

# AFECTO Y CONOCIMIENTO PROFESIONAL DOCENTE EN MATEMÁTICAS

## AFFECT AND PROFESSIONAL TEACHING KNOWLEDGE IN MATHEMATICS

GÓMEZ-CHACÓN, I.M.<sup>1</sup>, MARBÁN, J.M.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Universidad Complutense de Madrid*, <sup>2</sup>*Universidad de Valladolid*

### RESUMEN

El conocimiento del docente sobre los aspectos afectivos en el aula de matemáticas está conectado con varias componentes de su propio conocimiento y desarrollo profesional. En este capítulo nuestro objetivo es presentar, apoyándonos en dos trabajos de investigación realizados por los autores y algunos de sus colaboradores, elementos clave de esta conexión, con especial atención a las actitudes hacia las matemáticas y hacia la docencia de las matemáticas. En el primer trabajo se presentan vínculos relevantes de la interacción cognición y afecto respecto a la disciplina con el conocimiento y formación que requiere un profesor, estableciéndose en el segundo de los estudios un modelo predictivo de las actitudes del profesorado de Primaria en formación inicial hacia la docencia de las matemáticas en una doble vertiente de gusto por su docencia y de actitudes hacia su componente didáctica.

Palabras clave: *actitudes, conocimiento profesional, docente, dominio afectivo, matemáticas.*

### ABSTRACT

Teacher's knowledge on affects in the mathematics classroom is linked to several components of their own professional knowledge and development. The aim of this chapter

Gómez-Chacón, I.M. y Marbán, J.M. (2019). Afecto y conocimiento profesional docente en matemáticas. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M. T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 397-416). Salamanca: Ediciones Universidad Salamanca.

is to present key elements of such a connection, with a special focus on attitudes towards mathematics and the teaching of mathematics, results all of them supported by research carried out by the authors and some of their collaborators. First, relevant links of the interaction between cognition and affect with respect to the discipline with the knowledge and training required by a maths teacher are explored. Then a predictive model of the attitudes of pre-service primary school maths teachers is presented in terms of both the liking for the teaching of mathematics and the attitudes towards its didactic component.

Keywords: *affective domain, attitudes, mathematics, professional knowledge, teaching.*

## 1. INTRODUCCIÓN

EN LAS TRES ÚLTIMAS DÉCADAS, la creciente atención prestada a la dimensión afectiva en educación matemática ha situado el estudio de los afectos en matemáticas en una posición de relevancia para la investigación en este campo y, en particular, en el ámbito del desarrollo profesional docente, focalizando su atención tanto en los docentes en formación inicial como en los docentes en ejercicio.

Este interés obedece, entre otras cuestiones, a la aceptación de que, en situaciones escolares, una comprensión profunda de las matemáticas es más que una sólida comprensión conceptual de la matemática elemental, es la conciencia de la estructura conceptual y las actitudes básicas de la matemática inherentes a ella. Los profesores necesitan un conocimiento profundo de su materia, pero también un amplio conocimiento pedagógico y el desarrollo de un sólido conocimiento pedagógico del contenido (PCK) (Ball, Thames y Phelps, 2010). Varios investigadores afirman que el conocimiento matemático, el conocimiento pedagógico y los factores afectivos están estrechamente relacionados y tienen una fuerte influencia en la práctica profesional de los docentes (Tsamir y Tirosh, 2009; Gómez-Chacón, 2012 y 2018). En esta línea, situar en un marco afectivo los programas de desarrollo profesional requiere la exploración de vínculos, de una parte, de interacción entre cognición y afecto respecto a la disciplina referidos a la naturaleza de la matemática y al contenido matemático y, por otra parte, entre la identidad del profesor y el afecto y la práctica de este en el aula de matemáticas.

En este capítulo hemos tomado las actitudes como elemento nuclear del dominio afectivo. La reflexión sobre la exploración de vínculos entre la interacción cognición y afecto respecto a la disciplina con el conocimiento y formación que requiere un profesor se realizará a través del primer estudio, referido este a vínculos entre el descriptor actitudinal y a los aspectos epistémicos en matemáticas, considerando resultados de una investigación realizada con estudiantes de secundaria y bachillerato. En cuanto a los aspectos ligados al afecto del profesor, estos se

abordan en el segundo estudio, centrado en esta ocasión en la formación inicial del profesorado de Educación Primaria y en el que se presenta un modelo predictivo de las actitudes hacia la docencia de las matemáticas en una doble vertiente de gusto por su docencia y de actitudes hacia su componente didáctica.

## 2. LA DIMENSIÓN ACTITUDINAL: CUESTIONES COGNITIVAS Y EPISTÉMICAS

Resulta fácilmente constatable la existencia de un rango muy variable de investigaciones con aproximaciones conceptuales diferentes en el acercamiento al estudio de las actitudes. En este capítulo, a través de los resultados presentados en el Estudio 1, hay dos aspectos que queremos poner de relieve en relación con el conocimiento profesional del profesorado de matemáticas, a saber:

- Cuestiones conceptuales referidas al concepto de actitud.
- Cuestiones epistemológicas del conocimiento matemático que afectan a la forma de evaluar las actitudes.

Consideramos que la distinción entre estos aspectos específicos proporciona información más detallada sobre algunos de los contenidos del conocimiento profesional del profesor de matemáticas a trabajar, en particular y de manera significativa, sobre los vínculos en el concepto de actitud entre la naturaleza del conocimiento matemático y los conocimientos pedagógicos.

### 2.1. CONCEPTUALIZACIÓN: ACTITUDES MATEMÁTICAS Y ACTITUDES HACIA LAS MATEMÁTICAS

La experiencia matemática es algo complejo que debe ser entendido desde el punto de vista tanto cognitivo como afectivo. Para el desarrollo profesional del profesorado es clave comprender los desafíos del trabajo matemático en el entorno escolar referidos a la interacción que se produce entre la cognición y el afecto. Consideramos esencial comprender la naturaleza epistemológica y cognitiva de esta interacción. Para adentrarnos en el análisis de esta interacción vamos a dar prioridad a uno de los descriptores del dominio afectivo: las actitudes en el aprendizaje matemático.

Cuando un profesor califica que un estudiante tiene una actitud positiva en matemáticas, ¿qué se está calificando? La definición de actitud positiva o negativa hacia las matemáticas depende claramente de la definición de la actitud en sí misma.

Tradicionalmente se han trabajado dos categorías de actitud: las actitudes hacia las matemáticas (cuando el objeto de la actitud es la Matemática misma) y las actitudes matemáticas (donde el objeto de la actitud son los procesos y las actividades matemáticas, es decir, la epistemología científica). Si bien las actitudes hacia las matemáticas se han estudiado durante largo tiempo, el estudio de las actitudes matemáticas se ha desarrollado en menos investigaciones (Gómez-Chacón, 2011 y Gómez-Chacón, Romero y García, 2016).

Se podría afirmar que la tendencia en los estudios sobre actitudes hacia las matemáticas ha sido el uso de cuestionarios para su evaluación, formulados desde la perspectiva de una definición multidimensional de actitud (cognitiva, afectiva y conductual) (Hart, 1989; Hernández y Gómez-Chacón, 1997; Di Martino y Zan, 2010). Desde este punto de vista, la actitud hacia las matemáticas se define como una forma articulada por las emociones que el sujeto asocia con las matemáticas (positivas o negativas), por las creencias que tiene sobre las matemáticas y por el comportamiento con el que actúa (Hart, 1989). De acuerdo con esto, una actitud negativa no solo está caracterizada por una disposición negativa emocional («no me gustan las matemáticas»), sino también por una epistemología incorrecta de la disciplina (es decir, una visión de la disciplina que no es compartida por los expertos). Ahora bien, aunque se ha indicado que se hacía uso de esta definición, los estudios han tenido en cuenta, como principales dimensiones respecto a la influencia en el aprendizaje, aspectos emocionales como la confianza y la motivación matemática y no tanto los aspectos cognitivos.

Igualmente, las actitudes matemáticas que se consideran marcadamente cognitivas y se refieren a cómo se despliegan aptitudes generales como el pensamiento flexible, la perseverancia, la apertura mental, el espíritu crítico, la precisión y el rigor, la objetividad, la confianza y la independencia, dada su importancia en el trabajo matemático, han sido menos trabajadas. Quizás una de las razones para esta escasez de estudios es que esta manera de categorizar las actitudes requiere del establecimiento de taxonomías para clasificar todos los objetos potenciales de las actitudes relacionadas con las matemáticas. Eso, a su vez, requiere la construcción de argumentos más amplios para la conexión entre la cognición y el comportamiento actitudinal y de una fuerte base epistemológica del saber matemático (Gómez-Chacón, Romero, y García, 2016).

Hacemos notar que utilizamos el término *cognitiva* en un amplio sentido. Por un lado, se refiere al uso de los procesos de valoración cognitiva y, por otro, a la caracterización de los significados personales de los sujetos acerca de la dimensión cognitiva de la heurística de resolución de problemas matemáticos y procesos de pensamiento matemático. En el Estudio 1 nos centraremos en las actitudes hacia

las matemáticas, poniendo de relieve esta componente cognitiva y epistémica de la actitud tanto en su aspecto conceptual como en los instrumentos de evaluación.

## 2.2. COMPONENTE EPISTÉMICA: EL CONOCIMIENTO COMO DESEO

Plantear esta componente al estudiar las actitudes es considerar como acepción del término epistémica lo que hace referencia al conocimiento y los procesos de conocer. Esta componte ha sido más estudiada referida a emociones y creencias epistémicas. Una emoción es epistémica solo si su objeto formal es un valor epistémico (p.e. Gómez-Chacón, 2017). En la intencionalidad de las emociones se considera una naturaleza más compleja que la que caracteriza a las creencias o percepciones. Las emociones parecen estar dirigidas hacia dos objetos distintos: un objeto propio (o material) y un objeto formal. Cuando Javier tiene miedo a las matemáticas, su temor no solo se dirige hacia un objeto material, las matemáticas. También está dirigido hacia un objeto formal, la dificultad del conocimiento matemático. Lo importante a tener en cuenta en este punto es que la dificultad del conocimiento matemático, es decir, el objeto formal del miedo de Javier, no es una propiedad natural. El objeto formal del miedo de Javier es una propiedad de valor y esto es así para las emociones en general: los objetos formales de las emociones son propiedades de valor. En el caso que se describe se focalizará este objeto formal de valor a través de la explicitación de la visión epistémica de las matemáticas expresada como emoción epistémica. Según esto, el miedo a las matemáticas estaría dirigido a la ausencia de conocimiento y al valor epistémico atribuido al conocimiento matemático. De acuerdo con este aspecto, se considera que los estados afectivos se dirigen hacia propiedades de valor final y no solo instrumentales.

## 3. DESARROLLO DE LOS ESTUDIOS

A continuación se presentan los dos estudios a los que se ha hecho referencia a lo largo del capítulo y en los que se abordan las actitudes en dos ámbitos y contextos distintos pero complementarios, con una estrecha conexión, tanto en términos de relevancia como de resultados, con conocimiento y desarrollo profesional docente.

### 3.1. ESTUDIO 1: ACTITUDES HACIA LAS MATEMÁTICAS

Este primer estudio, tal y como se ha indicado en la Sección 2, desarrolla de forma operativa la conexión entre lo epistémico y lo cognitivo en la actitud. Consideramos que la reflexión sobre el comportamiento de estudiantes de secundaria y la identificación de patrones puede constituir un elemento de conocimiento

profesional para contextos relacionados con la instrucción. El estudio, por otra parte, se basa en resultados de una investigación internacional sobre comparación de actitud hacia las matemáticas desarrollada con B. Pepin en el 2015<sup>1</sup>, si bien puede decirse que comenzó en 2011 (Pepin, 2011) comparando a estudiantes de secundaria noruegos e ingleses, con la intención de comprobar qué actitud tienen frente a las matemáticas. En 2015 se amplió con la participación española de 983 alumnos (483 varones y 500 mujeres) (de 1<sup>o</sup> de Educación Secundaria Obligatoria –ESO– a 2<sup>o</sup> de Bachillerato) pertenecientes a tres centros educativos.

### 3.1.1. *Instrumentos y análisis de datos*

La información se recopiló mediante un cuestionario cualitativo (Pepin, 2011) que proporciona datos sobre tres dimensiones de las actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas: disposición emocional frente a las matemáticas (expresado con las palabras «me gustan / no me gustan las matemáticas, porque ...»), percepción del éxito conseguido –o competencia percibida y creencia de autoeficacia– (expresado con los términos «Puedo / no puedo hacer matemáticas, porque ...») y visión de las matemáticas («las matemáticas son ...»), tres dimensiones que repetidamente han informado trabajos sobre actitudes (p.e. Di Martino y Zan, 2010). Al cuestionario original basado en narraciones biográficas respecto a estas tres dimensiones se le añadió una pregunta cerrada que exigía al participante responder a la cuestión: ¿Te gustan las matemáticas? Como respuesta los estudiantes debían elegir entre tres posibles respuestas: Sí, No o Indiferente.

Analizamos los datos sobre la base de la comprensión de la construcción de actitud (véase la sección 2.1), las posibles influencias sobre la actitud y utilizando un enfoque epistémico para obtener nuevos entendimientos sobre el concepto de actitud. Las principales preguntas abordadas son: (1) ¿Cómo perciben los estudiantes su aprendizaje de las matemáticas y cuáles son los aspectos de su actitud hacia las matemáticas más incidentes? (2) ¿Cuáles son las principales influencias que parecen moldear la actitud del alumno hacia las matemáticas? (3) ¿Cuáles son las similitudes y diferencias en las diferentes configuraciones, y cómo influye eso en nuestra comprensión de la construcción de la actitud?

El análisis se realizó con un enfoque específico de métodos mixtos. Así, primeramente se llevó a cabo un análisis cualitativo de análisis de contenido de los relatos biográficos del cuestionario, complementado después por un Análisis Estadístico Implicativo (SIA) de datos (Gras, Peter, Briand, y Philippé, 1997). Este último se

<sup>1</sup> Gómez-Chacón (2015) Proyecto de Investigación «Teachers' professional knowledge: aspects of affect and mathematical modeling processes» de la Universidad Complutense de Madrid en colaboración con la University of Agder y HIST University en Noruega (Ref. UCM-EEA NILS Science and Sustainability Program (ES07)(007-ABEL-IMI-2013).

efectuó para la determinación de patrones y el establecimiento de la estructura actitudinal que caracteriza al grupo. El análisis estadístico permite establecer reglas de asociación en un conjunto de datos, cruzando variables e individuos marcando las tendencias de conjuntos de propiedades usando una medida de carácter no lineal de tipo inferencial. Se trata de estadística no simétrica y el conocimiento se forma inductivamente a partir de encontrar un número de éxitos que aseguran un cierto nivel de confianza en cierta regla. Estamos interesados en analizar si los sujetos presentan una tendencia a cumplir la «b» cuando sabemos que cumplen la «a». Es un método que busca producir reglas de asociación que sean lo suficientemente fiables como para conjeturar relaciones causales que estructuren la población. A nivel descriptivo permiten detectar una cierta estabilidad en la estructuración y a nivel predictivo permiten hacer suposiciones.

Grass define tres reglas que pueden ser importante en el aprendizaje: 1)  $a \rightarrow b$ , donde  $a$  y  $b$  pueden ser categorías o reglas, 2)  $a \rightarrow (b \rightarrow c)$  y 3)  $(a \rightarrow b) \rightarrow (c \rightarrow d)$ . Para la obtención de esta estructura se utilizó el programa Clasification Hiérarchique et Cohesitive (CHIC) (Bodin, Coutourier, & Gras, 2000). El resultado se presenta mediante tres tipos de diagramas que contienen diferentes tipos de información: a) Los árboles de similitud agrupan las variables en función de su uniformidad, lo que permite la interpretación de las agrupaciones con las que se manejan las variables; cada nivel en el gráfico resultante contiene grupos dispuestos en orden descendente de similitud. b) Los árboles cohesivos que se utilizan para interpretar clases de variables definidas en términos de niveles significativos a lo largo de las líneas de similitud, identificando reglas de asociación y niveles de cohesión entre variables o clases. c) Los gráficos de implicación se construyen alrededor de un índice de intensidad y un índice de validez para mostrar asociaciones entre implicaciones que son significativas en niveles específicos. Este procedimiento comienza con un grupo de individuos (los 983 sujetos) descritos por un conjunto finito de variables binarias asociadas a las tres categorías principales: disposición emocional, percepción de competencia y visión de matemáticas.

### 3.1.2. Resultados

#### 3.1.2.1. Descripción global: disposición emocional y competencia percibida

De los 983 alumnos, el 47.3% indicaron que les gustan las matemáticas y el 21.3% que no les gusta. Se observó que había un porcentaje significativo cuya respuesta fue la de la indiferencia (31.1%).

El porcentaje de alumnos que dijeron que les gustaban las matemáticas varió de 64.3% en 1º de ESO a 44.1% en 2º de ESO, el 46.4% en 3º de ESO y el 42.2% en 4º de ESO. Es decir, los intereses de los alumnos en matemáticas disminuyeron entre los 12 y los 15 años y el porcentaje aumentó después de los 15 años.

Se observa la variación en 3º de ESO. El porcentaje aumenta claramente después de los 16 años: 48.2% en 1º y 57.8% en 2º de Bachillerato (hacemos notar que eran alumnos de la rama científica, por lo que cursan la opción de matemáticas).

El porcentaje de alumnos que dijeron tener la capacidad de hacer matemáticas es altamente significativo, variando del 62.7% en 2º de Bachillerato al 81.9% de 2º de ESO (78.6% en 1º de ESO, 78.3% en 3º de ESO, 71.7% en 4º de ESO y 71% en 1º de Bachillerato).

Sin embargo, si comparamos estos aspectos por centros observamos que la tendencia no es uniforme. Algunas de estas variaciones pueden atribuirse a proyectos educativos y a los contextos culturales diferentes. En la Tabla 1 resumimos el porcentaje relativo a las matemáticas *Me gusta / No Me Gusta* por Grados y centro educativo.

Tabla 1: Porcentaje relativo a «Me gusta» por Grado y Centro educativo

	1º ESO	2º ESO	3º ESO	4º ESO	1º Bach	2º Bach
Centro 1	-	52.5%	48.5%	46.5%	60.2%	77.8%
Centro 2	-	40.5%	40.7%	41.1%	-	-
Centro 3	64.3%	41.7%	58.1%	32.4%	25.9%	55.4%

En la Tabla 2, el Porcentaje relativo a *Yo puedo hacer matemáticas* por Grado y Centro.

Tabla 2: Porcentaje relativo a «Puedo» por Grado y Centro educativo

	1º ESO	2º ESO	3º ESO	4º ESO	1º Bach	2º Bach
Centro 1	-	74.6%	63.4%	65.7%	75.9%	100%
Centro 2	-	87.6%	91.9%	75.6%	-	-
Centro 3	78.6%	75.6%	74.4%	79.4%	62.1%	58.1%

### 3.1.2.2. Patrones cognitivos y epistémicos de la actitud

Pasamos seguidamente a la identificación de patrones cognitivos y epistémicos de la actitud tomando en cuenta cada una de las dimensiones del cuestionario.

#### «Me gusta / disgusta» y «Puedo / No puedo hacerlo»

En la mayor parte de los relatos en los que las dimensiones «Me gusta / disgusta» y «Puedo / No puedo hacerlo» están conectadas, esta conexión es «Me gusta porque puedo hacerlo» y «No me gusta porque no puedo hacerlo». En algunos



casos excepcionales, encontramos las combinaciones «me gusta aunque no puedo» y «puedo hacerlo pero me disgusta». El «no gusto» por las matemáticas aparece claramente vinculado a que tienen una visión de las matemáticas como un conocimiento desconectado de la realidad y como un conocimiento que les produce aburrimiento y frustración. Esta visión también aparece en el grupo que ha señalado sentir indiferencia. En la Fig. 1 y en la Fig. 2 se muestran las relaciones causales significativas, con un índice de fiabilidad de al menos el 85% del análisis implicativo.

<pre> graph TD     A[Matemáticas aburridas y frustrantes] -- 0.85 --&gt; B[No puedo]     B -- 0.83 --&gt; C[Indiferente]         </pre>	<pre> graph TD     A[Matemáticas aburridas y frustrantes] -- 0.85 --&gt; B[No puedo]     B -- 0.90 --&gt; C[No Gusto]     D[Matemáticas conocimiento sin conexión con la realidad] -- 0.90 --&gt; C         </pre>
<p>Fig. 1. Asociaciones respuesta indiferente, creencia de autoeficacia y visión de la matemática</p>	<p>Fig. 2. Asociaciones respuesta no gusto, creencia de autoeficacia y visión de la matemática</p>

**«Puedo / no puedo hacerlo»**

Desde una perspectiva educativa y teórica, el resultado más interesante de la lectura de los relatos es que el éxito en matemáticas tiene muchos significados profundamente diferentes. En algunos ensayos, el éxito se identifica con el éxito escolar, es decir, con la obtención de buenas notas y, por lo tanto, depende del profesorado reconocer el éxito. En otros casos, el éxito se identifica con la comprensión. En este último caso, se constatan distintas acepciones: a veces la comprensión se usa con un significado instrumental y se identifica con el conocimiento de las reglas y la posibilidad de aplicarlas correctamente; en otros casos, aparece una comprensión de tipo relacional, que se refiere a la conciencia de por qué funcionan las reglas y cómo están unidas entre sí. En este caso entrar en profundidad de qué significaría una actitud positiva requeriría de una profundización en la componente a través de la identificación de las actitudes matemáticas que muestra el estudiante.

Cuando la percepción de *ser / no ser capaz* de tener éxito («Puedo / no puedo hacerlo») es el tema central del relato, a menudo el alumno habla sobre las razones que explican su éxito o fracaso explícitamente: estas son las denominadas atribuciones causales para el éxito y el fracaso. Estas atribuciones nos permiten con frecuencia reconocer no solo las creencias del alumno sobre sí mismo (creencias de autoeficacia), sino también su visión de las matemáticas, lo que requeriría un análisis de las metas de logro. En el grupo se da una amplia gama aunque con algunas tendencias en la visión

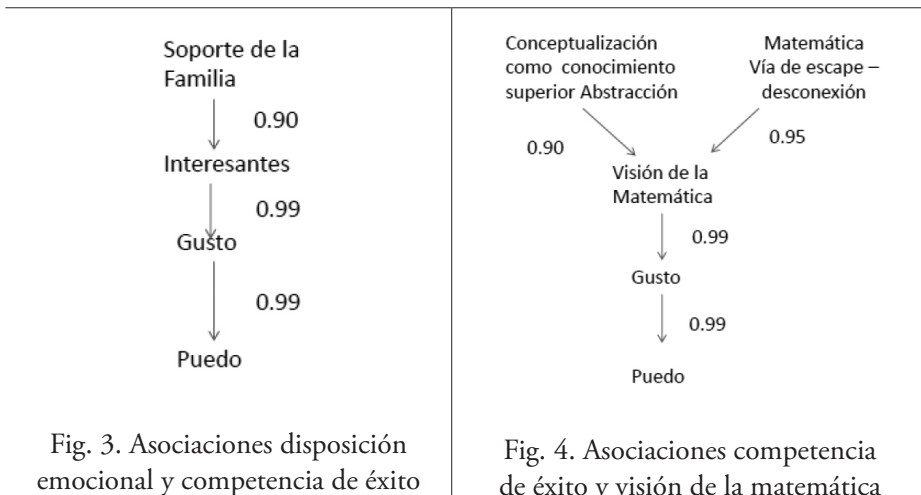
de las matemáticas. Por ejemplo, atribuciones de éxito que se centran en el papel relevante desempeñado por la memoria sugieren una visión instrumental de las matemáticas, mientras que teorías del éxito que se centran en la necesidad de comprender lo que se está haciendo sugieren una visión relacional de las matemáticas.

**«Me gusta / disgusta» y «Las matemáticas son...»**

En este apartado, partiendo de la variable *Disposición emocional*, trataremos de identificar factores relativos a la dimensión epistémica que configura la actitud, cuya variable central es la *Visión de las matemáticas*. De los análisis cualitativos de los relatos referentes a la disposición emocional emergieron las siguientes categorías:

1. Relación de las matemáticas con su vida futura (vida laboral y relaciones de las matemáticas con la realidad).
2. Descripción de calificativos respecto a matemáticas (interesantes, duras pero con desafíos, aburridas y frustrantes, etc.)
3. Tipología de metodología en el desarrollo de la clase.
4. Papel del profesor.
5. Importancia de la familia e importancia de la base matemática.
6. Papel importante de los exámenes.
7. Creencias epistémicas sobre la naturaleza de las matemáticas.

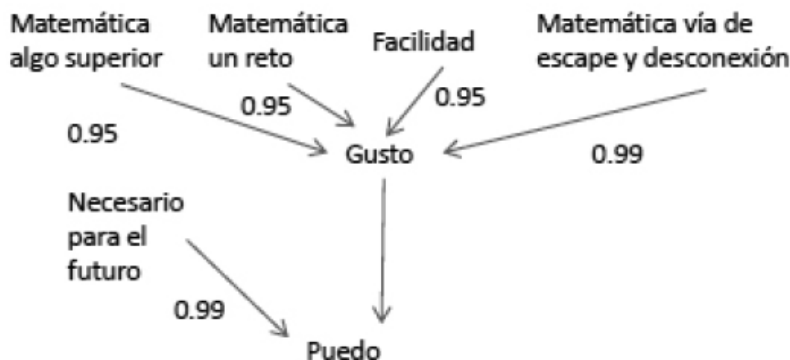
Consideradas estas categorías como variables en el análisis implicativo se constataron relaciones causales significativas, con un índice de fiabilidad de al menos el 90%. (Fig. 3 y Fig. 4).



Dos grupos de cohesión son significativos. Uno (Fig. 3) en el que los estudiantes, al expresar su disposición emocional y su competencia de éxito, consideran un contenido interesante y reconocen fuertemente el apoyo de su familia a la hora de hacer matemáticas. Y otro (Fig. 4) en el que el reconocimiento de su competencia está ligado a su visión de la Matemática y donde aparecen dos visiones diferenciadas: la de aquellos que tienen una concepción de la Matemática como «conocimiento abstracto» y lo categorizan como un «conocimiento superior» y la de quienes «utilizan las matemáticas y les gusta hacer matemáticas porque es una vía de escape» que les evade de la realidad.

Además, si tomamos como núcleo central del estudio «La Matemática es...», el análisis implicativo nos ofrece el árbol jerárquico de relaciones causales significativas, con un índice de fiabilidad de al menos el 95% (Fig. 5)

Fig. 5. Tendencia de visión de la Matemática



Estas variables específicas de creencias epistemológicas parecen estar ligadas al ambiente social y contexto educativo. Por ejemplo, uno de los centros educativos desempeña una fuerte preparación para competiciones y Matemática recreativa, lo que tiene más influencia en ver la Matemática como una vía de desconexión recreativa. También, las características específicas de la situación de los bachilleratos internacionales promueven el valor de la Matemática como conocimiento abstracto y superior.

### 3.2. ESTUDIO 2: ACTITUDES HACIA LA DOCENCIA DE LAS MATEMÁTICAS

El objetivo principal de este segundo estudio<sup>2</sup> es el de poner a prueba un modelo predictivo de las actitudes hacia la docencia de las matemáticas de futuros maestros, en una doble vertiente de gusto por la docencia y de actitudes hacia su componente didáctica, tomando como variables predictoras el gusto por el conocimiento matemático, el agrado por esta materia, el autoconcepto matemático, la ansiedad hacia las matemáticas, la percepción de dificultad, la percepción de utilidad-valor de las matemáticas así como la percepción de rendimiento junto con el rendimiento académico obtenido en la última asignatura de matemáticas cursada, cuantificando sus pesos y su importancia estadística. Se aborda el estudio de una manera holística y multivariante, señalando su relevancia (su significatividad estadística) y su peso (su cuantía) en el pronóstico de las actitudes hacia la docencia.

#### 3.2.1. *Participantes, instrumentos y análisis de datos*

El estudio se llevó a cabo con una muestra de 1444 alumnos de primeros cursos del Grado de Maestro en Educación Primaria de 10 campus universitarios públicos de España: Zaragoza (20%), Teruel (3%), A Coruña (7%), Palencia (10%), Valladolid (18%), Madrid (6%), Huesca (5%), La Rioja (7%), Segovia (13%) y Soria (11%). Estos alumnos no habían cursado en su formación universitaria asignatura alguna de matemáticas antes de la toma de datos. De ellos, el 34% eran hombres y el restante 66% mujeres. Para la selección de los participantes se partió de un tipo de muestreo no probabilístico por accesibilidad entre los estudiantes de las universidades participantes y siguiendo un diseño secuencial.

Los instrumentos principales utilizados en la recogida de datos consistieron en escalas convenientemente validadas y con buenas propiedades psicométricas. Como complemento a estas escalas se recopilieron datos relativos a la titulación, a la especialidad, a la nota obtenida en la última asignatura de matemáticas cursada y a la valoración de su propio rendimiento por parte de los estudiantes.

En la construcción de todas las escalas se siguió un procedimiento estándar. En una primera fase se procedió a la validación de contenido partiendo de la selección de cuestiones obtenidas de trabajos anteriores y sometiendo esta primera selección al juicio externo de expertos en Didáctica de la Matemática. Con los resultados se realizaron los primeros pre-test y el análisis de fiabilidad, cuyos valores fueron altos, no habiendo necesidad de eliminar ninguna de las preguntas preseleccionadas.

<sup>2</sup> Llevado a cabo junto con dos de los miembros del Grupo de Investigación Reconocido «Educación Matemática» de la Universidad de Valladolid, el Dr. Andrés Palacios Picos y la Dra. Ana Isabel Maroto Sáez.

En particular, la Escala de Actitudes hacia la Docencia de las Matemáticas (EADM), protagonista de este estudio, quedó conformada por 19 preguntas cuyo objetivo es medir las actitudes hacia una eventual docencia en matemáticas. En este caso, se realizó un Análisis Factorial de Componentes Principales de la escala que presentó índices de ajuste excelentes (KMO de 0,922 y Barlett significativo con  $p > 0,00$ ) y tres factores: (F1) *Rechazo hacia la docencia de las matemáticas*, (F2) *Actitudes favorables hacia la Didáctica de la Matemática* y (F3) *Gusto por la docencia de las matemáticas*.

Se procedió seguidamente a realizar un Análisis Factorial Confirmatorio (AFC) con los tres factores resultantes. Para su cálculo, se utilizaron las matrices de covariaciones y el algoritmo de cálculo de los mínimos cuadrados no ponderados, pues con dicha estrategia de cálculo se realizan estimaciones consistentes sin necesidad de asumir multi-normalidad de las variables (Ruiz, 2000). Los ajustes del modelo de tres factores fueron claramente inadecuados, pero no fue así cuando se contrastó la existencia de solo dos factores, uniendo el F1 y el F3 y dejando sin modificación el F2 (Tabla 3). Estos dos factores dieron lugar a la consideración de dos subescalas: Escala de Gusto por la Docencia de las Matemáticas (EGDM) y Escala de Actitudes hacia la Didáctica de la Matemática (EADIM).

Tabla 3. Evaluación de la escala EADM mediante AFC de modelo bi-factorial

S-B(Chi-cuadrado) (gl) (p)	RMSEA	NFI	NNFI	CFI	AGFI	AIC
727.17(134)(p = 0.00)	.093	.94	.94	.95	0.84	869.17

En todas las escalas los ítems se responden según el grado de acuerdo con el enunciado en una métrica tipo Likert de cinco puntos (valores de 0 a 4). Este hecho permite considerar todas las preguntas como variables numéricas, ya que una variable ordinal puede tratarse como métrica cuando tenga cinco o más categorías. Todas las variables intervinientes en las ecuaciones de regresión múltiple cumplieron los requisitos para dicho análisis: la distribución de la variable dependiente era normal para cada valor de la variable independiente, la relación entre la variable dependiente y cada variable independiente era lineal y todas las observaciones resultaron independientes.

### 3.2.2. Resultados

Presentamos a continuación los dos modelos de regresión de las variables *Gusto por la docencia de las matemáticas* y *Actitudes hacia la Didáctica de la Matemática* (Tabla 4).

Tabla 4. Coeficientes de las ecuaciones de regresión múltiple

	Variables dependientes					
	Gusto por la docencia de las matemáticas			Actitudes hacia la Didáctica de la Matemática		
	Coefficiente tipificado	t	Sig.	Coefficiente tipificado	t	Sig.
	Beta			Beta		
(Constante)		3.062	.002		-.844	.399
Actitudes hacia el conocimiento matemático	.133	3.449	.001	.137	2.726	.007
Agrado hacia las matemáticas	.309	6.557	.000	.111	1.752	.080
Ansiedad matemática	-.155	-2.839	.005	.193	2.704	.007
Autoconcepto matemático	.224	3.490	.001	-.194	-2.771	.006
Percepción de utilidad de las matemáticas	-.085	-2.545	.011	.381	9.334	.000
Percepción de dificultad de las matemáticas	-.013	-.267	.790	-.019	-.304	.761
Actitudes hacia la Didáctica de la Matemática	.218	7.296	.000	-	-	-
Gusto por la docencia de las matemáticas	-	-	-	.370	7.296	.000
Última nota en matemáticas	.052	1.913	.056	-.025	-.700	.484
Por lo general, mi rendimiento en matemáticas ha sido ...	-.054	-1.664	.097	.096	2.275	.023
	R=.818; R2=.67; ET= 1.145			R=.662; R2=.44; ET= 1.519		
	F =135.914 sig: .000			F = 52.501 sig: .000		

El modelo predictivo del *Gusto por la docencia de las matemáticas* explica un porcentaje muy elevado –68%– de la varianza total de las *Actitudes hacia la docencia de las matemáticas*. En él intervienen como variables predictoras significativas estadísticamente la *Ansiedad hacia las matemáticas*, el *Autoconcepto matemático*, el *Agrado hacia las matemáticas*, las *Actitudes hacia el conocimiento matemático* y la *Actitud hacia la Didáctica de la Matemática*.

Por otra parte, el modelo predictivo de las *Actitudes hacia la Didáctica de las Matemáticas* explica el 44% de dichas actitudes. Ahora, encontramos pesos significativos en las *Actitudes hacia el conocimiento matemático*, la *Ansiedad matemática*, el *Autoconcepto matemático*, la *Percepción de utilidad de las matemáticas* y el *Gusto por la docencia de las matemáticas*.

Como vemos, existen variables comunes en ambos modelos con pesos significativos, pero también importantes diferencias. De entre las variables con valores no significativos en ambos modelos encontramos la *Percepción de dificultad de las matemáticas*, la *Calificación en matemáticas* o la *Percepción de rendimiento*. Las *Actitudes hacia el conocimiento matemático* están presentes en los dos modelos predictivos con relaciones directas: el gusto por aprender contenidos matemáticos influye de manera positiva en el deseo de impartir docencia en matemáticas y en el acercamiento a su didáctica.

El *Agrado hacia las matemáticas* está presente únicamente en el modelo predictivo del *Gusto por la docencia de las matemáticas* con el mayor peso de todas las variables del modelo. Por el contrario, la *Percepción de utilidad de las matemáticas* no afecta al gusto por su docencia, pero sí a las actitudes hacia su didáctica. El mayor peso en la explicación de las *Actitudes hacia la Didáctica de la Matemática* proviene de esta percepción de utilidad. En otras palabras, percibir las matemáticas como útiles no determina deseos de enseñarlas, pero sí de acercarse a su didáctica.

Los valores de las escalas de *Ansiedad matemática* y *Autoconcepto matemático* están presentes en los dos modelos con pesos significativos pero con signos contrarios. Así, mientras la *Ansiedad matemática* correlaciona con el *Gusto por la docencia de las matemáticas* de manera inversa, lo hace de manera directa cuando intentamos predecir las *Actitudes hacia la Didáctica de la Matemática*. Por su parte, los estudiantes con un *Autoconcepto matemático* elevado tienen una actitud positiva hacia el conocimiento matemático, pero no tienen actitudes positivas hacia su didáctica. De hecho, cuanto mayor es la percepción de competencia matemática (se consideran mejores alumnos de matemáticas), más desfavorables son sus actitudes hacia la didáctica de esta materia. En sentido contrario, los alumnos con bajo autoconcepto matemático tienen actitudes muy positivas hacia el estudio de la Didáctica de la Matemática.

#### 4. CONCLUSIONES

Las aportaciones de los dos estudios presentados permiten extraer conclusiones relevantes en relación con los objetivos inicialmente planteados en el terreno del desarrollo profesional docente, en términos de los conocimientos referidos a elementos afectivos del aprendizaje. Poseer este conocimiento es un requisito previo para mostrar la conciencia relacionada con el mismo, y la forma en que los profesores muestran dicha conciencia permite observar también la elaboración del conocimiento profesional correspondiente. Así, los resultados del primer estudio sugieren que para una descripción de la actitud del alumno hacia las matemáticas no es suficiente resaltar su disposición emocional (positiva / negativa) hacia la disciplina sino que es necesario señalar con qué visión de las matemáticas y, a su vez, qué creencias de autoeficacia están asociadas a esta disposición emocional.

En el conocimiento de un profesor de secundaria el establecimiento de relaciones con constructos teóricos como el presentado sobre actitud (en las sec.2 y 3.1) permitiría el cuestionamiento de su actuación en situaciones de enseñanza. Si partimos de la definición de actitud más compleja presentada (sec.2), surge un problema acerca de lo que debería significar una actitud positiva o negativa. Referirse únicamente a la componente emocional parece tener limitaciones desde una perspectiva tanto teórica como educativa: esto nos llevaría a definir como positiva la actitud de un alumno que ve las matemáticas como una disciplina hecha de reglas para memorizar y aplicar rígidamente, solo porque le gusta el tema en sí mismo. Y además, se correría el riesgo de no desarrollar las actitudes matemáticas en su formación, donde el objeto de la actitud son los procesos matemáticos, la epistemología científica.

Es interesante reseñar que en las variaciones según niveles en las respuestas «al gusto por las matemáticas» de 1º ESO y 2º de ESO se produce una estabilidad que disminuyó en 3º de ESO y aumentó nuevamente en Bachillerato. Los comentarios de los alumnos sugieren que están dispuestos a trabajar en matemáticas a fin de obtener buenas calificaciones, lo que a su vez les daría más oportunidades en su vida futura (las metas de logro tienen un gran peso). Por lo tanto, el «valor de cambio» de las matemáticas en la sociedad y en los sistema de evaluación y reconocimiento social parece tener fuerte influencia en la actitud de los alumnos hacia las matemáticas.

En términos teóricos, resumiendo, el desarrollo profesional que evidencia el Estudio 1 es el aumento de conciencia sobre cómo evaluar las actitudes y qué contenidos matemáticos enseñar, para qué y cómo para el desarrollo de los vínculos entre cognición y afecto. En la actitud hacia las matemáticas tienen una gran influencia las metas establecidas (ambiciones de trabajo y oportunidades para cumplir estos), cómo se presentan y se «hacen» las matemáticas (epistemología del conocimiento), la práctica pedagógica del profesor en la articulación entre lo cognitivo y epistémico y el ambiente de apoyo fuera del centro escolar.

El segundo de los estudios, por su parte, permite extraer también conclusiones sobre el papel de las actitudes, en este caso en relación con la docencia de las matemáticas y en el contexto de la formación inicial del profesorado de Educación Primaria.

Con respecto al primer elemento o componente de las *Actitudes hacia la docencia de las matemáticas*, el *Gusto por la docencia de las matemáticas*, cuatro variables actuarían de manera directa en su predicción: el agrado-gusto por las matemáticas, las actitudes hacia su conocimiento, el autoconcepto matemático y las actitudes hacia la Didáctica de la Matemática. El gusto por las matemáticas es un excelente antecedente de las ganas por su enseñanza: el estudiante que disfruta estudiando matemáticas, o que desea aprender matemáticas, manifiesta también excelentes



actitudes hacia su enseñanza, lo que ratificaría los resultados de Kim y Hodges (2012). El autoconcepto matemático presenta también una relación directa con el gusto por la docencia; como hemos tenido ocasión de señalar, este resultado es congruente con los obtenidos por Bates, Latham y Kim (2011) y Gómez-Chacón (2012). La ansiedad matemática, por su parte, pronostica escaso o nulo gusto por enseñar matemáticas, resultado que va en la misma línea que lo obtenido en varias investigaciones al respecto (Klinger, 2011; Bursal y Paznokas, 2006). Por otro lado, no tienen incidencia alguna sobre este gusto por la enseñanza de las matemáticas ni el rendimiento alcanzado en los últimos años ni la percepción subjetiva de este rendimiento, datos que confirmarían los resultados obtenidos por White, Perry, Way y Southwell (2006).

En relación con el segundo componente de las *Actitudes hacia la docencia de las matemáticas*, las *Actitudes hacia la Didáctica de la Matemática*, volvemos a encontrar cuatro variables que actuarían como excelentes predictores de estas actitudes de manera directa (percepción de utilidad, actitudes hacia la docencia de las matemáticas, gusto por las matemáticas y ansiedad hacia las matemáticas) y una quinta que actuaría también como buen predictor, pero de manera inversa (autoconcepto matemático). La presencia en el modelo de la percepción de utilidad de las matemáticas es congruente con las tesis de Khezri et al. (2010), quienes mantienen que son los alumnos con más altas percepciones de utilidad los que tienen mejores actitudes hacia las matemáticas y su didáctica. Asimismo, son congruentes con los resultados aportados por Blanco et al. (2010), quienes obtienen una alta correlación entre la percepción de utilidad de los futuros docentes y el deseo de estudiar Didáctica de la Matemática. Como en la predicción del *Gusto por la docencia de las matemáticas*, el gusto por las matemáticas pronostica unas buenas actitudes hacia el estudio de su didáctica.

Un dato significativo en este modelo es la influencia negativa que el autoconcepto matemático tiene sobre las actitudes hacia el estudio de su didáctica. En este sentido, aquellos sujetos con autoconcepto matemático elevado no abordarían con actitudes positivas la Didáctica de la Matemática. Por el contrario, aquellos que han llegado a la universidad con un bajo autoconcepto tendrían actitudes favorables hacia su estudio. Los primeros parecen partir de las viejas ideas de que un buen dominio de la materia es suficiente para su enseñanza, mientras que los segundos parecen ver en la Didáctica una oportunidad de salvación de sus lagunas y consideran de más valor formativo saber cómo enseñar matemáticas.

Por otra parte, los docentes en formación con niveles elevados de ansiedad matemática manifiestan actitudes positivas hacia el estudio de la Didáctica de la Matemática, mientras que aquellos con baja ansiedad reconocen actitudes menos positivas. Podemos considerar que los primeros verían en la Didáctica un buen antídoto contra el estrés y el miedo, situación que no encontramos en los segundos, que

verían innecesario estudiar estos contenidos didácticos o incluso los percibirían como poco útiles para su futuro profesional. La Didáctica de la Matemática, desde esta perspectiva, puede ser un buen tratamiento contra la ansiedad matemática y sus consecuencias negativas. Además, parece ser una buena oportunidad para hacer ver a los buenos estudiantes en matemáticas y que no manifiestan ansiedad hacia esta materia que no basta con saber matemáticas para enseñar bien matemáticas.

La influencia mutua entre los dos componentes de las *Actitudes hacia la docencia de las matemáticas*, esto es, *Gusto por la docencia de las matemáticas* y *Actitudes hacia la Didáctica de la Matemática* es, como hemos indicado, grande. En cierto sentido, se mantiene como hecho constatable que aquellos que tienen actitudes positivas hacia la docencia de las matemáticas también las tienen hacia el estudio de su didáctica y viceversa. Las actitudes favorables hacia el estudio de las matemáticas son un buen predictor del gusto por su docencia, y la buena disposición a la docencia matemática predispone a una actitud favorable al estudio de su didáctica.

Tomando en su conjunto los datos relativos al *Gusto por la docencia de las matemáticas* y los de las *Actitudes hacia la Didáctica de la Matemática*, podemos considerar que los docentes en formación con buen autoconcepto matemático, bajos niveles de ansiedad, actitudes positivas hacia el conocimiento matemático, gusto por las matemáticas y actitudes positivas hacia el estudio de su didáctica representan el prototipo de buen docente potencial en matemáticas.

Nuestros datos, además, sugieren la existencia de otro tipo de docente en formación con buen rendimiento y autoconcepto matemático, con escasa ansiedad y gusto por las matemáticas y que no manifiesta actitudes positivas hacia el estudio de su didáctica. Se trata, seguramente, de estudiantes que opinan que una buena docencia en matemáticas solo necesita un amplio conocimiento matemático.

Podemos considerar un tercer tipo de estudiantes relevante formado por aquellos que no tienen un buen autoconcepto matemático, no sienten agrado por las matemáticas y presentan niveles elevados de ansiedad, pero que están interesados y tienen buena predisposición hacia el estudio de la Didáctica de la Matemática.

El papel que puede jugar la formación en Didáctica de la Matemática en estos tres tipos de docentes en formación es, a priori, positivo, pero diferente. En el primer caso, se trataría de mantener las ilusiones de los que quieren y saben. En el segundo, la tarea es la de convencer a los que saben o creen que saben para aprender a enseñar matemáticas. Pero es en el tercer grupo de alumnos donde más impacto, al menos afectivo, podría tener la formación en Didáctica de la Matemática, pues esta se percibe como un instrumento de superación de miedos y carencias heredadas de su formación matemática previa y de las experiencias asociadas a la misma, pudiendo la Didáctica de la Matemática actuar como facilitadora de actitudes positivas hacia la docencia en matemáticas.

## REFERENCIAS

- Ball, D. L., Thames, M. H. y Phelps, G. (2010). Content Knowledge for Teaching, *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Bates, A. B., Latham, N., y Kim, J. A. (2011). Linking preservice teachers' mathematics Self-Efficacy and mathematics teaching efficacy to their mathematical performance. *School Science and Mathematics*, 111(7), 325-333.
- Blanco, L., Caballero, A., Piedehierro, A., Guerrero, E. y Gómez, R. (2010). El Dominio afectivo en la Enseñanza/Aprendizaje de las Matemáticas. Una revisión de investigaciones locales. *Campo Abierto. Revista de Educación*, 29(1), 13-31.
- Bodin, A., Coutourier, R. y Gras, R. (2000). *CHIC: Classification Hiérarchique Implicative et Cohésive-Version sous Windows-CHIC 1.2*, ARDM-Rennes.
- Boyd, W., Foster, A., Smith, J. y Boyd, W. E. (2014). Feeling Good about Teaching Mathematics: Addressing Anxiety amongst Pre-Service Teachers. *Creative Education*, 5, 207-217.
- Bursal, M. y Paznokas, L. (2006). Mathematics anxiety and preservice elementary teachers' confidence to teach mathematics and science. *School Science and Mathematics*, 106(4), 173-180. Doi:10.1111/j.1949-8594.2006.tb18073.x
- Cardetti, F. y Truxaw, M. P. (2014). Toward improving the mathematics preparation of elementary preservice teachers. *School Science and Mathematics*, 114(1), 1-9.
- Di Martino, P. y Zan, R. (2010). 'Me and maths': Towards a definition of attitude grounded on students' narratives. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13, 27-48.
- Gómez-Chacón, I. M. (2012). Affective pathways and interactive visualization in the context of technological and professional knowledge. *Nordic Studies in Mathematics Education* (Nordisk Matematikk Didaktikk), 17(3-4), 57-74.
- Gómez-Chacón, I. M. (2017). Emotions and heuristics: the state of perplexity in mathematics, *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, 49, 323-338.
- Gómez-Chacón, I. M. (2018). Promoting the mathematics teacher self-identity. Design heuristics for didactical materials. *Journal of Educational Sciences and Psychology*, 8 (1) Vol. VIII - LXX - No. 1, 15-27.
- Gómez-Chacón, I. M., Romero, I. M. y García, MM. (2016). Zig-zagging in geometrical reasoning in technological collaborative environments: a Mathematical Working Space-framed study concerning cognition and affect, *ZDM-Mathematics Education*, 48(6), 909-924.
- Gómez-Chacón, I. M<sup>a</sup> (2011). Mathematics attitudes in computerized environments. A proposal using GeoGebra. In L. Bu y R. Schoen (Eds.), *Model-centered learning: Pathways to mathematical understanding using GeoGebra* (pp. 147-170). Rotterdam: Sense Publishers.
- Gras, R., Peter, P., Briand, H. y Philippé, J. (1997). Implicative Statistical Analysis. In N. Hayashi, N. Ohsumi, Y. Yajima, H. Tanaka y Y. Baba (Eds.), *Proceedings of the 5th Conference of the International Federation of Classification Societies* (Vol. 2, pp. 412-419). New York: Springer-Verlag.

- Haciomeroglu, G. (2014). Elementary Pre-Service Teachers' Mathematics Anxiety and Mathematics Teaching Anxiety. *International Journal for Mathematics Teaching & Learning*. Recuperado de <http://www.cimt.org.uk/journal/haciomeroglu.pdf>
- Hart, L. (1989). Describing the Affective Domain: Saying What We Mean. En D.B. McLeod y V.M. Adams (Eds.), *Affect and Mathematical Problem Solving* (pp. 37-45). N.Y.: Springer.
- Hernández, R., y Gómez-Chacón, I. M<sup>a</sup> (1997). Las actitudes en educación matemática. Estrategias para el cambio. *Revista de Didáctica de las matemáticas, UNO, Monográfico Actitudes y Matemáticas*, 13, 41-61.
- Khezri, H., Lavasania, M. G., Malahmadia, E. y Amania, J. (2010). The role of self- efficacy, task value, and achievement goals in predicting learning approaches and mathematics achievement. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 5, 942-947. doi: 10.1016/j.sbspro.2010.07.214
- Kim, C. y Hodges, C. B. (2012). Effects of an emotion control treatment on academic emotions, motivation and achievement in an online mathematics course. *Instructional Science: An International Journal of the Learning Sciences*, 40(1), 173-192.
- Klassen, R. M. y Tze, V. (2014). Teachers' self-efficacy, personality, and teaching effectiveness: A meta-analysis. *Educational Research Review*, 12, 59-76.
- Klinger, C. M. (2011). «Connectivism»-A New Paradigm for the Mathematics Anxiety Challenge? *Adults Learning Mathematics*, 6(1), 7-19.
- Pepin, B. (2011). Pupils' attitude towards mathematics: A comparative study of Norwegian and English secondary students. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 43(4), 535-546.
- Tsamir, P. y Tirosh, D. (2009). Affect, subject matter knowledge and pedagogical content knowledge: the case of a kindergarten teacher. In J. Maaß y W. Schölglmann (Eds.), *Beliefs and attitudes in mathematics education: New Research Results* (pp.19-32). Rotterdam, the Netherlands: Sense Publishers.
- Ünlü, M. y Ertekin, E. (2013). The relationship between mathematics teaching self-efficacy and mathematics self-efficacy. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 106, 3041-3045.
- White. A.L., Perry, B., Way, J. y Sothwell, B (2006). Mathematical Attitudes, Beliefs and Achievement in Primary Pre-service Mathematics Teacher Education. *Mathematics Teacher Education and Development*, 7, 33-52.