

Un instrumento para medir el nivel de razonamiento geométrico basado en el modelo de van hiele

Sofía Carrasco y Angela Castro
Universidad Austral de Chile

Resumen

Presentamos parte de un instrumento que evalúa el nivel de razonamiento geométrico de estudiantes de Primer Año Medio, basado en el Modelo de van Hiele. Para ello, (i) realizamos una progresión de los objetivos de aprendizaje propuestos en el eje de Geometría de Educación Básica; (ii) identificamos los conocimientos claves que los alumnos deberían poseer al momento de finalizar la Educación Básica; (iii) comparamos los conocimientos claves identificados con los conocimientos necesarios para el eje de Geometría según los planes y programas de Primer Año Medio; y (iv) elaboramos preguntas basadas en los niveles de razonamiento de van Hiele. Esta propuesta ofrece una herramienta para que los profesores determinen el nivel de razonamiento geométrico con el que inician sus alumnos la enseñanza media, permitiéndoles diseñar secuencias metodológicas más eficaces.

Palabras clave: Razonamiento geométrico, niveles de razonamiento, educación media, cuestionario.

ABSTRACT We present part of an instrument that assesses the geometric reasoning level of First Year Middle School students, based on the Van Hiele Model. We (i) made a progression of the learning objectives proposed in the Basic Education Geometry; (ii) identify the key knowledge that students should have at the time of completing Basic Education; (iii) compare the key knowledge identified with the knowledge required for the Geometry axis according to the plans and programs of the First Year of the Year; and (iv) we elaborated questions based on van Hiele's reasoning levels. This proposal offers a tool for teachers to determine the level of geometric reasoning with which their students start their secondary education, allowing them to design more effective methodological sequences.

Key words: Geometric reasoning, reasoning levels, secondary education, questionnaire

Introducción

La Geometría se ha posicionado como una de las ramas más complejas dentro de la Matemática. Uno de los factores que ha gatillado esta situación, posee su origen a partir del siglo XVII con el comienzo de la idealización, en el cual la imagen visual del objeto geométrico retrocedió en importancia y fue sustituido por lo algebraico

y lo analítico (Davis, 1993).

En Chile, los resultados alcanzados por los estudiantes en evaluaciones nacionales e internacionales evidencian que no se han desarrollado las competencias básicas en matemáticas, debido a que se prioriza el trabajo algebraico, sin aplicaciones ni contextos. Esta situación, ha traído como consecuencia, que los alumnos no desarrollen las habilidades claves en los procesos geométricos, tales como la visualización, las representaciones, la exploración, la modelización, la argumentación y la demostración (Aravena y Caamaño, 2013).

Al inicio de la Educación Media, ocurre un cambio de ciclo de escolarización y en muchas ocasiones, los profesores se ven enfrentados a alumnos que provienen de diversos contextos, con distintos conocimientos previos, habilidades y actitudes. Esta situación plantea la necesidad de disponer de instrumentos de evaluación diagnóstica que permitan recoger la diversidad presente en el aula. Esto motivó nuestro interés por diseñar una evaluación que permita a los docentes que imparten clases en primer año de educación media, medir el nivel de razonamiento que posee cada uno de sus estudiantes. Si bien, en estudios anteriores se han propuesto algunos instrumentos que buscan medir el nivel de razonamiento geométrico (e.g. Aravena y Caamaño, 2013; Cabello, Sánchez y López, 2013; entre otros), se requieren instrumentos actualizados a los nuevos programas que orienten la planificación de la enseñanza en el eje de Geometría.

Enseñanza de la geometría y el modelo de Van Hiele

De acuerdo con las Bases Curriculares del MINEDUC (2013), en el eje de Geometría *"se espera que los estudiantes desarrollen sus capacidades espaciales y que entiendan que ellas les permiten comprender el espacio y sus formas"* (p.110). Para lograr esto, se afirma que los alumnos deben ser capaces de comparar, medir, estimar magnitudes y analizar propiedades y características, para que así puedan utilizar de manera adecuada y precisa las propiedades y relaciones geométricas existentes, y así, finalmente, realizar generalizaciones y resolver problemas geométricos.

Lo descrito anteriormente, se relaciona con el concepto de razonamiento geométrico, ya que según la Agencia de Calidad de la Educación (2016) es aquel pensamiento lógico y sistemático para realizar deducciones basadas en reglas y supuestos específicos. Entonces, se infiere que para razonar deben manejar ciertos *"conceptos, redes de conceptos e información sobre hechos, procesos, procedimientos y operaciones"* (MINEDUC, 2016, pág. 9).

De acuerdo con lo anterior, esta investigación se basa en el modelo de van Hiele, debido a que es uno de los modelos de enseñanza de la Geometría, que busca determinar e incrementar los niveles de razonamiento geométrico. El Modelo de van Hiele es una teoría de enseñanza y aprendizaje de la geometría constituida desde la idea de que, a lo largo del proceso de aprendizaje, el razonamiento de los estudiantes pasa por una serie de niveles que son secuenciales y ordenados (Jaime y Gutiérrez, 1993).

Tabla 1: Niveles de razonamiento del Modelo de van Hiele

Niveles	Descripción del nivel
lógico Nivel 1 (visualización)	Realizan una descripción de los objetos a base de su aspecto físico, sin distinguir explícitamente sus componentes ni propiedades matemáticas.

Niveles	Descripción del nivel
Nivel 2 (<i>análisis</i>)	Realizan una descripción de los objetos a base de su aspecto físico, sin distinguir explícitamente sus componentes ni propiedades matemáticas.
Nivel 3 (<i>deducción informal</i>)	Reconocen los componentes y propiedades de un objeto o concepto. Pueden establecer relaciones entre objetos y componentes, sólo de forma experimental.
Nivel 4 (<i>deducción formal</i>)	Hacen una relación lógica entre propiedades matemáticas y son capaces de seguir un razonamiento deductivo, pero no entienden la función de los elementos de un sistema axiomático matemático.
Nivel 5 (<i>Rigor</i>)	Son capaces de escribir pruebas abstractas en diferentes sistemas axiomáticos, analizar y comparar dos sistemas axiomáticos.

Fuente: Elaboración propia a partir del trabajo de Jaime y Gutiérrez (1990).

Dentro del modelo de van Hiele se definen las Fases del aprendizaje, las cuales son aquellas pautas por seguir en la creación y planificación de actividades, que resultan ser fundamentales para que el estudiante pueda progresar a un nivel superior. Es importante destacar que las fases no están asociadas a un nivel determinado, sino que en cada nivel se pasa por las cinco fases, es decir, al finalizar la quinta fase, los estudiantes deberán haber alcanzado el nivel de razonamiento que sigue.

En esta línea, entre 1982 y 1993 se realizaron diversos estudios acerca del modelo de van Hiele, como, por ejemplo, el de Fuys, Geddes, y Tischler(1988), en donde se estableció que los niveles de razonamiento no poseen carácter discreto, sino continuo. Desde ahí, diversos autores se han centrado en la continuidad de los niveles y los grados de adquisición (e.g. Aravena y Caamaño, 2013; Jara y Gaita, 2017; entre otros.).

El instrumento

El enfoque de esta investigación es de carácter cualitativo, debido a que recogiendo lo propuesto por Jaime (1993), consideramos que una de las mejores maneras de medir el nivel de razonamiento geométrico es utilizar un cuestionario abierto.

Los contenidos en los que se basa el cuestionario son extraídos a partir de los Programas de Estudio de Matemáticas que proponen los nuevos Planes y Programas del MINEDUC (2013) de Quinto al Octavo Año Básico. Posteriormente, se realiza una progresión de contenidos, con el objetivo de determinar el desarrollo de los contenidos claves de Geometría a través del ciclo de la Educación Básica. A partir de lo anterior, se extrajeron los contenidos que articulan este eje y seguidamente se determinaron cuáles son los conocimientos claves que están presentes para el Programa de Primer año de Educación

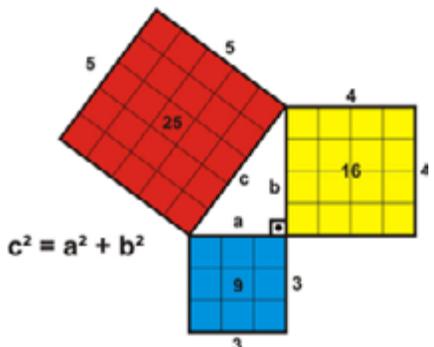
Media. Se compararon con los que se habían obtenido del análisis anterior. De acuerdo con esta revisión, se extrajeron los siguientes contenidos como conocimientos claves: (i) propiedades y clasificación de figuras en 2D y 3D, (ii) cálculo de áreas en 2D y 3D, (iii) ángulos, plano cartesiano y vectores, (iv) Teorema de Pitágoras, y (v) la composición de rotaciones,

traslaciones y reflexiones en el plano cartesiano y en el espacio.

Composición del instrumento

El cuestionario consta de 15 preguntas tipo abiertas, que deben ser contestadas de manera individual en un tiempo de 90 minutos.

Tabla 2: Extracto del instrumento

Pregunta	Contenido	Nivel	Respuestas esperadas por nivel
¿Qué diferencias hay entre un cuadrado, un trapecio y un rectángulo? Explique.	Composición de figuras 2D	1	Debe mencionar la cantidad de lados, de puntas o los tamaños (sólo elementos visuales).
		2	Debe hacer referencia a las propiedades de las figuras como a los lados paralelos o diagonales.
		3	Debe clasificarlas a base de sus propiedades, por ejemplo, que el cuadrado y el trapecio son paralelogramos.
<p>A partir de la siguiente imagen demuestre que se cumple el teorema de Pitágoras para todo triángulo rectángulo.</p> 	Teorema de Pitágoras	2	Utilizan los valores dados, pero no demuestran la propiedad para todos los triángulos rectángulos.
		3	Realizan la demostración geométrica usando áreas de los cuadrados formados, pero con un lenguaje informal.
		4	Realizan la demostración mediante el uso de áreas de los cuadrados formados y utilizan un lenguaje formal.
		5	Demuestran que poseen una visión global del teorema de Pitágoras, esta visión puede ser demostrada mediante la comparación de dos demostraciones.

Fuente: Elaboración propia.

Comentarios finales

Resulta fundamental para el docente disponer de un instrumento que le permita identificar el nivel de razonamiento geométrico en el que se encuentra cada uno de los estudiantes al inicio de la educación media, brindándole la posibilidad de identificar las formas de razonamiento geométrico y pautas a seguir para fomentar la consecución de niveles más altos de razonamiento (Vargas y Gamboa, 2013). En este sentido, el instrumento que presentamos al poseer preguntas abiertas puede acercarse mucho más al nivel alcanzado del estudiante debido a que no posee ambigüedades dentro de las preguntas

Referencias

- Agencia de Calidad de la Educación. (2016). *Informe técnico SIMCE 2014*. Santiago de Chile: Agencia de Calidad de la Educación.
- Aravena, M., & Caamaño, C. (2013). *Niveles de razonamiento geométrico en estudiantes de establecimientos municipalizados de la Región del Maule*. Talca, Chile. *RELME*, 16 (2), 139-178.
- Cabello, A.B., Sánchez, A.B. y López, R. (2013). *Significatividad de la implementación curricular del modelo de van Hiele*. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 193-207). Bilbao: SEIEM.
- Davis, P. J. (1993). *Visual Theorems*. *Educational Studies in Mathematics* 24 (4), 334.
- Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R. (1988). *The Van Hiele Model of thinking in geometry among adolescents*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 3, 82. doi:10.2307/749957
- Jaime, A., y Gutiérrez, A. (1990). *Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de van Hiele*. En S. Llinares, y M.V. Sánchez, *Teoría y práctica en educación matemática* (pp. 306-311). Sevilla: Alfar. Obtenido de <https://www.uv.es/angel.gutierrez/archivos1/textospdf/JaiGut90.pdf>
- Jaime, A., y Gutiérrez, A. (1993). *Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de van Hiele: la enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento (tesis doctoral)*. Universidad de Valencia, Valencia, España.
- Jara, L., & Gaita, R. (2017). *Caracterizaciones de los paralelogramos para el primer grado de secundaria según el modelo de Van Hiele*. *Revista de Producción Discente en Educación Matemática* 6 (1), 15-26.
- MINEDUC. (2013). *Bases curriculares 7° básico a 2° medio*. Santiago de Chile: Unidad de Currículum y Evaluación.
- MINEDUC. (2016). *MATEMÁTICA Programa de estudio Octavo Básico*. Santiago de Chile: Unidad de Currículum y Evaluación.
- Vargas, G., & Gamboa, R. (2013). *El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría*. *Uniciencia*, 27(1), 77-94.