

## Desarrollo de competencias matemáticas en torno al concepto de función lineal

*Jose Arley Londoño Acevedo\**  
*Eliécer Aldana Bermúdez\*\**

### RESUMEN

En este estudio se reportan los primeros resultados de una investigación en curso, donde se busca el desarrollo de competencias en el pensamiento variacional desde el concepto de función lineal. La investigación tiene como base la teoría de "Las Situaciones Didácticas" de Brousseau. Para ello se ha utilizado, como metodología, una ingeniería didáctica a un grupo de veinticinco estudiantes de

grado noveno, quienes se les aplicaron un cuestionario y una entrevista. A partir del análisis y de los resultados se muestran algunas dificultades que ellos ponen de manifiesto y el logro de algunas competencias como pensar y razonar, plantear y resolver problemas, y representar.

**Palabras clave:** función lineal, ingeniería didáctica, representaciones, situaciones didácticas, competencias.

---

\* Institución Educativa Robledo. Dirección electrónica: arleymate2010@hotmail.com.

\*\* Universidad del Quindío. Dirección electrónica: eliecerab@uniquindio.edu.co.

## PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

Los resultados de investigaciones acerca del concepto de función lineal reflejan algunas dificultades de comprensión en este conocimiento, ya que los estudiantes no han logrado desarrollar las competencias esperadas en matemáticas. Al respecto, Santos y Alvarado (2000) reportan la falta de aprendizaje del concepto debido al énfasis que se hace en la enseñanza de procedimientos algorítmicos, y la carencia de una enseñanza basada en la resolución de problemas. Así mismo, Arzarello et al. (1995, pp. 10-11) plantean que el uso de símbolos inadecuados no favorece el desarrollo del pensamiento variacional; por este motivo en la historia del álgebra tiene importancia no solo la historia de los conceptos sino también el sistema de símbolos utilizados para poder expresarlos. Asimismo, Duval (1988), (citado por De la Rosa, 2000), menciona la falta del concepto de función lineal en el lenguaje natural y la carencia de la habilidad de visualización. El problema que motiva esta investigación tiene que ver con la necesidad de que los estudiantes desarrollen competencias básicas en matemáticas que les permitan generar un aprendizaje más consciente. Por tanto lo que se espera en concreto es: **¿Cómo generar en el estudiante de grado noveno el desarrollo de competencias matemáticas, en torno al concepto de función lineal?**

## MARCO CONCEPTUAL

El desarrollo del pensamiento variacional juega un papel importante en la investigación y requiere de la formación de conceptos apropiados; además del desarrollo de algunas habilidades y del proceso de actitudes, se considera la implementación de situaciones problema que involucran el contexto sociocultural del estudiante, en la perspectiva de desarrollar su pensamiento variacional con el fin de lograr algunas competencias básicas como: pensar y razonar, plantear y resolver problemas, y representar a partir de situaciones de la vida cotidiana.

Por ejemplo, para la competencia de pensar y razonar se pretende plantear preguntas propias de las matemáticas como: *¿cuántos hay?, ¿cómo encontrarlo?, si es así,... entonces, etc.*, además de conocer los tipos de respuestas que ofrecen las matemáticas a estas cuestiones. En la competencia de representar, se pretende lograr que los estudiantes relacionen diferentes formas de representación de acuerdo con la situación del problema y el propósito.

Para desarrollar esta investigación nos apoyamos en la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau (1986) y de la Teoría de la Transposición

Didáctica (Chevallard). Una situación didáctica es un conjunto de relaciones explícita y/o implícitamente establecidas entre un estudiante o un grupo de estudiantes, en algún entorno (incluyendo instrumentos o materiales) y el profesor, con el fin de permitir a los estudiantes aprender, esto es, reconstruir algún conocimiento. La primera fase de una situación didáctica es la denominada a-didáctica, en la cual el profesor no interviene dejando que el estudiante viva esta situación como investigador de un problema matemático (Margolinas, 1993). La entrada en una fase a-didáctica es algo que debe gestionar el mismo maestro. Esto dio lugar al concepto de “devolución” desarrollado por Brousseau (1988): “La devolución es el acto por el cual el enseñante hace aceptar al estudiante la responsabilidad de una situación de aprendizaje (a-didáctica) o de un problema y acepta él mismo, las consecuencias de esta transferencia”.

## METODOLOGÍA

La metodología de investigación está fundamentada en la ingeniería didáctica, de tipo cualitativo; es un estudio de caso, orientado al desarrollo de competencias matemáticas en el pensamiento variacional desde el concepto de función lineal. Esta investigación se realiza en la Institución educativa Robledo con 25 estudiantes de grado noveno con edades entre 14-18 años; para la obtención de los datos se pretende utilizar dos secuencias a-didácticas, con cuestionarios, una entrevista y videgrabaciones, con el fin de generar en ellos competencias como: pensar y razonar, plantear y resolver problemas, y representar. El desarrollo del estudio se hizo en diferentes fases: se diseñaron dos secuencias que fueron analizadas por expertos y aplicadas a cada uno de los estudiantes. A partir del informe de los expertos y de los resultados en el análisis preliminar se aplicó un cuestionario. Luego se diseñó una entrevista con el objetivo de obtener más información sobre algunos resultados para describir y explicar las dificultades encontradas y el desarrollo de algunas competencias en la construcción del concepto de función lineal.

Para alcanzar este propósito se consideró conveniente utilizar metodología de investigación cualitativa. Merriam S. (1998) señaló, sobre esta metodología, que, primero, consiste en entender el fenómeno de interés desde las perspectivas de los participantes y no del investigador; segundo, el investigador es el instrumento primario para la colección de datos y el análisis; tercero, esta metodología se refiere al estudio de casos; cuarto, emplea la estrategia de investigación inductiva; quinto, se enfoca en los procesos y entendimientos; el producto del estudio cualitativo debe enriquecerse descriptivamente.

Finalmente, el investigador consume una cantidad de tiempo sustancial, en el medio natural, muchas veces en intenso contacto con los participantes. (Merriam S. 1998, p. 6)

### ANÁLISIS DE DATOS

En el análisis preliminar se pudieron establecer los conceptos de proporcionalidad, magnitudes inversamente proporcionales, relaciones de cambio, variación y variable. El estudiante suele usar algunas competencias como: pensar y razonar, plantear y resolver problemas y representar.

Para suministrar agua a una pequeña población, se tiene un tanque lleno con 120000 litros de agua. La llave del tanque se abre para que salgan, 12000 litros de agua por hora. Con la información anterior complete la siguiente tabla que relaciona el tiempo transcurrido (t) y la cantidad de agua que queda en el tanque (c).

Tiempo (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Cantidad (c)	108000	96000	84000	72000	60000	48000	36000	24000	12000	0	0

- ¿En cuántas horas se desocupa totalmente el tanque?
- Construya una expresión que permita determinar la cantidad de agua c (en miles de litros) que hay en el tanque transcurridas t horas.
- ¿Cuál es el valor máximo que puede tomar t? (explique)

Este estudiante con base en la información establece que es una magnitud inversamente proporcional y puede construir el concepto de función desde las magnitudes.

Tiempo (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Cantidad (c)	108000	96000	84000	72000	60000	48000	36000	24000	12000	0	0

### A3, Representación de la tarea 3 en el análisis preliminar.

El estudiante pone en manifiesto no tener dificultades, porque desarrolló algunas competencias como pensar y razonar, ya que plantea soluciones matemáticas, señalando la relación del estudio de funciones a través de las magnitudes.

El tanque se desocupa totalmente en 10 horas.  
 $T \cdot x + Cy = 0$   
 El valor máximo que puede tomar T es 120,000 porque en el tanque solo cabe esa cantidad.

**A3, Solución de la tarea 3 en el análisis preliminar**

En el siguiente episodio muestra cómo desarrolla competencias como plantear y resolver problemas.

E. ¿Me podría explicar cómo obtuvo esta respuesta?

A3: Lo que hice fue que con la información del problema observé que tenía dos valores en la variable independiente en este caso ( $t$ ); entonces comencé a llenar los espacios y el último valor de esta variable fue de 11. Luego en la variable dependiente empecé a sacar la diferencia. Por esto puedo determinar que es una magnitud directamente proporcional. Además de poder responder correctamente la pregunta a.

En cuanto a la construcción de la expresión algebraica, esto es lo que hace.

E. ¿Por qué representa la expresión de esta manera y, además, cuál fue el valor máximo?

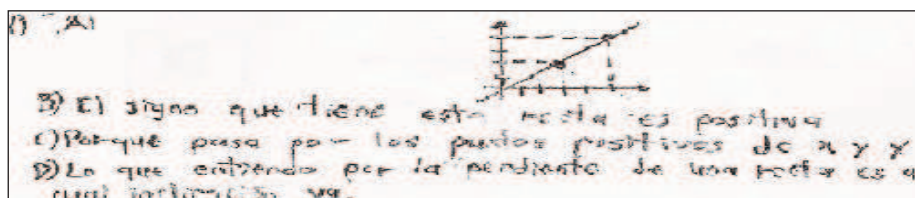
A3: Al responde esta pregunta pensé que tomando el valor del tiempo ( $t$ ) más cantidad ( $c$ ) la podía igualar a cero entonces determiné que esta era la ecuación pero después especulé que esta expresión era de otra forma. El valor máximo tomado fue el de 12.000 cuando el tanque tenía la cantidad mínima.

Nótese que el sujeto desarrolla algunas competencias como pensar y razonar, plantear y resolver problemas, pero presenta dificultades en modelar una expresión algebraica y no utiliza el lenguaje simbólico, formal y técnico, ni las operaciones.

1. Responder las siguientes preguntas de acuerdo con la información presentada:
  - a) Dibuja una recta que pasa por los puntos  $(3,2)$  y  $(5,4)$
  - b) ¿Qué signo tiene la pendiente de esta recta?
  - c) ¿Por qué?
  - d) ¿Qué entiendes por pendiente de una recta?

La siguiente tarea muestra cómo el estudiante logra desarrollar competencias en torno al concepto de función lineal.

Este estudiante coordina y representa la gráfica y la noción de pendiente de la siguiente manera:



**A3, Representación de la tarea 1 en el cuestionario**

Se puede establecer que los estudiantes desarrollan competencias de representación.

E. ¿Cómo obtuvo la gráfica de una función lineal?

A3: Gráficamente lo que hice fue tomar los dos puntos que me dan en la información y como yo sé que una recta pasó por dos puntos, entonces ubiqué los puntos dentro de un plano cartesiano y después uní los puntos por medio de una recta.

E. ¿Qué es para usted una pendiente y qué signo tiene en el anterior punto?

A3: Lo que entiendo por pendiente de una recta puede ser la inclinación que tiene la recta, además al ejercicio le asigné una pendiente positiva porque se encuentra en el primer cuadrante.

Los estudiantes recurren a graficar las parejas ordenadas y a partir del dibujo determinan si la relación es lineal.

Analice la siguiente tabla de valores y determine como se relacionan las variables x y y.

x	y
0	9
2	8
4	7
6	6
8	5
10	4

Tabla 1

x	y
-4	16
-2	4
0	0
4	16
7	49
13	169

Tabla 2

x	y
-2	2
-1	1
0	0
2	2
3	3
4	4

Tabla 3

Se evaluó el desarrollo de algunas competencias al realizar la representación y argumentar.

E. ¿Cuáles de las tres representaciones es una función lineal y por qué?

A3: A partir de los dibujos obtenidos, determiné que la primera tabla representa una función lineal ya que a cada elemento de  $x$  le corresponde solo uno de  $y$ , mientras que las otras dos tablas no son funciones lineales, además me di cuenta que los puntos no coincidían en una sola recta.

## CONCLUSIONES

Los estudiantes presentan dificultades en relación con la articulación entre registros gráficos, algebraicos, tabulación y en la noción de pendiente; no expresan argumentos matemáticos en algunos problemas en contexto; en las situaciones didácticas, los estudiantes lograron desarrollar algunas competencias como: pensar y razonar y representar, ya que pueden distinguir entre diferentes tipos de cuestiones propias de una función lineal; por la forma como resolvieron las tareas a lo largo de todo el análisis preliminar, el cuestionario y el modo de justificar las respuestas en la entrevista, pone en evidencia que los estudiantes desarrollan algunas competencias, porque recuerdan los elementos matemáticos necesarios en la resolución de problemas, utilizan algunos sistemas de representación (tabulación y gráfica); pero presentan dificultades en el procedimiento algebraico relacionado con el concepto de función lineal.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adrián, D. I. (2000). *El concepto de función en secundaria: Conocer el grado de visualización de función lineal en el alumno, Experimentaciones en Educación Matemática en los Niveles Medio Superior y Universitario*. México: Editores F. Hitt y G. Hernández, Cinvestav-IPN.
- Artigue, M. (1998 ). *Ingeniería didáctica*. En Artigue, M, Douay, R, Moreno, L, Gomez, P. (Eds). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Colombia: Una empresa docente.
- Arzarello, F. B. (1995). The construction of algebraic knowledge: towards a socio-cultural theory and practice. . *Proceedings of the 19<sup>th</sup> International Conference for Psychology of Mathematics educatio*, Vol I., pp. 119-140.
- Brousseau, G. (1988). *Los diferentes roles del maestro*. En: Parra C. & Saiz, I. (Comp.) *Didáctica de las Matemáticas: Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Paidós.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Kluwer Academic Publishers.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires.: Aique.

- Kieran, C. (2007). .Learning and Teaching Algebra at the Middle School Through College Levels. En Lester, F. K. (Ed.). *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Reston, Virginia: NCTM e IAP, pp. 707-762.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative Research and Case Study. Applications in Education*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.
- Santos, & M y Alvarado. (2000). *Reforma curricular y desempeño de los estudiantes del nivel medio superior en el proceso de resolución de problemas no rutinarios, Experimentaciones en Educación Matemática en los Niveles Medio Superior y Universitario*. México, pp. 1-16: Editores F. Hitt y G. Hernández, Cinvestav-IPN,.
- Weed. (1992 ). *Assessment of Student's Knowledge of Mathematics: steps toward a theory*.Capitulo 26 del *Handbook of Research on Teaching and Learning Mathematics*. New York. N.L.: D.A. Grows editor.