 1665-1666, posteriormente desarrollo otros escritos, pero, va a exponer su teoría del cálculo en 1687 en el *Philosophiae naturalis principia mathematica*, el tratado científico más admirados de todos los tiempos, mientras que Leibniz lo precedió en 1684 con la presentación de cálculo en una revista científica llamada *Acta Eruditorum*. Desde ese entonces el avance del cálculo ha impactado en la enseñanza de las matemáticas en las universidades hasta nuestros días.

En este momento la enseñanza del cálculo está sufriendo cambios metodológicos en otros países del mundo, como por ejemplo Estados Unidos, hay un libro llamado “*Calculus: The language of change*” de los autores David Cohen y James Henle. Este libro relaciona el lenguaje natural, el mundo real con la palabra *cambio*, desde un

enfoque cualitativo y cuantitativo del análisis gráfico de las funciones, y su vitalidad en la enseñanza del cálculo, este texto, además, tiene una forma particular de enseñar el cálculo diferencial, el cálculo integral, las ecuaciones diferenciales enfocados hacia los sistemas dinámicos, que otros libros no hacen, y, paralelamente todavía están estrechamente unidos con la enseñanza del cálculo, obviamente por medio de las bases de Newton y Leibniz.

A medida que pasa el tiempo los conocimientos formales también comienzan en algunos casos a transformarse por diferentes factores como: tecnológicos, humanos, sociales y otros no menos importantes. La enseñanza del cálculo en Bogotá sigue tradicionalmente la teoría de Newton y Leibniz, esto no quiere decir que sea un punto de crítica, pero si de una sugerencia de renovación de la teoría con ayuda de los computadores, es hora de comenzar a transformar esos fundamentos teóricos en conceptos más transversales y de mayor relevancia en la educación matemática, que permita entender en el estudiante universitario desarrollar una formación enfocada hacia la matemática para la aplicación de su profesión, para ello el estudio del concepto de cambio tiene mucha trascendencia, relación y utilidad en el cálculo diferencial, integral, ecuaciones diferenciales y se relacionan con los *sistemas dinámicos* por medio de conceptos y la utilización de herramientas tecnológicas para el estudio cualitativo y cuantitativo de modelos matemáticos. Por lo anterior quiero destacar que la tecnología nos obliga a transmitir los conocimientos de formas distintas y no tradicionales, pero que el mundo en que vivimos es también la evidencia más clara de entender diferentes conceptos, y en este caso, el concepto de cambio, es decir, analizar una función desde lo cuantitativo, como casi siempre se ha visto, pero también desde lo cualitativo, que respecta a la forma de la gráfica y sus características para entender su comportamiento.

Lo anterior describe en su mayoría la importancia de la palabra cambio en la enseñanza del cálculo, por eso a continuación explicare la palabra en diferentes dimensiones, pero más aún, en la educación matemática (enseñanza del cálculo).

En primera instancia la palabra cambio viene del latín *cambium* y significa según la real academia “tardío”. Esta palabra es totalmente dinámica en la vida cotidiana, y se ejemplifica en los dos siguientes acontecimientos:

1) Cuando se coloca una olla con agua a temperatura fija en la estufa, existe un **cambio** de cantidad, en el momento en que el agua se comienza a evaporar.

2) Cuando se infla un globo esférico con helio existe un **cambio** en el tamaño del globo (volumen) y el radio (medida del centro a cualquier punto de la circunferencia).

Estos dos ejemplos son minúsculos del verdadero significado de la palabra cambio en la enseñanza del cálculo, sin embargo, vamos a partir de ellos para conocer algunos elementos precisos de los acontecimientos.

Los ejemplos anteriores muestran que tienen en común un cambio, pero, enfocadas de distintas formas geométricas. En el primer ejemplo, la cantidad es la que cambia, y en el segundo, el cambio existe en la medida del radio y el volumen, sin embargo, existen dos factores que son primordiales en ambos ejemplos, y que sin estos, no existiría el juicio de que hay cambio. Es el espacio y el tiempo.

El tiempo es una magnitud física que mide la duración de un acontecimiento sujeto a cambio por un observador, por eso es claro que la palabra cambio está ligada con el tiempo, es decir, si existe cambio es porque hubo una medida de un acontecimiento a otro. Ahora, no solo el tiempo participa en un cambio, también el espacio es otro factor que se involucra, porque el cambio existe si hay aumento o disminución de un objeto físico, pero también aumento o disminución en medidas lineales (longitud), medidas cuadráticas (área) o volúmenes. En el primer ejemplo la cantidad de agua está en una olla y cuando comienza a evaporarse, la cantidad disminuye, y por lo tanto su volumen también; entonces existe cambio, también sucede con el segundo ejemplo, que a medida que se inyecta helio al globo, su volumen aumenta y su radio también con respecto al tiempo.

A partir de los ejemplos anteriores conocimos elementos para la existencia del cambio, pero también la relación que existe entre ellos. Debemos hacer énfasis en una relación mucho más importante y global con la explicación de cambio y es la relación entre el cambio de una cantidad con respecto al tiempo, denominada también en la mayoría de los libros de cálculo como razón de cambio.

La razón de cambio es la relación que existe entre una cantidad y el tiempo, si miramos el contexto real podemos encontrar muchos ejemplos que evidencien este concepto. En

los libros de cálculo los ejemplos más triviales hacen referencia al acontecimiento del deslizamiento de una escalera puesta sobre una pared, un carro en movimiento que tiene una velocidad constante y acelera, un tanque que se está llenando de agua y otros ejemplos que están ligados también con el movimiento.

La explicación del concepto cambio que cito aquí es solo un abrebocas de la profundidad que tiene en otras asignaturas del cálculo como: integral, ecuaciones diferenciales y sistemas dinámicos.

Lo explicado del concepto fue un punto de vista desde el cálculo diferencial, obviamente falta explicar el concepto de cambio en la representación gráfica de funciones y la incidencia de este concepto para que tome mayor fuerza y esencia en la educación matemática para los cursos regulares de cálculo en los programas de ingeniería.

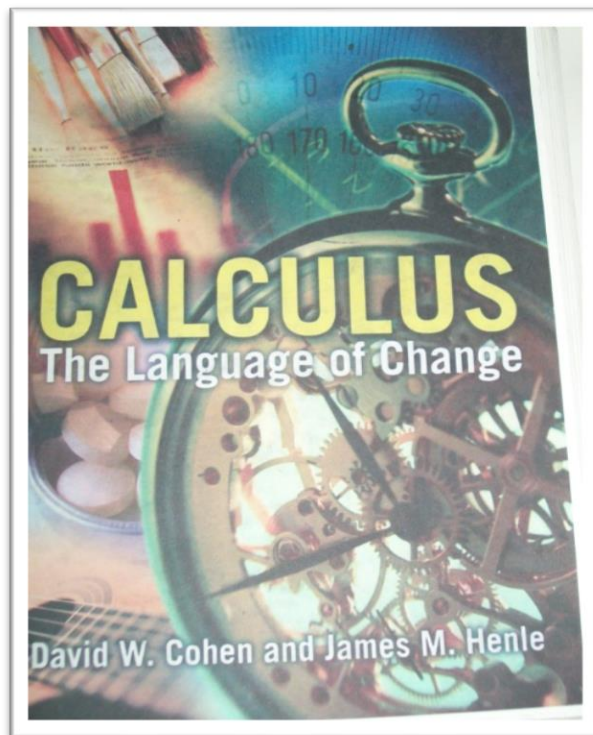
La idea que se quiere precisar es que en Bogotá, y, de forma más global en Colombia, la enseñanza del cálculo no se debe enfatizar solo en el mecanicismo de aprehender a derivar, sino enseñar a través del concepto y tenga mucho más transversalidad, y que el estudiante lo aplique en el momento precisó, es decir, que el estudiante aprenda a saber hacer, saber ser, y saber vivir desde un contexto cognitivo y vivencial. Pero para que esto sea óptimo en el estudiante se debe establecer en la enseñanza del cálculo una *pertinencia académica*⁶ que permita una mayor relación del mundo real y la disciplina misma del cálculo hacia el estudio de la ciencia.

A continuación muestro un libro que propone una forma distinta para la enseñanza del cálculo para las universidades en Colombia y que abre interrogantes de corte curricular, pedagógico, tecnológico, para la enseñanza del cálculo en las carreras de ingeniería enfocándola hacia los *sistemas dinámicos* para el desarrollo en la investigación universitaria más cercana a la ciencia o la unificación misma del cálculo diferencial e integral con ayudas tecnológicas como se evidencia en la presentación del libro "*The language of change*" que a continuación se analiza con la misma ficha técnica creada en el trabajo de este estudio.

ESTUDIO DE LA METODOLOGIA DEL TEXTO DE CALCULO

IMAGEN DE LA CARATULA:

⁶ El currículo en la enseñanza del cálculo deben ser orientada al concepto de cambio y su transversalidad, y no en el mecanismo de aprender a derivar.



NOMBRE: Calculus. The language of change.

EDICIÓN Y AÑO: Jones and Bartlett Publisher. 2005.

SOBRE EL AUTOR: David W. Cohen y James M. Henle.

OBJETIVO EN LA ENSEÑANZA DEL CALCULO:

El objetivo de los autores con este texto está centrado en que el cálculo es un lenguaje, que está diseñada por un arsenal de conocimientos poderosos analíticos. Evidencia en su escrito la importancia del cálculo en la vida real como los satélites orbitales, precios decrecientes, átomos que se descomponen, y, hasta la expansión de las enfermedades.

Enfatiza claramente que el libro es flexible para desarrollar distintos curso de diferentes niveles para diferentes profesiones, además, resalta que la derivada y la integral son parte de un todo, por lo que son más fáciles de entender cuando son estudiadas juntas.

El autor menciona que el libro le dedica secciones enteras a temas en la arqueología, la informática, relaciones internacionales, la política pública, la lingüística y la ecología, generando un impacto en su análisis, pero también en su uso.

TEMAS GENERALES SOBRE CALCULO DIFERENCIAL:

Los temas de cálculo diferencial esta inmersos en distintos capítulos, rompiendo

totalmente el esquema de los libros anteriormente analizados que se utilizan regularmente en un curso de cálculo diferencial para los programas de ingeniería. Por lo anterior se van a nombrar los títulos de las secciones donde están los diferentes temas de cálculo diferencial:

- Introduciendo las palabras
- Aproximando derivadas e integrales
- Introducir las pinturas.
- Métodos algebraicos.
- La teoría básica.
- Herramienta de modelado.
- La teoría más profunda.

METODOLOGÍA:

El objetivo del autor es que el estudiante entienda el Cálculo como un lenguaje universal del cambio, para ello es necesario que el estudiante entienda en primera instancia el significado de las palabras, ya que a partir de ellas se desarrolla el poder para organizar las ideas, y hacer oraciones para que tengan un sentido lógico. Ahora la postura para el docente es que el estudiante entienda el significado de las matemáticas como principio fundamental para la utilización del cálculo.

La metodología del libro está enmarcada en cinco fases para la enseñanza del cálculo diferencial e integral:

- Introducción del vocabulario de calculo
- Presentación pictórica
- Uso de tecnologías para la solución de ejercicios y problemas
- Algebraica
- Teórica

El primer capítulo lo titula “Introduciendo las palabras”, en esta sección el objetivo principal para la enseñanza del cálculo es que entienda el uso y la simbología de la derivada y la integral con respecto al tiempo, desarrollando ejemplos para interpretar el concepto de derivada e integral en problemas de la vida real, es decir,

Que traduzca del español al cálculo y del cálculo al español.

En el capítulo de presentación pictórica, se enfoca en la enseñanza del concepto de derivada e integral de modo informal, por medio de ejemplos gráficos donde se estudia el cambio de las pendientes en distintos puntos. Las imágenes gráficas es una de las herramientas novedosas que presenta este libro, ya que tiende a desarrollar inferencias por medio visual, elemento que es fundamental para la enseñanza del cálculo en la actualidad, y, que en los otros libros no es tan resaltante como en este. Eso permite en el estudiante generar un desarrollo de pensamiento más analítico que fundamentado en la resolución de integrales o derivadas que en momentos carecen de sentido para la utilidad de un ingeniero, a pesar, de que también maneja una sección para estudiantes con intereses más

profundos y abstractos para esta rama de las matemáticas.

En cuanto a las tecnologías son incorporadas las calculadoras en forma general, por ejemplo, la calculadora graphing y programas del computador. La utilización de usar los dispositivos y programas son libre opción del estudiante, destacando que lo importante es que el aprendiz se sienta cómodo con la herramienta tecnológica para abordar distintos temas, sin embargo, los que no tienen su propia herramienta pueden encontrar los instrumentos del software en el sitio web del libro.

Este libro destaca la tecnología en todas partes del libro por medio de aplicaciones o ejercicios, por lo que presentan cinco iconos para identificar que software se debe utilizar. Las herramientas computacionales que utiliza el libro son: graphing utility, solver, hojas de cálculo de Excel, software especializado o surface graphing utility.

Es importante destacar que en su metodología prima el uso del cálculo a través de aplicaciones de la vida real, confrontando en todo momento al estudiante para que asimile la esencia del cálculo para su rol como profesional.

DISEÑO INTERIOR:

El libro presenta en primera instancia el contenido de los temas que se van a desarrollar, luego en su prefacio hace una breve explicación del libro y más adelante explica la flexibilidad de los temas para abordar distintos cursos de cálculo según su profesión, por ejemplo, para los ingenieros y físicos recomienda el curso de cálculo I la sección de los capítulos 1, 2, 3, 4 y 6 junto con algunos de la sección opcional como 4.11, 4.12, 4.15, 4.16, 4.17, 6.10 y 6.12, calculo II, los capítulos 7, 8, 9 10 y 11 junto con algunos de la sección opcional como, 7.10, 7.12, 7.13, 7.14, 8.6, 9.13, 10.7, 11.5, 11.6 y 11.7

En cuanto al diseño del libro el libro enmarca en recuadro los teoremas, definiciones, lemas proposiciones, y, por otro lado, los ejercicios y aplicaciones se argumentan mucho en el diseño de gráficas y en situaciones de la vida real apropiada para las diferentes profesiones que el libro nombro.

Es importante aclarar que una de las ventajas más grandes de este libro es la utilización de muchas gráficas para el entendimiento de un concepto o su misma aplicación.

UTILIZACION DEL CONCEPTO DE CAMBIO EN EL TEXTO:

En primera instancia, el libro se titula “El lenguaje del cambio” donde es clara su intención, además, en su caratula esta un reloj, una guitarra, unos pinceles en los cuales se percibe la esencia del lenguaje del cambio en diferentes campos de la vida real.

A pesar de que el libro en ningún momento define el cálculo, explica el autor que su objetivo es enseñar un lenguaje, el lenguaje del cambio, para ello le dedica un tema donde explica sobre cantidad y cambio.

En la presentación pictórica desarrolla el análisis del cambio de la forma geométrica de una función en distintos puntos, es decir, utiliza un argumento cualitativo de la gráfica, donde se precisa el cambio de una pintura según sus pendientes en distintos puntos.

Una de las características principales del texto es que desarrolla aplicaciones y ejemplos utilizando como variable independiente y principal, el tiempo, que es una variable que además, está presente en todo el libro, porque el análisis de cambio de un fenómeno, es primordial el espacio y el tiempo para que existe una aplicación.

Es importante que el texto al enfocar su metodología en la adquisición de un lenguaje del cambio para esta rama de las matemáticas, no se centra en la memorización de fórmulas o demostraciones rigurosas para los estudiantes, aunque estas últimas también hacen parte del método de enseñanza, por el contrario, desarrolla en el estudiante un concepto global de lo que significa el cálculo y como lo puede utilizar en su campo de acción profesional.

Como se mostró anteriormente, el libro presenta una innovación desde distintos enfoques que ayudan a repensar la organización del currículo para el desarrollo de las asignaturas de matemáticas que corresponde al ciclo de ciencias básicas para los programas de ingeniería. El uso de la tecnología es el factor principal en este texto, además, su impacto visual es más profundo y el desarrollo de los temas están basados con problemas de aplicación donde esta presenta el cambio como fenómeno en el tiempo, el cambio desde una interpretación cuantitativa y cualitativa que permite al estudiante interactuar desde la realidad actual con el uso de las tecnologías, en cuanto a los temas, hace ver el cálculo como un todo integrándolo con el uso de la computadora de forma informal y formal en cuanto a los temas de derivadas y las integrales, proponiendo una enseñanza distinta del cálculo, además, *el autor involucra los sistemas dinámicos después de los temas de cálculo integral, donde se ven temas como retrato de fase, puntos de equilibrio, campos vectoriales, que en los libros de cálculo no son mencionados, y mucho menos los sistemas dinámicos.*

- **EL TEXTO EN EL CURRÍCULO.**

Este texto al presentar la enseñanza del cálculo de manera distinta representa una propuesta minúscula para la innovación curricular de lo que respecta a los cursos no

solo de cálculo diferencial, sino a cualquiera de los otros cursos que son requisitos para la obtención de un título académico.

- **EL TEXTO EN SUS CONTEXTOS.**

El libro presenta un impacto en la actualidad mucho más profundo, por la utilización de la computadora y la presentación de los temas que los relaciona con los sistemas dinámicos, hace percibir un estilo de enseñanza del cálculo enfocado desde del cambio y del movimiento, es decir, es un libro pensado para el profesional no solo de ingeniería, sino también para otras líneas.

- **EL TEXTO EN SU EVOLUCIÓN.**

Es importante tener en cuenta que este libro es del año 2005 y para la actualidad en Colombia presenta un diseño más innovador, enfocando la enseñanza del cálculo en saberes que los fundamenta de manera formal, pero que también los muestra explícitos en el uso de la computadora mediante el análisis cuantitativo y cualitativo de las gráficas.

- **EL TEXTO Y SU ESTRUCTURA.**

El autor enfoca el desarrollo del curso de cálculo diferencial e integral en la presentación de todos los temas del libro, involucrando las dos asignaturas como parte de un todo, relacionándolas entre sí con otros objetos de estudio como las ecuaciones diferenciales y los sistemas dinámicos. En una sección presenta la derivada y la integral informalmente, mientras que en otra sección la enfoca en un lenguaje más formal.

De acuerdo a los análisis presentados en este estudio en cuanto a los libros de textos, análisis de entrevista y presentación del libro "*the language of change*", se evidencia la demostración de la hipótesis ya que estos estudios convergen a que: A partir de la propuesta de Keith Devlin en su libro "*El lenguaje de las matemáticas*", donde asevera que el Cálculo es el estudio de la estructura del movimiento, el cambio y el espacio, afirmamos que los libros-textos referidos en los contenidos programáticos para los cursos regulares de cálculo de los programas de ingenierías no constituyen una herramienta para la enseñanza-aprendizaje del cálculo que responda a la actualidad social, educativa y tecnológica.

CONCLUSIONES GENERALES

Los argumentos para demostrar la hipótesis de este trabajo están fundamentados en las siguientes afirmaciones de acuerdo con el estudio presentado de los textos y análisis de la entrevista:

- La pertinencia académica del concepto de cambio no se estudia en profundidad en los libros de cálculo.
- La enseñanza de los libros de cálculo se someten a un estilo muy limitado en la vida real, ya que la estructura de ejercicios o problemas que se presentan allí, se dan con información específica para obtener su solución, es decir, en la realidad para abordar un problema o sobran o faltan datos, lo que permite discutir el planteamiento de distintas soluciones en el mundo real.
- Los sistemas dinámicos representan un acercamiento más profundo para responder a la actualidad social porque estudia fenómenos a través del tiempo con el uso de la computadora fundamentado en saberes que permiten el análisis.
- Los libros de cálculo se centran en técnicas para calcular y no para la esencia de responder a la incertidumbre, un mundo donde hay orden pero también desorden.
- La enseñanza del cálculo en Colombia no ha cambiado desde sus orígenes, o mejor si, como dice Takeuchi *“el único cambio que ha tenido la educación matemática ha sido de la tiza al marcador”*.
- El movimiento y el cambio se evidencia con más pertinencia en la incursión de los sistemas dinámicos para la enseñanza del cálculo diferencial.

- Hay que enseñar las matemáticas con el uso de la razón (modernidad), pero con el entendimiento de los saberes para el uso de la tecnología (postmodernidad no como exceso irracional).

Por otro lado analizando el artículo "*The science of patterns*" publicado el 5 de julio de 2011, nos comenta el autor Lynn Arthur Steen como el crecimiento dinámico de la informática ha influido en la ciencia, abriendo un camino en el desarrollo de la ciencia con nuevos métodos, teorías y modelos, y en ese mismo sentido, desarrollando un vínculo mayor entre matemáticas y ciencia.

La visión de científicos e ingenieros tienen la imagen de las matemáticas como un árbol de conocimientos como formulas y teoremas que están puestos para ser usados en alguno momento por alimentarlas en sus teorías, mientras que para el matemático; las matemáticas tienen un sentido de crecimiento exponencial de los conocimientos y que se alimentan con usos propios de la humanidad poniendo sobre la mesa, matemáticas para cualquier línea, pero que se ve separada por el lenguaje tan abstracto con respecto al dominio de la actividad humana.

Ahora, en la actualidad se ha amplificado el uso de las computadoras lo que pone a otras disciplinas en matemáticas más puras, más cercanas a la vida real, un ejemplo de ello, es la teoría de números, que era calificada como pura, sin embargo en la actualidad se utiliza en informática y la criptografía para la protección de información financiera, transmisión de información satelital, entre otras.

Las matemáticas adquieren mayor uso en una amplia gama de líneas de estudio lo que genera un grado de incertidumbre, pero también plantea el uso de los computadores como herramienta que proporciona nuevas oportunidades matemáticas y que forma un sistema fuerte acoplado al nuevo mundo de la tecnología.

La aceleración del conocimiento y el uso de las matemáticas dejan al cálculo, el análisis y ecuaciones diferenciales como una parte del paisaje inmenso de la disciplina, de forma más específica, las matemáticas son la parte de un todo, y las partes son la inmensa diversidad de ramas que se desprenden y que actualmente siguen en crecimiento como la teoría de juegos, algebra, geometría, análisis y topología.

El autor presenta el impacto del computador a lo que él llama matemáticas principales que investigan las propiedades de los números y espacio, y sus instrumentos de uso son la abstracción y la deducción. Es importante destacar que el autor enfatiza en preguntas de investigación motivadas por el computador, pero también que ha cambiado el modo en que las conjeturas son inventadas y probadas.

PROPUESTAS PARA FUTURAS INVESTIGACIONES

Con este escrito, describo a continuación las líneas de investigación que abre esta investigación de tipo exploratorio que deja muchos cuestionamientos, pero que abre caminos motivantes a nuevos horizontes en la educación matemática de lo que respecta a la enseñanza del cálculo en las instituciones de educación superior en Colombia con un enfoque de los *sistemas dinámicos*, desde un aspecto educativo, social y tecnológico para los programas de ingeniería.

EDUCATIVO

- Promover una discusión para una reforma curricular en la enseñanza del cálculo fundamentada desde los sistemas dinámicos y el uso de la computadora.
- Motiva el campo de estudio de la articulación de los sistemas dinámicos a la enseñanza del cálculo (¿Cómo enseñar?). Analizar sus conceptos, objetivos y métodos de enseñanza donde se evidencie una articulación sólida fundamentada en bases teóricas.
- Explorar libros de texto que actualmente estén enfocadas en esta dirección, analizando sus posibilidades para la actualidad de las universidades en Colombia.
- Desarrollar investigaciones que promuevan la inclusión de software matemático como herramienta fundamental para la enseñanza del cálculo para los programas de ingeniería.
- Fundamentar los sistemas dinámicos como rama de las matemáticas que aporta al perfil profesional de los ingenieros, un aprendizaje más

cercano al mundo real por medio del concepto de cambio y el análisis de fenómenos a través del tiempo.

TECNOLÓGICO

- Analizar el fenómeno del acceso a software matemáticos en las instituciones de educación superior.
- Investigar el método para plantear modelos matemáticos con el uso de la tecnología.
- Abrir espacios de enseñanza distintos al aula de clase (TICS), donde el estudiante estimule su pensamiento y el uso de las matemáticas para la discusión de problemas de carácter científico y profesional.
- Fundamentar el uso de la tecnología como herramienta para el desarrollo de la ciencia en un mundo de incertidumbre y cambio, de orden y desorden.

MATEMATICAS

- Estudiar la filosofía de las matemáticas para la inclusión de los sistemas dinámicos en la enseñanza del cálculo.
- Desarrollo histórico del cálculo y los sistemas dinámicos que argumentan este nuevo horizonte.
- Dilema del uso de la computadora para el avance de la ciencia.

BIBLIOGRAFIA

Adler, F. (2005). Modeling the dynamics of life. Estados Unidos de América: Thomson, Brooks/Cole.

Apóstol, T. (1984). Calculus (2ª Ed). México: Reverte.

Boyer, C (1994). Historia de las matemáticas (pp 493-509). España: Alianza universidad textos.

Cantoral Uriza, R., Farfan Marquez, R. (2004). Desarrollo conceptual del cálculo (pp 60-74). México: Thomson.

Castro Chadid, I. (1997). Pasado, presente y futuro del cálculo en Colombia. Colombia: Grupo Editorial Iberoamérica.

Cohen, D., W., Henle, J., M. (2005). The language of change. Estados Unidos de America: Jones and Bartlett Publishers.

Devlin, K. (2002). El lenguaje de las matemáticas. Barcelona: Ediciones Robinbook.

González Astudillo, M. (2011). La enseñanza del cálculo a través de los libros. España:

Lyotard, J. F. (1987/1991). La condición postmoderna (2ª Ed). Buenos aires: editorial R.E.I.

Morín, E. (1999). Los siete saberes necesarios para la educación del futuro. Francia: United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization (UNESCO).

Morín, E. (1990). Introducción al pensamiento complejo. Barcelona: Gedisa editorial.

Polya, G (1965/1989). Como plantear y resolver problemas (pp 51-53) (15º reimpresión). México: Editorial trillas.

Purcell, E., Vargerb, D., Rigndon, S., (2007). Cálculo (9º Ed). México: Pearson/Prentace Hall.

Roa, A. (1995). Modernidad y posmodernidad. Coincidencia y diferencias fundamentales (2ª Ed). Chile: Editorial Andrés Bello.

Steen, L, A. (2011). The science of patterns. Estados Unidos: Scientific American Library.

Stewart, J. (2008). Calculo. Trascendentes tempranas (6° Ed). México: Cengage Learning.

Stewart, I. (2002). La historia de las matemáticas. Los últimos 10000 años (pp 284-290). Barcelona: Critica.

Swokowski, E. (1989). Calculo con geometría analítica (2ª Ed). México: Editorial Iberoamérica.

Thomas, G. (2006). Calculo en una variable (11ª Ed). México: Pearson. Prentice Hall.