

# REFLEXIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS DURANTE UN CURSO SOBRE DESARROLLO PROFESIONAL

## REFLECTION OF MATHEMATICS TEACHERS DURING A COURSE ON PROFESSIONAL DEVELOPMENT

MORENO VERDEJO, A.<sup>1</sup>, FLORES MARTÍNEZ, P.<sup>1</sup>, RAMOS RODRÍGUEZ, E.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Universidad de Granada*, <sup>2</sup>*Pontificia Universidad Católica de Valparaíso*

### RESUMEN

Los participantes en el curso «Conocimiento y Desarrollo Profesional del Profesor de Matemáticas», de un Máster de Didáctica de la Matemática, esperan mejorar su formación docente y aprender a investigar en educación matemática. Tratar conocimiento y desarrollo profesional requiere promover actitudes metacognitivas. Conscientes de ello, una parte del curso consiste en un taller de reflexión docente, para abordar los conceptos de «desarrollo profesional» y «profesor reflexivo». Este capítulo describe el taller mediante un estudio de casos, donde se analizan los procesos de reflexión que llevan a cabo dos participantes de últimas ediciones, relacionándolos con su propio desarrollo profesional. Observamos que ambos casos, evolucionan en su mirada de las problemáticas de la práctica, partiendo con una visión técnica hasta avanzar a una postura crítica o práctica.

Palabras clave: *Desarrollo profesional, reflexión, didáctica, matemáticas, profesores.*

Moreno, A., Flores, P. y Ramos, E. (2019). Reflexión de profesores de matemáticas durante un curso sobre desarrollo profesional. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M. T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 329-350). Salamanca: Ediciones Universidad Salamanca.

## ABSTRACT

The teachers and recent graduates, participants in the course «Knowledge and Professional Development of the Mathematics Teacher» of a Master's Degree in Didactics of Mathematics, expect both to improve their teacher training and to learn to investigate in mathematical education. Treating knowledge and professional development requires promoting metacognitive attitudes of the participants in the course. Aware of this, part of the course takes the form of a teacher reflection workshop, to address the concepts of «professional development», in general, and «reflective teacher», in particular. This chapter describes the workshop through a case study, which analyzes the processes of reflection carried out by two participants of recent editions, relating them to their own professional development. We observe that both cases evolve in their view of the problems of the practice, starting with a technical vision until advancing to a critical or practical position.

Keywords: *Professional development, reflection, didactics, mathematics, teachers.*

EL PROPÓSITO de este capítulo es examinar la ayuda que supone un taller de reflexión docente para el desarrollo profesional de los participantes, identificando si los profesores realizan un proceso de reflexión. Para ello nos apoyamos en los problemas profesionales que los docentes manifiestan en un curso dentro de un Máster de Didáctica de la Matemática, donde los formadores promueven procesos de reflexión en sus participantes, relacionándolos con su propio desarrollo profesional. Para abordar este fin, es necesario partir posicionándonos respecto a los constructos desarrollo profesional, problemas profesionales y reflexión docente para definir el modelo de reflexión que empleamos en este estudio.

## DESARROLLO PROFESIONAL DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS

El desarrollo profesional es un proceso de crecimiento que se caracteriza por la evolución continua, marcada por momentos y procesos de reflexión (Ponte y Chapman, 2008). Durante este desarrollo se amplía el conocimiento que el profesor de matemáticas utiliza para su trabajo docente y va construyendo durante su carrera profesional (Cardeñoso, Flores y Azcárate, 2001; Chamoso, Caceres y Azcárate, 2012).

El concepto de desarrollo profesional está vinculado con la consolidación de la responsabilidad profesional. Podemos interpretarlo como el cambio que refleja el profesor a partir de su experiencia, al transitar con éxito por las situaciones y fases de la realidad impuesta por la profesión docente. El cambio lo constituye el sentido que los profesores dan, de manera autónoma, a las experiencias de su práctica. Como señala Climent (2002), el desarrollo profesional del profesor es «el proceso de aprendizaje continuo como profesional reflexivo y crítico de su práctica» (p.

120). Esto supone considerar de manera progresiva la complejidad de dicha práctica y su análisis desde un número cada vez mayor de elementos.

El desarrollo profesional se entiende pues como un proceso gradual y continuo con inicio en la formación inicial, en que el sujeto va creciendo y madurando al enfrentar diferentes problemas y logra confianza, se enriquece de nuevas perspectivas, incrementa su conocimiento y asume nuevos retos (Jaworsky, 1993). Por esta razón, Ponte (2002) sitúa desarrollo profesional en dos campos profundamente interrelacionados. Por un lado, como crecimiento del conocimiento y competencia profesional, habilitando al profesor a resolver problemas complejos en una variedad de dominios. Por otro, como formación y consolidación de su identidad profesional, entendida como el producto del aprendizaje vinculado con la práctica situada (Chávez y Llinares, 2012), como un proceso continuo de interpretación y reinterpretación de experiencias que destaca la idea de que el aprendizaje es permanente (Beijaard, Meijer y Verloop, 2004).

En resumen, el desarrollo profesional abarca la ampliación de conocimiento, la consolidación de la responsabilidad profesional y la construcción progresiva de su identidad profesional.

## REFLEXION DOCENTE

Los cursos de formación continua de profesores pretenden estimular el desarrollo profesional. En la asignatura Conocimiento y Desarrollo Profesional del Profesor de Matemáticas, dentro del Máster de investigación en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, hemos propuesto un taller de «reflexión docente», con vistas a que los participantes comprendan el concepto de desarrollo profesional, y a la vez reflexionen para relacionar conocimiento teórico en didáctica de las Matemáticas con el conocimiento práctico del profesor.

Reflexión es un término con numerosas acepciones por lo que conviene aclarar el significado que le atribuimos en este trabajo. Dewey (1989) utiliza el término acción reflexiva porque «implica la consideración activa, persistente y cuidadosa de cualquier creencia o práctica a la luz de las razones que la sustentan y de las consecuencias a las que conduce» (p. 6).

Schön (1983) se inspira en el concepto de acción reflexiva de Dewey, para caracterizarla como una continua interacción entre el pensamiento y la acción. De este modo, la acción reflexiva describe la actuación de los profesionales para comprender y transformar su práctica. Distingue entre racionalidad técnica (solución de los problemas, selección de los medios técnicos más idóneos para determinados propósitos) y práctica reflexiva, que supone comprender y perfeccionar la práctica, la enseñanza o la acción (Zeichner, 1993).

La reflexión pretende la comprensión y búsqueda de acciones para ejecutar la práctica docente de manera más fundamentada (Tzur, 2001; Climent, 2002). Por su naturaleza, requiere de acciones y condiciones (fases, instrumentos, conocimientos, disposiciones) para ser puesta en marcha. En consecuencia, la reflexión contribuye a llevar a cabo procesos de desarrollo profesional que den significado al conocimiento profesional (Korthagen et al., 2001; Rico, 2015).

El proceso arranca de una situación de inquietud, tensión o interés por hechos de la propia práctica (Climent, 2002; Flores, 2007). Los englobamos en lo que se denomina problemas profesionales.

La reflexión implica un distanciamiento de la situación práctica en la que surge la inquietud (Jaworski, 1993). Esto conlleva que «una persona reflexiona cuando está mirando hacia atrás sobre sus experiencias y/o conocimiento y se dedica a establecer por sí mismo una nueva estructura o evaluación de esas experiencias y/o conocimiento» (Korthagen y Verkuyl, 1987, p. 4). El profesor reflexivo está dispuesto a analizar su práctica a fin de comprenderla o mejorarla (Zeichner, 1993).

Desde la visión del desarrollo profesional del profesor y extendiendo la idea de Flores (2007), Ramos-Rodríguez, Flores y Ponte (2017) añaden nuevas disposiciones que han sido contempladas por otros autores: a) traspasar los límites de su zona de bienestar; b) dar significado a su acción, tomando conciencia de la complejidad de la práctica y del aprendizaje de sus alumnos, otorgándole sentido a su práctica profesional; c) adaptar su actuación práctica a las condiciones del contexto y d) tener apertura hacia las matemáticas y disposición a transformar sus concepciones sobre ella, al tiempo que tomar conciencia de la complejidad del conocimiento matemático para su enseñanza.

Con todas estas características, el proceso reflexivo que pretendemos que emprenda un profesor, implica una representación activa de la realidad de su práctica, que incluye la mirada retrospectiva sobre las acciones en dichas experiencias, el reconocimiento de las concepciones implicadas, confrontar con otros y tomar en consideración las consecuencias de tales acciones, culminando con la exploración de posibles alternativas o decisiones fundamentadas sobre futuras lecciones. Las posibilidades para concretar acciones reflexivas que favorezcan dicho proceso en un curso de formación inicial, también se ven afectadas por la realidad de la práctica docente; el éxito de dichas acciones infiere favorablemente en la evolución del profesor.

## LOS PROBLEMAS PROFESIONALES

La reflexión arranca de definir problemas profesionales, que mueven al profesor a coordinar conocimiento práctico con conocimiento teórico.

Schön (1992) recupera de Dewey el término problemática y manifiesta que «el práctico define un problema cuando lo elige y denomina aquello en lo que va a reparar» (p. 18). El docente profesional selecciona sus puntos de atención y los organiza orientado por el sentido de la situación y la coherencia que guía el conocimiento. La Tabla 1, resume las ideas de Schön (1992), estableciendo una tipología para clasificar situaciones problemáticas percibidas y formuladas por los profesionales.

Tabla 1. *Tipología para clasificar el origen de las situaciones problemas*

Situaciones problemáticas	Descripción según la percepción de la resolución y el conocimiento del objeto.
Poco definidas, inciertas y desordenadas	Proceden de hechos poco definidos, por lo que se espera una resolución limitada o poco evidente.
Se centran sobre formas variadas, de un mismo tópico	Involucran hechos referentes a objetos variados y requieren para su resolución diversas interpretaciones de los objetos.
Incluyen conflictos éticos y de valores	Exhiben un dilema personal/cultural entre el objeto y las posibles opciones a tomar para buscarles solución.
Amplias que incluyen variados tópicos	Tienen su origen en hechos que se perciben desde múltiples perspectivas. La resolución involucra varios significados, dentro de un amplio campo conceptual.
Limitadas y únicas	La resolución busca exactamente esa alternativa que responde a un hecho particular.

La situación problema también se ve afectada por la expectativa que se tiene sobre la racionalidad de su solución. Para clasificar el tipo de problema y el proceso de reflexión, recurrimos a la caracterización que hace Van Manen (1977) sobre la racionalidad que impera en el planteamiento y en la expectativa de validez de la solución. Consideramos que una situación tiene racionalidad técnica cuando espera una solución que lleve a la aplicación eficaz en la práctica, de habilidades y conocimientos técnicos, incluyendo la selección y uso adecuado de estrategias específicas. Una situación pretende la acción práctica, cuando presta atención a la lógica de la interacción entre los individuos y el medio en el contexto de la práctica profesional. Por último, Van Manen (1997), señala que una situación se presta a la reflexión crítica, cuando predispone al cuestionamiento de los criterios morales, éticos y normativos relacionados directa o indirectamente con la actuación práctica y sus consecuencias sociales.

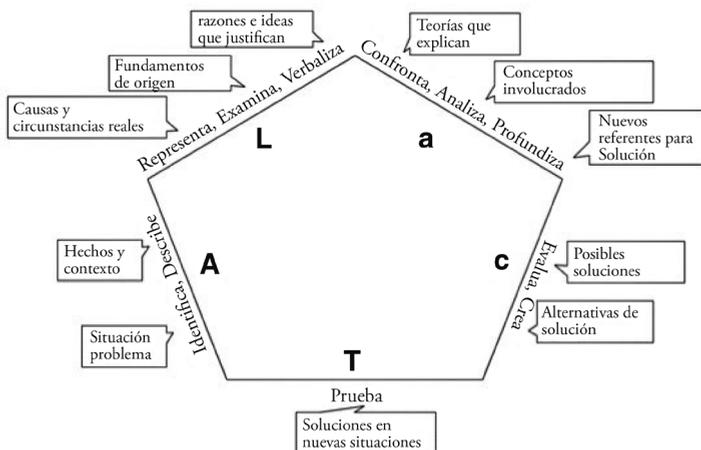
El proceso de reflexión puede arrancar de los distintos tipos de cuestiones profesionales señaladas anteriormente. Tal como reflejamos en Peñas y Flores (2005), consideramos que la actuación reflexiva se ve acrecentada cuando se manifiesta la capacidad de distanciarse del problema y de buscar diversas perspectivas, estableciendo relaciones entre los diversos niveles en que se formulan las situaciones problemas (técnica, práctica y crítica).

Consideramos la existencia de evidencias de reflexión del profesor cuando, aunque formule la cuestión *¿cómo enseñar a traducir enunciados verbales en ecuaciones?* (de tipo amplio, según las categorías derivadas de Schön (1992) y de nivel técnico, según la de Van Manen (1977)), la relacione con cuestiones más precisas y de otro nivel, como *¿qué destrezas requiere traducir enunciados verbales?* (de nivel didáctico), o *¿para qué enseñar álgebra?* o *¿qué efecto emancipador tiene el empleo del álgebra?* (de nivel crítico, según las categorías de Van Manen, 1977). Por tanto, las categorías establecidas para los problemas, aun guardando cierta jerarquía, pueden variar según las relaciones que establezcan en el curso de su proceso de profundización y reformulación de los problemas.

### EL MODELO DE REFLEXIÓN EN EL ESTUDIO

En este estudio elegimos el modelo reflexivo ALaCT (Korthagen et al., 2001) en el que se identifica la reflexión como un proceso que de manera cíclica involucra cinco fases. En la Figura 1 se especifica cada fase, en las que con el propósito de estimular la reflexión docente, se incluyen preguntas que orientan las acciones reflexivas (Korthagen et al., 2001). Su notación se identifica con las siglas de las iniciales de su definición (Action, Looking back on the action, awareness of essential aspects, Creating alternative methods of action and Trial).

Figura 1: Ciclo de reflexión ALaCT, de Korthagen et al. (2001)



El modelo se centra en una situación problema detectada por el docente y expresa las acciones previstas para llevar a cabo el proceso de reflexión en relación con dichas situaciones, los conocimientos del docente, sus actuaciones y sus fundamentaciones. A continuación, describimos las cinco fases:

*Acción o experiencia:* Se identifica y plantea una problemática, describiendo los hechos conflictivos y de duda observados en la práctica, y se da sentido al objeto de reflexión concretándose en una cuestión.

*Mirar hacia atrás en la acción:* Consiste en esbozar una «imagen» de los acontecimientos que han dado lugar a la problemática. En esta fase se revelan los hechos sucedidos. Examinar y exteriorizar el significado de los objetos de reflexión conduce a la mirada distante de la realidad.

*Conocimiento de puntos importantes o esenciales:* Supone tomar conciencia de la acción. En esta fase se resaltan los elementos relevantes de la situación inicial que conducen a la concienciación sobre el conocimiento y profundización del objeto de la problemática.

*Crear, buscar y preparar alternativas para acción:* Consiste en proponer una solución a la problemática, fruto de las fases anteriores. En esta fase se buscan estrategias para reformular el plan de acción para eventos posteriores.

*Comprobar en una nueva situación:* Se trata de aplicar la solución en una nueva situación e iniciar un nuevo ciclo con la problemática redefinida a partir de esta aplicación.

## EL TALLER DE REFLEXIÓN

El curso sobre conocimiento y desarrollo profesional pretende iniciar a los participantes, profesores con experiencia docente y graduados recientes, en esta línea de investigación. Comprende tres módulos, el primero de introducción a la investigación en la línea, el segundo que profundiza sobre el constructo conocimiento profesional del profesor de matemáticas, y el tercero que trata sobre desarrollo profesional. Este tercer módulo tiene forma de taller de reflexión, ya que se pretende que los estudiantes lleven a cabo un proceso de reflexión de manera colectiva. El taller tiene una duración de un mes, con reuniones semanales en las que se presentan reactivos para que los participantes realicen las fases de reflexión, a partir de una problemática de su práctica, considerando las etapas del modelo reflexivo ALaCT (Korthagen et al., 2001).

La fase A de *acción o experiencia* se realiza en la primera sesión del taller, tras presentar el concepto de desarrollo profesional y la idea de reflexión del profesor para fundamentar su conocimiento profesional, sin perder de vista la percepción de la enseñanza que se tiene desde el desempeño práctico. Consiste en identificar,

describir y plantear una situación que ha constituido un problema durante su práctica docente.

Esta experiencia es ajena al taller, es decir, ocurrió en algún momento de su práctica. Los participantes tienen que relatarla identificando el sujeto que se ve afectado (generalmente el alumno o el profesor), la acción a la que afecta (generalmente aprender, enseñar, gestionar, etc.) y el contexto en que se ha presentado. Finalmente la formulan en forma interrogativa y la exponen a sus compañeros, quienes juzgan y sancionan si está planteada de manera comprensible o necesitan información complementaria, hasta llegar a la formulación definitiva. Al llevar a cabo esta actividad, los participantes comienzan a tomar cierta distancia de su práctica para concretarla y compartirla.

La segunda sesión emplea el concepto de creencia y su influencia sobre la actuación docente. Para introducir a los participantes en la siguiente fase, *distanciamiento del problema*, el formador solicita a los estudiantes que se pongan en el lugar de los demás compañeros, y expresen algunas ideas que piensan que está influyendo en el compañero, para apreciar la cuestión seleccionada como problemática. El formato de estas ideas es del tipo: *Yo creo que ... cree que ...*

De esta forma comienza la tercera fase del proceso ALaCT, favoreciendo *tomar conciencia de elementos fundamentales del problema* a partir de dos aspectos: a) la recogida de las ideas expresadas por los demás compañeros, referentes a su posición para formular el problema y b) la organización y posicionamiento frente a estas ideas. Para ello, los estudiantes deben completar la identificación de creencias de sus compañeros, colocando una suposición de creencia en una línea del foro abierto en la plataforma de la asignatura. De este modo, cada participante toma conciencia de ciertos elementos implícitos o explícitos en su problema. En la tercera sesión del taller se comienza en clase una comunicación de ayuda a los demás, describiendo experiencias similares que han tenido otros participantes, o recomendando lecturas que han sido interesantes para afrontar problemas parecidos.

Se está con ello preparando la cuarta fase del ciclo, pues el participante recibe informaciones y documentos que, a juicio de los compañeros, ayudan a analizar su problema. La lectura de estos documentos orienta al estudiante a examinar nuevas teorías que subyacen al problema que ahora se hace explícito.

A partir de estas tres fases reconocen de manera progresiva la complejidad de la práctica y en su análisis consideran cada vez más elementos. Así avanzan en su desarrollo profesional, como menciona Climent (2002).

En la cuarta fase del proceso ALaCT, el formador insta a los estudiantes a *crear, buscar y preparar comportamientos alternativos para la acción*. En este momento, el participante debe de ser capaz de buscar estrategias o soluciones de cómo abordar posteriormente su problemática para aplicarlas en un nuevo evento escolar

valiéndose, de las experiencias relatadas, los textos recomendados o los que pueda extraer de ellos, atendiendo a la bibliografía que suele acompañar estos textos.

Por último, para apoyar a los estudiantes a transitar por la última fase del proceso ALaCT, *comprobar en una nueva situación*, el formador les solicita que reformulen el problema y/o propongan soluciones. Para favorecer la identificación de los elementos metacognitivos que acarrea la reflexión, se pide un escrito final, donde cada participante formalice todo el proceso, explicitando una conclusión sobre el proceso llevado a cabo, es decir, una meta-reflexión.

## ANÁLISIS DE RESULTADOS

A continuación, describimos el estudio de casos (Flick, 2004) de dos profesoras participantes en el taller de reflexión a las que llamaremos Virginia y Carla. Virginia es una docente chilena que imparte clases en enseñanza primaria, con especialidad en pedagogía matemática, ha colaborado en la formación inicial de profesores y en la elaboración de libros de texto de matemáticas; tiene 10 años de experiencia. Carla es española, graduada en matemáticas, con 5 años de experiencia como profesora de secundaria.

Describimos el proceso de reflexión llevado a cabo por Virginia y Carla, examinando si se han puesto de manifiesto elementos que indiquen reflexión durante este proceso de formación.

Para la realización de estos estudios de caso vamos a emplear los datos a partir de las formulaciones realizadas en el primer seminario, algunas intervenciones en los foros durante el proceso y, especialmente, los trabajos finales de las estudiantes.

### FASE A: IDENTIFICACIÓN Y DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

#### *El caso de Virginia*

Virginia inició el proceso de reflexión situándose en el contexto de su práctica docente: «la problemática de los números primos surge en el contexto de la educación primaria chilena, en el quinto y sexto curso, donde me desempeñé como docente». Virginia presentó de modo amplio el contexto de la práctica (educación primaria).

Continuó describiendo la situación problemática en tres niveles: la generalidad del problema de enseñanza que se va a abordar, el concepto matemático objeto de conflicto y el conjunto de tareas que se seleccionan para su enseñanza y que provocan el conflicto.

«La enseñanza se basó en las actividades propuestas en los textos escolares y programas de estudio oficiales. Estos introducen la idea de número primo en

contraposición a los números compuestos aplicando la Criba de Eratóstenes. Luego los definen y continúan con actividades en las que deben clasificar una lista de números en primos o compuestos, o en las que deben centrarse en características de los números para clasificarlos, por ejemplo: ¿todos los números cuyo dígito de la unidad es 1 es un número primo?, ¿todos los números impares son primos?, etc. En cuanto a las situaciones problemas, algunas aluden a repartos preguntando cuántos grupos se pueden realizar y cuáles son las combinaciones posibles, esperando que respondan que, dado que la cantidad es un número primo  $X$ , las opciones son hacer un grupo con  $X$  elementos o  $X$  grupos con un elemento».

(Descripción 1 del contexto del problema en 1<sup>o</sup> sesión taller, por Virginia)

La definición de la situación problemática requiere la identificación de los hechos conflictivos y las dudas del sujeto fruto del conflicto. Virginia, a medida que describía el problema, extrajo aquellos aspectos que entran en conflicto con sus creencias:

«En respuesta a la propuesta descrita, la primera interrogante de los y las estudiantes siempre era sobre su nombre "primos" y preguntaban si también existían los números "hermanos", "amigos" u otros, focalizando su atención en lo que evocaba la palabra, la relación de parentesco. Otro fenómeno común era asociar los números primos con los números impares y los números compuestos, con los pares. Aunque lograban realizar las actividades la pregunta final era ¿y para qué sirven?»

(Descripción 2 del contexto del problema en 1<sup>o</sup> sesión taller, por Virginia)

Identifica por tanto tres elementos conflictivos:

- a) La semántica del término asociado al concepto matemático, «primo».
- b) La profundización en el trabajo de los números pares e impares se convierte en un obstáculo que provoca errores al asociar los números primos con los impares y los compuestos con los pares. Virginia lo plantea como un «fenómeno común».
- c) Virginia estaba sorprendida porque al final del proceso de enseñanza los estudiantes reclamaban ver «utilidad» a los conceptos estudiados.

Los tres elementos conflictivos señalados por la profesora están asociados al proceso de enseñanza. Eso condicionará la definición final del problema:

«Por lo anterior, es que me centré en las actividades de enseñanza, es decir, el sujeto es el profesor y me planteo lo siguiente: ¿Cómo enseñar los números primos para que los estudiantes le otorguen sentido, comprendan qué son y cuál es su utilidad?»

(Formulación del problema de Virginia en forma interrogativa)

Se trata de un problema que, según la clasificación de Schön (1992), tiene su origen en un conflicto ético. La profesora considera que los planteamientos

curriculares y de los libros de texto no responden a lo que cree que son las necesidades educativas de los estudiantes: aprender con sentido y la utilidad de los conceptos matemáticos.

Por otro lado, el problema planteado se basa en la aplicación eficaz de habilidades y conocimientos técnicos en el aula. Se trata de un problema de racionalidad técnica, de acuerdo con los tipos de reflexión planteados por Van Manen (1977).

### *El caso de Carla*

Carla definió el problema en su primera intervención de una manera muy directa:

El otro día, dando clase en 2<sup>o</sup> E.S.O. estuve explicando la suma, resta y multiplicación de polinomios y unos alumnos me preguntaron que para qué se usaba esto en la vida real y realmente, en ese momento, no supe que contestarles. Me preocupa no saber poner ejemplos de situaciones reales en los que se utilice cualquier contenido matemático.

¿Cómo puedo proponer a los alumnos situaciones reales en las que se utilicen las operaciones con polinomios?

(Definición problema de Carla en primera sesión)

Posteriormente, en su trabajo final comenzó por hacer explícita una preocupación profesional antes de comenzar a definir el problema:

«En mi labor como profesora me preocupa no saber poner ejemplos de situaciones reales en los que se utilice cualquier contenido matemático».

El problema por tanto surgió de la práctica y de una preocupación personal que pone de manifiesto su inseguridad sobre su formación y conocimiento: «me preocupa no saber poner ejemplos». Esta idea se reafirma cuando leemos la descripción del contexto en el primer texto.

El contexto está definido en este caso en términos específicos (una vez en una clase de 2<sup>o</sup> de ESO...). El origen del problema está en la búsqueda a la respuesta de un hecho particular.

Siguiendo la clasificación de las situaciones problemáticas de Peñas y Flores (2005), vuelve a plantearse un problema basado en la racionalidad técnica de Van Manen (1977).

## FASE L. DISTANCIAMIENTO DEL PROBLEMA

En esta fase, el proceso de reflexión supone que el profesor mira hacia atrás buscando las variables que intervienen en el problema. Nuestro caso se trata de formación inicial y, al no existir una práctica diaria de la que surgen los problemas,

hemos realizado una adaptación del modelo quedándonos con los elementos de esta fase que ayudan a objetivizar el problema. De ahí que hayamos cambiado el nombre de la fase por la de «Distanciamiento del problema».

En esta fase el docente se distancia del problema planteado, mirando los demás problemas con visión analítica, pero sin poder juzgarlos. Para ello, en el taller se les pide que hagan hipótesis sobre qué principios de acción subyacen a los problemas planteados por los compañeros, expresándolas mediante una frase que muestra el carácter subjetivo de su apreciación: «Yo creo que ... cree que...». La necesidad de buscar qué creencias están presentes en los problemas de los demás ayuda a distanciarse de la formulación de los problemas, para contemplarlos con cierta perspectiva.

### *El caso de Virginia*

Virginia fue prudente al emitir creencias que subyacen en los problemas de sus compañeros. De los 16 participantes (Virginia sólo podría enunciar de los otros 15), emite 4, sólo aquellos que encierran temas que conoce, por estar relacionados con las matemáticas de Primaria (sentido y operaciones con los enteros, uso del mínimo común múltiplo en la suma de fracciones, y significado del Teorema de Pitágoras). En todos estos casos enunció una creencia de tipo didáctico, relativa a su enseñanza, tratando de reflejar una dificultad que aprecia el emisor del problema de manera explícita o implícita.

Tabla 2: Creencias emitidas por Virginia que subyacen a problemas de compañeros

Problema	Virginia: Yo creo que .. cree que
<b>A: ¿Qué falta por comprender sobre números enteros para resolver operaciones combinadas?</b>	– comprender jerarquía de operaciones y reglas de signos en enteros son conocimientos previos necesarios para no cometer errores en operaciones combinadas.
<b>B: ¿Qué estrategias metodológicas son más convenientes para enseñar a sumar y restar números enteros?</b>	– Números naturales son obstáculo en aprendizaje de enteros.
<b>D: ¿Cómo convencer a alumnos de que es mejor usar el mcm para calcular denominador común en suma de fracciones?</b>	– si sus alumnos utilizan el mcm para suma y resta de fracciones en lugar de multiplicación de denominadores, realizarán operaciones combinadas de manera más sencilla al no incrementarse numeradores y denominadores.
<b>E: ¿Cómo comprenden alumnos Teorema de Pitágoras?</b>	– utilización de recursos es necesario para comprender y aplicar correctamente fórmula asociada a Teorema Pitágoras

En todas las creencias emitidas por Virginia se apreció que incorporaba elementos no recogidos directamente en los enunciados de los problemas de sus compañeros, aportando causas posibles, de conocimientos de didáctica del contenido correspondiente (las dificultades ligadas a la jerarquía de operaciones para operaciones combinadas y el obstáculo epistemológico que suponen los naturales sobre los enteros, en las dos primeras), o de razones prácticas.

### *El caso de Carla*

Carla formuló 12 creencias implícitas en la definición de los problemas de sus compañeros. En general, estas creencias resaltaban algo que se indicaba en el enunciado del problema. En la tabla 3 se recogen los correspondientes a las cuestiones que se presentaban en la tabla 2, así como la creencia que asignó a Virginia:

Tabla 3: Creencias emitidas por Carla que subyacen a problemas de compañeros

Problema	Carla: Yo creo que ... cree que
<b>A: ¿Qué falta por comprender sobre números enteros para resolver operaciones combinadas?</b>	– alumno conoce operaciones con enteros, pero las confunde al hacer una combinación de todas ellas.
<b>B: ¿Qué estrategias metodológicas son más convenientes para enseñar a sumar y restar números enteros?</b>	– como alumnos no están familiarizados con uso de números enteros, cometen errores cuando suman o restan.
<b>E: ¿Cómo comprenden alumnos Teorema de Pitágoras?</b>	– aunque alumnos han memorizado Teorema de Pitágoras no saben cuándo usarlo.
<b>Virginia: ¿Cómo enseñar números primos para que otorguen sentido, comprendan qué son y su utilidad?</b>	– es importante que alumnos, además de saber cuáles son números primos, conozcan sus utilidades.

Carla, al formular creencias asignadas a sus compañeros, o bien expresó la misma idea de manera diferente (otorgar sentido, en Virginia, lo especifica como «saber cuáles son .. y conocer utilidades»), o enunció posibles causas de los problemas (confundirse en operaciones, falta de familiaridad, sólo memorizar sin saber cuándo usar).

### FASE A. TOMA DE CONCIENCIA

En esta fase cada participante aprecia su problemática tras verse obligado a mirar con cierta perspectiva la de los demás compañeros, y mirar las apreciaciones que le han asignado los demás. Con ello está en mejores condiciones de contemplar los acontecimientos que han dado lugar a su problemática, pudiendo tomar conciencia de haber empleado determinados aspectos del significado de los objetos y comenzar a objetivarlos.

### *El caso de Virginia*

Las creencias relativas al problema de Virginia fueron redactadas por nueve compañeros. Una muestra de que Virginia se distanció se aprecia en el trabajo final, en el que señaló para esta fase:

«Las nuevas cuestiones evidencian que los comentarios de los docentes, en algún grado, me identifican y me hicieron dar cuenta que hay tres focos en mi problema inicial».

La profesora estableció tres categorías para agrupar las creencias que los compañeros del taller le indican (tabla 4).

Tabla 4: Organización de Virginia sobre las apreciaciones de sus compañeros

Categorías	Creencias
La utilidad es importante en el aprendizaje	Se fijan en lo anecdótico porque no conocen su utilidad. Deben ser conscientes de la importancia de los números primos antes de su uso en distintos contextos.
	La utilidad de los números primos en diversos campos justifica su inclusión en la Educación Primaria. Además de saber qué son los números primos es necesario conocer su utilidad.
	No existe una forma clara que transmita la utilidad de los números primos a los estudiantes.
Ideas ingenuas reflejan un problema en el aprendizaje	Generan ideas ingenuas de números primos por no atender a su utilidad. No comprenden lo que son los números primos y solo retienen concepciones superficiales y anecdóticas.
	Es un problema que los alumnos busquen asociar los números primos con algo distinto de lo que se pretende.
Propuestas clásicas pueden ser el problema	Las propuestas clásicas no son útiles para el aprendizaje de este tópico.
	Las propuestas clásicas no consiguen motivar el aprendizaje de los números primos y no justifican su necesidad.
	Criba de Eratóstenes no permite darle sentido a los números primos. La propuesta clásica no profundiza en su utilidad y significado.

Virginia apreció que, para varios de sus compañeros, su problema se centra en la utilidad de los números primos, para otros en la comprensión que los alumnos tienen sobre los números primos, pero otras creencias identifican en su problema una visión crítica de lo que ella llamó «propuestas clásicas (de enseñanza de los números primos)», que utilizó para contextualizar el problema detectado, pero que evitó denostar en su formulación inicial.

### *El caso de Carla*

En esta fase solo tres compañeros y el profesor emitieron ocho creencias para Carla que influyen en su problema. Carla no estaba de acuerdo con todas las

creencias que sus compañeros identificaron en ella. Organizó las creencias según atendieran a caracterizar qué entienden los alumnos por «utilidad», o a buscar la utilidad de los conceptos algebraicos. Posteriormente mostró su posición, agrupando las creencias por «estar de acuerdo» y «estar en desacuerdo», añadiendo una justificación a su postura, tal como se aprecia en el ejemplo de la tabla 5. Lo más interesante es cómo se posiciona respecto a las creencias, especialmente por sus justificaciones.

Tabla 5: Organización que hace Carla de las creencias que le asignan sus compañeros (ejemplos)

Posición	Creencia	Justificación
<b>De acuerdo</b>	Proponer relaciones con la vida real motivará a los alumnos	Si es cierto que cuando los alumnos vean la utilidad de algún contenido, están más motivados para aprenderlo
<b>En desacuerdo</b>	Los alumnos se sentirán satisfechos si les presentan situaciones científicas en las que se aprecie utilidad	Creo que además de situaciones científicas, se deben proponer a los alumnos otro tipo de situaciones en las que se utilicen los polinomios

Se aprecia que Carla se reafirmó en que los polinomios tienen utilidad, en algo más que en las ciencias, y que los alumnos deben conocer esta utilidad, aunque esto no es suficiente para lograr el aprendizaje. También, en que mostrar la utilidad favorecerá el aprendizaje de los alumnos.

#### FASE C. CONFRONTACIÓN

La transición de la fase L a la fase a es una parte importante del proceso de reflexión. Siguiendo la idea de que los problemas en la enseñanza están causados generalmente por discrepancias entre el pensamiento, el sentimiento, el deseo y la actuación de una persona, y/o por discrepancias entre dichos aspectos y los mismos aspectos en los alumnos, el formador anima a los estudiantes a que exploren dichas discrepancias. La salida a estas tiene que producirse por incorporación de nuevas formas de contemplar el problema, siempre que estas formas encajen en la disposición del que la recibe.

Para lograr este fin, se dedica una sesión del taller a relatar situaciones prácticas similares a las vividas por el participante que ha detectado cada problema. Si no se tienen experiencias relacionadas, se les sugiere que recomienden textos para profundizar en el estudio de los problemas. La recomendación se continúa posteriormente, a través del foro del curso. El receptor deberá escuchar y pensar en las soluciones propuestas por sus compañeros, y consultar los textos recomendados, o nuevos documentos que él mismo encuentre, para profundizar en aquel conocimiento teórico que le sea significativo para apreciar mejor su problema profesional.

### *El caso de Virginia*

La profesora expresó que recurre a pares para caracterizar su problema profesional: «en el proceso de reflexión conté con los aportes realizados por otros docentes quienes tuvieron la oportunidad de leer y reflexionar sobre la problemática expuesta en la fase anterior». Se le aportaron sugerencias sobre libros de profesor, como los de la colección Matemáticas, Cultura y Aprendizaje, de la editorial Síntesis (Sierra et. al, 1989), un artículo de propuestas innovadoras en la enseñanza del número primo (Peñas y Madrid, 2015), y dos libros de divulgación matemática sobre los números primos (Corrales, 2016 y Gracián, 2010).

En el caso de Virginia, la toma de conciencia la manifestó organizando los focos de su problema, y posteriormente, posicionándose sobre los textos recomendados, relativos a estos focos:

(...) me hicieron dar cuenta que hay tres focos en mi problema inicial. Sobre la utilidad, (...), Sobre las ideas ingenuas, (..) y Sobre las propuestas clásicas (..).

«Al leerlos y clasificarlos me surgieron nuevas interrogantes como: ¿Qué entiendo por utilidad?, ¿por qué enfatizo tanto en ella? ¿La propuesta de enseñanza tradicional acaso no es un modo de aplicación? ¿Cuál es el elemento que espero introducir en la enseñanza de modo que pueda mejorar la comprensión? ¿De qué modo se puede trabajar sobre las ideas ingenuas de los y las estudiantes?»

(Extractos del trabajo final de Virginia)

Aquí se manifiesta la Fase 3, acompañada de acciones como aceptación, empatía, autenticidad, concreción, confrontación, generalización, utilización del aquí y ahora, ayudar en hacer cosas, ayudar en explicitar.

Virginia llevó a cabo una confrontación: «Para responder las nuevas preguntas y aclarar los supuestos que me llevaron a plantear la problemática realicé una confrontación». Esta acción, como ella misma indica, permite mirar la enseñanza no solo como un conjunto aislado de procedimientos técnicos sino como aspectos que se van construyendo basándose en valores y actitudes.

Por ello, la profesora revisó «literatura sugerida por los docentes y otras que busqué en base a los tres focos definidos». Organizó la revisión de la literatura según las categorías de creencias establecidas en la fase anterior. Gracias a ello llega a las siguientes conclusiones, que hemos resumido:

Su definición y utilidad.

- Relacionados con el Teorema fundamental de la aritmética (un número cualquiera se puede expresar de forma única como el producto de números primos).
- Elementos primordiales con los que se construyen todos los números (palabra primo, quiere decir primero, ya que todos los números pueden obtenerse a partir de ellos, Gracián, 2016, p.16).

– Utilidad en criptografía, pues no siguen un patrón de comportamiento claro, son un conjunto caótico, se distribuyen de manera aleatoria por la serie de números naturales.

Las propuestas clásicas.

– La Criba de Eratóstenes para generar números primos.

– Otro método permite encontrar más números primos y demostrar que son infinitos, planteado Euclides, consiste en tomar una cantidad sucesiva de primos, multiplicarlos y añadir 1 al producto, lo que resultará un número primo o que se puede escribir como productos de primos que no se conocían.

Ideas y problemas en el aprendizaje.

– Evidencia de dificultades en aprendizaje de números primos y otros conceptos relacionados con la divisibilidad, que se deben a la mínima conexión entre contextos de la teoría de números. (Zazkis, 2001)

(Extracto trabajo final de Virginia).

### *El caso de Carla*

Del mismo modo, Carla realizó la confrontación «mediante la revisión de la literatura y experiencias sugeridas en relación a la utilidad de los polinomios en la vida real». Los compañeros le recomendaron un artículo de innovación en una revista latinoamericana (Soto, Mosquera y Gómez, 2005), obtenido en internet libre, que, como indican los autores «ilustra la utilización de una herramienta didáctica para la educación básica denominada La Caja de Polinomios la cual permite el desarrollo del álgebra de polinomios. Esta herramienta fue construida a partir de la idea de homogeneización de polinomios cuadráticos introducida por el matemático árabe Tabit ibn Qurra al-Harrani en el siglo IX» (op. cit., p. 83).

El formador recomienda el informe Cockcroft (1985), el manual de Ortega (2005) y el capítulo Davis y Hersh (1989) sobre utilidad, además de libros de matemática recreativa. Carla revisa todos estos documentos y organiza la revisión bibliográfica basándose en las recomendaciones de los compañeros y descubriendo la «utilidad de las matemáticas, posibilidad de realizar distintas tareas para que los alumnos observen esta utilidad y así motivarlos a aprender y trabajar los contenidos, oportunidad de realizar operaciones con polinomios de una forma más lúdica y tal que los estudiantes desarrollen su inteligencia...».

Carla resumió información sobre la idea de utilidad, de Davis y Hersh (1989) (aprecia que la utilidad de las matemáticas no tiene por qué ser inmediata), y sobre la repercusión de la utilidad en la enseñanza de las matemáticas (del Informe Cockcroft, 1985, extrajo algunas directrices sobre adaptación de la enseñanza a cada alumno y de Ortega, 2005, el interés en enseñar a través de situaciones cotidianas). Los textos de matemática recreativa (Perelman, 1989), le mostraron problemas

curiosos que requieren aplicar polinomios. El texto de Gómez, Mosquera y Soto (2005) le animaron a buscar soportes históricos que contribuyan al desarrollo de nuevas alternativas y estrategias didácticas basadas en lo lúdico y suministrando un recurso que posibilite el cálculo de suma, resta, multiplicación, división y factorización de polinomios de grado 2; además de poder realizar operaciones con polinomios de grado mayor que 2.

#### FASE T: REFORMULACIÓN PARA COMPROBAR UNA NUEVA PROBLEMÁTICA

Como consecuencia de la fase de confrontación, y no pudiendo realizar una comprobación práctica de sus estudios y propuestas, en el taller se les promueve a que reformulen el problema planteado, teniendo en cuenta el máximo de informaciones previas. Estas reformulaciones se recogen en los trabajos finales, posteriores al taller.

##### *El caso de Virginia*

La revisión de la literatura llevó a Virginia a reformular el problema de la siguiente manera:

«¿cómo articular los conceptos relacionados con la teoría de números para darle sentido al aprendizaje de los números?».

(Extracto trabajo final de Virginia)

Ahora podemos considerar que el tipo de problema es fundamentalmente de reflexión didáctica («articular conceptos», «dar sentido al aprendizaje»), concretada en matemáticas, y con cierta preocupación crítica. El problema encierra un cuestionamiento de los criterios curriculares al indicar el origen de la solución (ampliar conceptos de la teoría de números) y el fin de la solución (aprendizaje con sentido), ambos contrapuestos con el origen curricular del problema inicial (propuestas de los libros de textos) y el fin (encontrar números primos).

##### *El caso de Carla*

El nuevo conocimiento que ha adquirido y que resume en su trabajo final, supone una confrontación tal con el antiguo que la reestructuración del problema implica tener en cuenta algo que hasta ese momento no entraba en su consideración, la metodología: «¿Cómo puedo conseguir que los alumnos vean la utilidad de las operaciones con polinomios y además motivarlos para que aprendan este contenido?». Carla en este caso, descubrió en los libros consultados propuestas curriculares que desconocía y que considera que deberían formar parte de la solución,

por lo que hace una reformulación didáctica, añadiendo al problema inicial la idea de motivación para aprender.

## CONCLUSIONES

El objeto de este capítulo es examinar la ayuda que supone un taller de reflexión docente para el desarrollo profesional de los participantes, identificando si los profesores realizan un proceso de reflexión. Se observa este proceso apreciando que los profesores que participan en el taller recorren las etapas de un ciclo reflexivo y estructuran o reestructuran una experiencia, un problema o conocimiento existente o sus percepciones (Wubbles y Korthagen, 1990).

El taller fue diseñado arrancando de trabajos previos (Flores, 2000 y Peñas y Flores, 2005) con el fin de promover la reflexión y siguiendo las etapas del ciclo reflexivo de Korthagen (Korthagen et al., 2001).

El estudio de casos expuesto presenta dos profesores que logran diferentes niveles de reflexión si atendemos tanto a la definición de reflexión de Wubbles y Korthagen (1990) como a la caracterización de reflexión que se recoge en Peñas y Flores (2005).

La tabla 6 recoge la definición de los problemas de cada uno de los casos estudiados en dos fases diferentes del ciclo reflexivo.

Tabla 6: Definición de problemas de las profesoras

Caso	Fase 1. Acción	Fase 3. Toma de conciencia
<b>Virginia</b>	¿Cómo enseñar los números primos para que los estudiantes le otorguen sentido, comprendan qué son y cuál es su utilidad?	¿Cómo articular los conceptos relacionados con la teoría de números para darle sentido al aprendizaje de los números?
<b>Carla</b>	¿Cómo puedo proponer a los alumnos situaciones reales en las que se utilicen las operaciones con polinomios?	¿Cómo puedo conseguir que los alumnos vean la utilidad de las operaciones con polinomios y además motivarlos para que aprendan este contenido?

El resumen de lo ocurrido en el taller durante la reformulación del problema puede verse en la tabla 7.

Tabla 7: Descripción sintética de las etapas de reflexión recogidas por los casos

Categorías	Virginia	Carla
<b>Naturaleza del problema</b>	Incluyen conflictos normativos	Busca la alternativa a un hecho particular
<b>Dificultad detectada</b>	Metodológica	Matemáticas
<b>Tipo de problema</b>	Racionalidad técnica	Racionalidad técnica
<b>Actitud al justificar las creencias</b>	Acepta las creencias de sus compañeros	Justifica los desacuerdos con las creencias de sus compañeros
<b>Uso de los textos</b>	Identifica en ellos la idea principal	Comenta todos y argumenta expectativas
<b>Reformulación del problema</b>	Cambia de problema por algo más preciso	Cambia elementos superficiales de problema

La reflexión se considera un proceso mental de reestructuración del problema. Las dos profesoras reformulan el problema identificado en su acción o experiencia, incorporando nuevos elementos que intervienen en la formulación. Algunos de ellos generan una mayor profundidad, porque como en el caso de Virginia, pasó de situar el problema en los planteamientos curriculares y de los libros de texto a reformular un problema cuya solución se apoya en aumentar el significado del contenido (número primo), lo que repercute en el conocimiento teórico del profesor. Estos cambios también suponen un salto en el tipo de problema. Inicialmente eran problemas de racionalidad técnica y evolucionan a un nivel crítico (Virginia) y práctico (Carla), según los niveles de reflexión de Van Manen (1977). La trayectoria de reflexión hipotética parte de una cuestión técnica y, a raíz de sucesivos distanciamientos del estudiante de la situación inicial, da lugar a cuestiones de carácter práctico y en un último nivel crítico (Peñas y Flores, 2005). En este sentido podemos afirmar que tanto Virginia como Carla han seguido una trayectoria de reflexión.

El taller de reflexión ha sido una instancia que permitió a las profesoras transitar desde una postura técnica a una crítica o práctica, lo que evidencia la importancia que tuvo este espacio de reflexión dentro de su desarrollo profesional.

La presencia de talleres de reflexión donde se pongan en juego las creencias en torno a problemáticas es una necesidad tanto en la formación continua como inicial, pues facilita la integración en la enseñanza de lo profesional y lo personal, y la conexión entre teoría y práctica (Korthagen, 2010). Estudiar qué acontece en los procesos formativos donde el formador toma la reflexión como punto de partida para alcanzar las expectativas de sus participantes sin desestimar las propias, permite mirar con mayor perspectiva los problemas profesionales que aquejan al profesorado observando, por ejemplo, si los tipos problemas identificados hace casi

tres décadas por Schön (1992) siguen persistiendo o han evolucionado hacia otros orígenes y son de otra naturaleza.

## REFERENCIAS

- Beijaard, D., Meijer, P., y Verloop, N. (2004). Reconsidering research on teachers' professional identity. *Teaching and Teacher Education*, 20, 107-128.
- Cardenoso, J.M., Flores, P., y Azcárate, P. (2001). El desarrollo profesional de los profesores de matemáticas como campo de investigación en Educación Matemática. En Gómez, P. y Rico, L. (Eds.), *Iniciación a la investigación en Didáctica de la Matemática*. (pp. 233-264). Granada: D. Didáctica de la Matemática.
- Chamoso, J., Cáceres, M. y Azcárate, P. (2012). La reflexión como elemento de formación. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 7(10), 13-51.
- Chávez, Y., y Llinares, S. (2012). La identidad como producto del aprendizaje en la práctica de enseñar matemáticas en profesores de primaria. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. Penalva y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 187-196). Jaén, España: SEIEM.
- Climont, N. (2002). *El desarrollo profesional del maestro de Primaria respecto de la enseñanza de la matemática: un estudio de caso*. (Tesis Doctoral). Universidad Huelva, España.
- Cockroft, W. (1985). *Las matemáticas si cuentan*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Corrales, R. (2016). *El misterio de los números primos*. <http://revistavacio.com/ciencia-y-tecnologia/numeros-primos/>.
- Davis, P.J., & Hersh, R. (1989). *Experiencia matemática*. Madrid: Labor-MEC.
- Dewey, J. (1989). *Cómo pensamos*. Barcelona: Paidós.
- Flick, U. (2004). *Introducción a la investigación cualitativa*. Madrid: Morata.
- Flores, P. (2000). Reflexión sobre cuestiones profesionales surgidas durante las prácticas de enseñanza. *EMA*, 5(2), 1-28.
- Flores, P. (2007). Profesores de matemáticas reflexivos: formación y cuestiones de investigación. *PNA: Revista Pensamiento Numérico y Algebraico*, 1(4), 139-159.
- Flores, P., y Fernández, F. (2001). Reflexión sobre un problema profesional relacionado con la enseñanza del Álgebra. En F. Perales y Otros (Eds.), *Congreso nacional de didácticas específicas* (pp. 1787-1800). Granada: GEU.
- Gracián, E. (2016). *Los números primos: un largo camino al infinito*. Barcelona: RBA Coleccionables.
- Jaworski, B. (1993). The professional development of teachers: The potential of critical reflection. *British Journal of In-service Education*, 19, 37-42.
- Korthagen, F. (2010). La práctica, la teoría y la persona en la formación del profesorado *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 68 (24,2), 83-102.
- Korthagen, F.A.J., Kessels, J., Koster, B., Lagerwerf, B., y Wubbels, T. (2001). *Linking practice and theory: The pedagogy of realistic teacher education*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

- Korthagen, F., y Verkuyl, H. S. (1987). *Supply and demand: Towards differentiation in teacher education, based on differences in learning orientations*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, Washington.
- Ortega, T. (2005). *Conexiones matemáticas*. Barcelona: Graó.
- Peña, M. J., y Madrid, M. J. (2015). Propuestas de Innovación para la enseñanza de los números primos. *Épsilon*, 32(1), 67-74.
- Peñas, M.J., y Flores, P. (2005). Proceso de reflexión en estudiantes para profesor de matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 23(1), 5-16.
- Perelman, Y. (1989). *Álgebra recreativa*. Moscú: Editorial Mir.
- Ponte, J. P., & Chapman, O. (2008). Preservice Mathematics Teachers' Knowledge and development. In L. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 225-236). New York: Routledge.
- Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. En Grupo GTI (Ed.), *Refletir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). Lisboa, Portugal: APM.
- Ramos-Rodríguez, E., Flores, P., y Ponte, J.P. (2017). An approach to the notion of reflective teacher and its exemplification on mathematics education. *Systemic Practice and Action Research*, 30(1), 85-102.
- Rico, L. (2015). Matemáticas escolares y conocimiento didáctico. En P. Flores y L. Rico (Coords.), *Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria* (pp. 21-40). Madrid: Pirámide.
- Schön, D. A. (1992). *La formación de profesionales reflexivos. Hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje en las profesiones*. Madrid: Paidós.
- Schön, D.A. (1983). *The Reflective Practitioner: How Professionals Think in Action*. New York: Basic Books.
- Sierra, M., González, M. T., García, A., y González, M. (1989). *Divisibilidad*. Madrid: Síntesis.
- Soto, F., Mosquera, S., y Gómez, C. P., (2005). La caja de polinomios. *Matemáticas: Enseñanza Universitaria*, 13(1).
- Tzur, R. (2001). Becoming a mathematics teacher-educator: Conceptualizing the terrain through self-reflective analysis. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4, 259-283.
- Van Manen, M. (1977). Linking ways of knowing with ways of being practical. *Curriculum Inquiry*, 6, 205-228.
- Wubbles, T., y Korthagen, F.A.J. (1990). The effects of a Pre-service Teacher Education Programs for the preparation of reflective teachers. *Journal of Education for Teaching*, 16(1), 29-43.
- Zazkis, R. (2001). Múltiplos, divisores y factores: explorando la red de conexiones de los estudiantes. *RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 4(1), 63-92.
- Zeichner, K. (1993). El maestro como profesional reflexivo. *Cuadernos de Pedagogía*, 220, 44-49.