

# Conocimiento didáctico-matemático de profesores chilenos: Un estudio de caso sobre la noción de función potencia

Yocelyn Parra Urrea, Luis Pino-Fan

Universidad San Sebastián, Universidad de Los Lagos

## Resumen

El objetivo de esta investigación es determinar el conocimiento didáctico-matemático de los docentes chilenos en formación cuando se enfrentan a la enseñanza del concepto de función. Para lograr nuestros objetivos, reconstruimos el significado holístico de referencia, a través de una revisión de tipo histórico-epistemológico. Además, determinamos los aspectos relevantes asociados con el conocimiento didáctico-matemático de un profesor chileno en la capacitación inicial cuando aborda la noción de función; el análisis se basa en las nociones teóricas y metodológicas del Enfoque Onto-Semiótico (OSA) y en las herramientas propuestas por el modelo de conocimiento didáctico-matemático (DMK). Como resultado del estudio, hemos identificado errores y ambigüedades cuando se conceptualiza la noción de función de poder. Además, los profesores tienen dificultades para resolver actividades relacionadas con el conocimiento de contenido común y extendido. En cuanto a las representaciones que se movilizan, son principalmente algebraicas y gráficas.

**ABSTRACT** This research aims to determine the didactic-mathematical knowledge of Chilean teachers in training when they face the teaching of the concept of function. To achieve our objectives, we reconstruct the holistic meaning of reference, through a revision of historical-epistemological type. In addition, we determine relevant aspects associated with the didactic-mathematical knowledge of a Chilean teacher in initial training when he approaches the notion of power function. The analysis is based on the theoretical and methodological notions of the Onto-Semiotic Approach (OSA), and on the tools proposed by the didactic-mathematical knowledge model (DMK). As a result of the study, we have identified errors and ambiguities when the notion of power function is conceptualized. In addition, teachers have difficulties in solving activities related to knowledge of both common and extended content. As for the representations that are mobilized, they are mainly algebraic and graphic.

**Palabras Clave:** Funciones, Conocimiento Didáctico Matemático, EOS

## Introducción

Diversos estudios han reportado una variedad de dificultades en los procesos de instrucción matemática, impidiendo a los estudiantes

apropiarse, comprender y dar significado a la noción de función. Norman (1992) constata que los profesores aprueban definiciones informales consideradas como útiles para determinar la funcionalidad de las relaciones y las perciben como definiciones matemáticamente formales. En este mismo sentido, Even (1993) prueba que la apreciación de la naturaleza arbitraria de las funciones está ausente en dichos procesos de instrucción y muy pocos profesores pueden explicar la importancia y origen del requerimiento de la univalencia. En Chile el trabajo con las funciones es tratado en general desde un punto de vista estrictamente formal, generando una serie de obstáculos y dificultades en la comprensión de dicho objeto matemático (Aravena, 2001). Stacey, et al. (2001) citado en Sánchez y Llinares (2003) enfatiza la necesidad de que los programas de formación de profesores hagan hincapié en la importancia de integrar las diferentes representaciones de los objetos matemáticos, además de discernir sobre las problemáticas y dificultades relativas a los conceptos. Font y Acevedo (2003) aun cuando no estudian directamente las concepciones de los profesores, establecen cómo éstos tienen la creencia de que el uso de metáforas dinámicas en su discurso facilita la comprensión de los estudiantes sobre funciones. El problema se suscita cuando los estudiantes estructuran su conocimiento sobre funciones en términos estrictamente metafóricos (Acevedo, Font y Giménez, 2004). Godino, Wilhelmi y Bencomo (2006) explicitan que una instrucción didáctico-matemática idónea requiere de que el profesor posea un conocimiento profundo de los diversos significados de la noción de función. Por ello, conocer su evolución histórica, representa un conocimiento relevante para la enseñanza de las funciones, ya que permite tener una visión más amplia del objeto función (Font, 2011). En

este trabajo presentamos un estudio de caso con el que tratamos de caracterizar algunos aspectos relevantes del CDM sobre funciones, particularmente sobre la noción de función inversa.

### Marco teórico y metodológico

Diversos estudios se han interesado por describir y caracterizar los conocimientos didácticos matemáticos idóneos que permitan garantizar el aprendizaje de sus estudiantes (Shulman, 1987; Grossman, 1990; Ball, 2000). Pino-Fan y Godino (2015) presentan un modelo del conocimiento didáctico-matemático del profesor basado en el "enfoque ontosemiótico" (EOS) del conocimiento y la instrucción matemática (Godino, Batanero y Font, 2007). Este modelo plantea tres grandes dimensiones: Matemática; Didáctica; y Meta didáctico-matemática. Pino-Fan, Assis y Castro (2015) definen la dimensión matemática del CDM, como "*los conocimientos que permiten al profesor, resolver una actividad matemática que se pretende implementar en el aula y vincularla con objetos matemáticos que se encuentran más adelante en el currículum de matemáticas. Incluye dos subcategorías de conocimientos: conocimiento común del contenido y conocimiento ampliado del contenido*" (p. 1433). La dimensión didáctica del CDM incluye seis subcategorías del conocimiento: faceta epistémica, faceta cognitiva, faceta afectiva, faceta interaccional, faceta mediacional y faceta ecológica. (Pino-Fan, Assis, 2015). y la dimensión meta didáctico-matemática del CDM se define como "*los conocimientos sobre las normas y metanormas, las condiciones y restricciones contextuales. Conjuntamente involucra criterios de idoneidad que permiten al profesor reflexionar sobre su*

*propia práctica y determinar mejoras potenciales de la misma"* (Pino-Fan y Godino, 2015, p. 103).

La siguiente investigación pretende identificar los significados parciales que una profesora en formación implementa en el desarrollo de las clases sobre función potencia. En esta comunicación se presentará el análisis de la dimensión matemática del CDM y de la –faceta epistémica– de la dimensión didáctica del CDM. Al momento de la experimentación, la profesora estaba cursando el sexto semestre de la carrera de pedagogía en matemática. Cabe señalar que el estudio de la función potencia se realiza en Chile en cuarto año medio. Para la recolección de la información se filmó una clase simulada.

## Resultados y análisis

### Significado Holístico de la noción de función

A partir de un estudio histórico-epistemológico se identificaron seis significados parciales que constituyen el significado holístico de referencia de la noción de función. Estos son: *La función como correspondencia, como relación entre variables, como expresión gráfica, como expresión analítica, como correspondencia arbitraria y desde la teoría de conjuntos* (Parra, 2015).

### Descripción Clase sobre Función Potencia

La profesora comienza explicitando el objetivo de la clase: *"Conocer y comprender el concepto de función potencia y su representación gráfica"*. Inmediatamente refuerza los conceptos de potencia y ecuación exponencial. Posteriormente define la noción de función potencia como: *"Es toda aquella función de la forma  $f(x)=ax^n$  donde*

*a es un número real distinto de cero y n debe ser un número natural mayor que cero"*. La profesora señala que *"existen cuatro casos de funciones potencia"* y se refiere a la función potencia con exponente par e impar y con a positivo y negativo. Da ejemplos y representa gráficamente las funciones presentadas, para ello recurre a una representación tabular asignando valores a x y obteniendo los valores de y. Seguidamente presenta una función cuyo exponente es impar. La profesora manifiesta *"Este tipo de función puede ocasionar mayor dificultad"*, una vez que presenta la función  $f(x)=2x^5$  pregunta a sus estudiantes *¿Qué ocurre si x es cero?* La profesora expone que *"si  $x=0$ , entonces  $y=0$ , por ende, este tipo de función potencia, siempre va a partir del cero y se obtendrán los valores positivos y negativos en la rama 1 y 2 respectivamente, es decir, los valores numéricos serán iguales en cada rama, pero con signo contrario"*. A continuación, la profesora plantea como actividad algunas representaciones algebraicas y solicita realizar sus respectivas representaciones gráficas. Posteriormente expone el caso de la función  $f(x)=ax^n$  con  $n=1$  y señala: *¿Cómo se comporta la gráfica de esta función?* luego manifiesta: *"Efectivamente la gráfica es una recta, por ende, representa la gráfica de una función lineal. Por lo tanto, no es una función potencia, ya que su representación no corresponde a una parábola"*. Otra actividad planteada se refiere a *¿Cómo se comporta la gráfica de la función  $f(x)=x^0$ ?* Ante esta pregunta la profesora estima conveniente efectuar la gráfica, para ello, utiliza una tabla asignando los siguientes valores (-1, 0, 1) a la variable x y menciona que los valores de la variable y son (1, 1, 1) respectivamente, concluye que en este caso se trata de una función constante y no de una función potencia. Ante esta situación, uno de los estudiantes consulta: *¿ $0^0=1$ ?* La profesora alude que en ese momento no puede explicarlo, pero

que durante la próxima clase aclarará aquella inquietud. Posteriormente, la profesora a partir de una tabla presenta el dominio y recorrido de funciones par cóncava hacia arriba, par cóncava hacia abajo y función impar. En la síntesis de la clase la profesora señala: *“Recordemos que en las funciones potencia el exponente siempre debe ser un número natural mayor que 1 pues si fuese igual a uno se trataría de una función lineal y si fuese igual a cero se trataría de una función constante”*.

### Análisis de resultados

A partir de los resultados obtenidos se puede evidenciar que la profesora posee un dominio parcial del conocimiento común del contenido. Esto principalmente porque no logra dar respuestas matemáticamente satisfactorias a más de una tarea que ella misma propone, además se evidencian ambigüedades en las definiciones que proporciona, puntualmente define erradamente función potencia y define dominio y recorrido como conceptos independientes de la noción de función. Asimismo, no se observan conexiones de la noción de función potencia con objetos matemáticos de niveles educativos más avanzados por tanto no se logra percibir el dominio del conocimiento ampliado del contenido de la profesora. Durante el proceso de enseñanza, la profesora moviliza diversas **representaciones**. No obstante, sólo transita desde representaciones algebraicas a tabulares y luego a gráficas. En cuanto a los procedimientos que presenta, sólo se identifica la valoración de expresiones algebraicas y luego la ubicación de pares ordenados en el plano. La profesora en el desarrollo de su clase no refuerza ni se refiere a la noción de función. Con respecto a las justificaciones y argumentaciones que proporciona la profesora se identifican

ciertas imprecisiones, esto se evidencia cuando plantea la expresión  $f(x)=x^0$  y no logra explicar la situación, cuando con definir el dominio de la función respondería a la problemática. Los tipos de problemas que se desarrollan durante la clase sobre función potencia son problemas para ejemplificar definiciones presentadas y problemas no contextualizados, para reforzar las definiciones introducidas. No se identifican tareas contextualizadas que requieran de funciones potencias para modelar fenómenos.

### Reflexiones Finales

Como resultado del análisis, se evidencia que la profesora posee un dominio parcial del conocimiento común del contenido, además, se observan errores y ambigüedades en la conceptualización de la noción de función potencia y se perciben imprecisiones en los argumentos y/o justificaciones a tareas propuestas en el desarrollo de la clase. Durante el transcurso de esta se promueve el trabajo de procesos mecánicos y algorítmicos. A partir del proceso de enseñanza y de acuerdo al tipo de problemas, definiciones, representaciones, propiedades, procedimientos y argumentos propuestos, el significado de la noción de función potencia pretendido por profesora no es representativo del significado holístico de referencia, esto pues el enfoque que se le da al objeto matemático se basa fundamentalmente en su acepción de representación gráfica y en un significado que involucra elementos de la teoría conjuntista.

### Reflexiones Finales

Este trabajo ha sido desarrollado en el marco

del proyecto de investigación FONDECYT de iniciación N°11150014.

## Referencias

- Acevedo, J.L., Font, V., & Giménez, J. (2004). *Class Phenomena related with the use of metaphors, the case of the graph offunctions*. In J. Giménez, G. Fitzsimons, C. Hahn (Eds.), *Globalisation and mathematics education CIEAEM 54*, pp. 336 - 342. Barcelona: Graó.
- Aravena, M. (2001). *Evaluación de proyectos para un curso de álgebra universitaria. Un estudio basado en la modelización polinómica. (Tesis Doctoral)*. Universidad de Barcelona, España.
- Even, R. (1993). *Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: prospective secondary teachers and the function concept*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(2), 94-116.
- Font, V., & Acevedo, J. (2003). *Fenómenos relacionados con el uso de metáforas en el discurso del profesor. El caso de las gráficas de funciones*. *Enseñanza de las Ciencias*, 21(3), 405-418.
- Godino, J., Wilhelmi, M., & Bencomo, D. (2006). *Idoneidad de un proceso de instrucción matemática sobre la noción de función con estudiantes de ingeniería. Coloquio Internacional para la Enseñanza de la Matemática a Estudiantes de Ingeniería*. Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). *The onto-semiotic approach to research in mathematics education*. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1), 127-135.
- Norman, A. (1992). *Teachers mathematical knowledge of the concept of function*. In G. Harel, E. Dubinsky (Eds.), *The concept of function. Aspects of epistemology and pedagogy*, vol. 25, MAA notes (pp. 215-232). Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Parra, Y. (2015). *Significados pretendidos por el currículo de matemáticas chileno sobre la noción de función. (Tesis de Magíster)*. Universidad de Los Lagos, Chile.
- Pino-Fan, L., & Godino, J. D. (2015). *Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor*. *PARADIGMA*, 36(1), 87-109.
- Pino-Fan, L., Assis, A., & Castro, W. F. (2015). *Towards a methodology for the characterization of teachers didactic-mathematical knowledge*. *EURASIA Journal of Mathematics, Science & Techonology Education*, 11(6), 1429-1456.
- Sánchez, V., & Llinares, S. (2003). *El razonamiento Pedagógico sobre funciones de cuatro profesores en formación*. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6(1), 5-25.