De la argumentación intuitiva a la argumentación matemática: Un estudio desde la tipología de pruebas y niveles de razonamiento geométrico

Gallegos, Ginette. Barra, Marcos. Vidal, Roberto
Colegio Madre Ana Eugenia, Universidad Alberto Hurtado

Resumen

Este trabajo se configura como investigación exploratoria y busca convertirse en una herramienta para docentes e investigadores en torno al trabajo de la argumentación en las clases de matemática. Atiende a la necesidad de establecer el estado inicial de la argumentación de los estudiantes para proyectarse en futuros trabajos, diseños que permitan promover el desarrollo argumentativo. Para ello, se estudia la Argumentación Intuitiva (AI), la Argumentación Matemática (AM) y el Tránsito entre ambas, a base de los Niveles de Razonamiento de Van Hiele y la tipología de prueba de Nicolás Balacheff, al usar el tópico geométrico: "teorema de Euclides", contextualizado en II Medio.

ABSTRACT *This paper is based on an exploratory research and seeks to become a pedagogical tool for teachers and researches who work with argumentation on mathematical lessons. This investigation addresses the need to establish an initial status of student's argumentation to map future works out and designs which allow promoting the argumentation development. To this effect, Intuitive Argumentation, Mathematic Argumentation and the transit between them are studied, based on Van Hiele Levels of Reasoning and Nicolas Balacheff Typology of proof using the geometric topic: "Euclid's theorem" contextualized for 10th grade students.*

Palabras Clave: Argumentación Intuitiva, Argumentación Matemática, Niveles de Razonamiento, Tipología de Prueba.

Esta investigación nace a partir de antecedentes sobre Argumentación provenientes de la Didáctica de la Matemática, el currículo escolar chileno y evaluaciones internacionales, presentándose la problemática de docentes en aula sobre cómo desarrollar la habilidad argumentativa en estudiantes y avanzar hacia la comprensión y elaboración de la argumentación matemática. En esta recogida de antecedentes surgen dos temas claves: la mención y reconocimiento de la existencia la de Argumentación Intuitiva por parte del Ministerio de Educación chileno, y la necesidad de establecer el estado argumentativo inicial de los estudiantes antes de proponer el desarrollo de la argumentación en ellos. Con ello, surge la pregunta que le da vida a esta investigación: "*¿Qué características tienen las justificaciones de las y los estudiantes cuando presentan argumentaciones intuitivas,* *matemáticas o en tránsito entre ambas, en el tópico geométrico del Teorema de Euclides?"*

El fundamento teórico que sustenta esta investigación proviene de cuatro fuentes: la primera de ellas apunta a determinar lo que se entenderá por intuición, recogiendo el examen crítico realizado por Bunge (1986) y refinado en 1996, quien presenta una tipología de intuición dependiendo de cómo la considera el mundo científico. Para establecer la conexión entre argumentación e intuición, se utiliza el trabajo realizado por Cecilia Crespo (2008-2010). Y finalmente, para determinar características propias de la Argumentación Intuitiva y la Argumentación Matemática, se utiliza la tipología de pruebas de Nicolás Balacheff (2000) y los Niveles de Razonamiento del Modelo de Van Hiele.

Metodología de investigación y de análisis de datos

La metodología utilizada responde a una investigación cualitativa, orientada a la fase descriptiva exploratoria, ya que presenta dos objetivos centrales: clasificar a partir de la recogida de datos, y ser la puerta de entrada a nuevas investigaciones que busquen el desarrollo de las habilidades argumentativas en las y los estudiantes, a partir de las clasificaciones obtenidas respecto a la Argumentación Intuitiva, la Argumentación Matemática y argumentación en tránsito entre AI y AM.

La investigación se lleva a cabo en tres momentos: el primero tiene por objetivo levantar información sobre el discurso que hay en la comunidad en torno a la argumentación, contempla la aplicación de un cuestionario a las estudiantes de la muestra y a los profesores de matemática de la comunidad. Los otros dos momentos tienen por objetivo clasificar el estado argumentativo de las estudiantes de la muestra, considerando un diseño inicial frente a una situación referida al Teorema de Euclides, y un diseño posterior, apoyado con preguntas generadoras.

Para enfrentar la metodología de análisis de datos se establece lo que se entenderá en el estudio por Argumentación Intuitiva, con el apoyo teórico de Mario Bunge (1996) y Cecilia Crespo (2008-2010), reconociendo, además, la Argumentación Matemática como la demostración misma. Para analizar las respuestas de las estudiantes, en cada uno de los diseños, se determina qué Niveles de Razonamientos (de Van Hiele) y qué tipos de prueba (de Nicolás Balacheff) se pueden categorizar como AI, cuáles serían AM, y finalmente, aquellos que no sean AI o AM, entonces, se categorizan como Argumentación en tránsito entre AI y AM, como se aprecia en la siguiente tabla.

Tabla 1

	Tipología de Prueba	Modelo de Van Hiele
AI	Empirismo ingenuo.	*Nivel 0*: Visualización o Reconocimiento
AI	Experiencia crucial.	*Nivel 1*: Análisis

Tránsito	Ejemplo genérico.	*Nivel 2*: Deducción informal (Ordenación o Clasificación)
Tránsito	Experimento mental.	
Tránsito	Calculo sobre el enunciado.	
AM	Demostraciones.	***Nivel 3: Deducción formal*** *Nivel 4*: Rigor

Tabla 1: Muestra la clasificación de Tipología de Prueba de Nicolás Balacheff y Niveles de Razonamiento del Modelo de Van Hiele entre Argumentación Intuitiva (AI), Argumentación Matemática (AM) y el Tránsito entre ambas argumentaciones (Tránsito).

Resultados

Los resultados obtenidos en la primera etapa de la investigación dan cuenta de estudiantes y profesores que diferencian entre argumentos con característica de AI y AM, sin embargo, asocian principalmente la argumentación con la necesidad de explicar un procedimiento; solo en profesores de enseñanza media se evidencia la justificación con fundamentos matemáticos. La comunidad reconoce como más confiable la argumentación que usa fundamentos matemáticos, pero a la hora de justificar, lo hace por medio de la explicación de procedimientos.

Con respecto a los resultados obtenidos en los diseños, de las 10 parejas que trabajaron en los dos diseños propuestos, 6 presentaron un avance en su estado argumentativo entre el diseño inicial y el segundo diseño, logrando acercarse a la AM, sin que ninguna de sus producciones se pueda catalogar como Argumentación Matemática.

Conclusiones

Con respecto al discurso en torno a la argumentación, se concluye que si bien la comunidad escolar reconoce la importancia del uso de fundamentos matemáticos para argumentar, no los utiliza en la práctica, detectándose esta falta principalmente en los profesores de primer ciclo de enseñanza básica.

Con respecto a la metodología de análisis de datos, se concluye que los niveles de razonamiento del Modelo de Van Hiele y la tipología de prueba de Nicolás Balacheff son un aporte para determinar el estado argumentativo entre AI, AM y el tránsito entre ellas, ya que ofrecen directrices y características claras que permiten identificar la Argumentación Intuitiva y la Argumentación Matemática.

Con respecto a los diseños realizados, se determina que las preguntas generadoras son un aporte para propiciar el avance hacia la Argumentación Matemática, pero se sugiere, en un fututo trabajo de investigación, usar las fases del Modelo de Van Hiele para lograr el avance.

Por otro lado, se ha determinado que la intuición es una buena base para generar instancias argumentativas, pero es necesario propiciar el uso del razonamiento para que AI le den paso a argumentaciones que se acerquen a la AM, procurando ser consciente de que la ausencia de razonamiento puede conducir a errores.

En respuesta a la pregunta de investigación: "*¿Qué características tienen las justificaciones de las y los estudiantes cuando presentan argumentaciones intuitivas, matemáticas o en tránsito entre ambas, en el tópico geométrico del Teorema de Euclides?*", se determinan las siguientes características en cada caso:

A partir de lo observado en la evidencia empírica y en la teoría, pudieron ser catalogadas como **argumentaciones intuitivas** aquellas justificaciones donde hubo presencia del uso de elementos intuitivos para formular la prueba, como la representación de una situación particular, o la necesidad de contextualizar la situación. Además, se evidencia el uso de la imaginación al representar una situación, aunque exista conciencia de la necesidad de generalizar.

El razonamiento en la argumentación intuitiva tiene relación con elementos de la percepción, ya que esta última es un elemento distintivo de la intuición, con la presencia explícita de la experiencia y la observación y la ausencia de conexiones entre los elementos; donde el estudiante reconoce, además, los objetos en su totalidad, o bien las partes y las propiedades del objeto por medio de la experimentación y la observación, pero, sin establecer relaciones.

A partir de lo observado en la evidencia empírica y en la teoría, pudieron ser catalogadas como **argumentaciones en tránsito** aquellas justificaciones que presentaron la razón como forma de justificación, donde se aprecia una estructura y cierta conexión entre la hipótesis, los argumentos y las conclusiones, aunque con alguna(s) desconexión (es).

El razonamiento matemático en la argumentación en tránsito se ve iniciado, lo que permite evidenciar descripciones formales de los objetos y argumentos válidos aunque los estudiantes no comprenden la estructura necesaria para la demostración.

A partir de lo observado solo en la teoría, ya que no hay producciones clasificadas como AM, se categorizaron como argumentaciones matemáticas las justificaciones que en sí mismas presenten una estructura y conexión entre sus argumentos, usando teoremas y definiciones de una manera formal y lógica, dentro de uno o varios sistemas axiomáticos. Se reconoce la estructura propia de la demostración en este razonamiento, donde el estudiante, además, demuestra comprenderla. En este nivel de razonamiento, no es posible encontrar modelos concretos, estando ausentes todo tipo de elementos intuitivos.

Referencias

Araujo, J., Giménez, J., & Rosich, N. (2006). Afectos y demostraciones Geométricas en la formación inicial docente. Enseñanza de las ciencias, 24(3), 371-386.

Balacheff. N. (2000).Procesos de prueba en alumnos de matemáticas. Colombia: Centro de Impresión Digital Cargraphics S.A.

Bunge, M. (1996). Intuición y razón. Madrid: Editorial Tecnos.

Cantoral, R.; Reyes-Gasperini, D.; Montiel, G., (2014) Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7(3), 91-116

Crespo, C. (2008). Intuición y razón en la construcción del conocimiento matemático. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 21, 717-727

Crespo, C., Farfán, R. M., Lezama, J. (2010). Argumentaciones y demostraciones: una visión de la influencia de los escenarios socioculturales. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 13(3), 283-306

Corberán, R., Huerta, P., Garrigues, J., Peñas, A. y Ruiz, E. Didáctica de la geometría Modelo de Van Hiele. España: Edición Castella.

De Gamboa, G.; Planas, N.; Edo, M. (2010). Argumentación matemática: prácticas escritas e *interpretaciones. SUMA-Revista sobre la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas, 64, 35-44*

De Villiers, M (1993). El papel y la función de la demostración en matemáticas. Epsilon: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales", 26, 15-30

Duval, R. (1999). Argumentar, demostrar, explicar: ¿continuidad o ruptura cognitiva? México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Fouz, F. & De Donosti, B. (2005). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría. Un paseo por la geometría., 2004/2005, 67-82

Goizueta, M. y Planas, N. (2013). El papel del contexto en la identificación de argumentaciones matemáticas por un grupo de profesores. PNA, 7(4), 155-170.

Ibañes, M. y Ortega, T.; (2005).Dimensiones de la demostración matemática en bachillerato. Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 61, 19-40

Meece, J. (2000) Desarrollo del niño y del adolescente. Compendio para educadores, SEP, México, D.F.

Moreira, L.; Chico, J.; Bobadilla, E.; Planas, N. (2012). Problemas ricos en argumentación para secundaria: reflexiones sobre el pensamiento del alumnado y la gestión del profesor. SUMA-Revista sobre la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas, 70, 9-20

Pedemonte B., (2007) How can the relationship between argumentation and proof be analysed?,Educational Studies in Mathematics, 66, 23–41.