Geometría para matemáticos, desde casa

Profesor: Juan Carlos Ávila Mahecha
Universidad Sergio Arboleda
Escuela de Matemáticas

Conferencias de Educación Matemática en el confinamiento

Geometría Euclidiana

1. Es un curso de primer semestre
2. La aproximación teórica es de Birkhoff
3. Se busca, principalmente, que los estudiantes tengan un primer acercamiento (rápidamente diría yo) a la demostración en matemáticas.
4. En una primera parte debo ser muy declarativo, guiar, casi llevar de la mano.
5. Luego los estudiantes, al tener una mejor idea sobre la demostración, deben proponer sus propias demostraciones.

En la primera parte

Como debemos charlar sobre formas de razonar, algo de lógica, etc., estudiamos conectivos lógicos no usuales y formulamos unos primeros teoremas:

$\mid$	0	1
0	1	1
1	1	0

$\to$	0	1
0	1	1
1	0	1

$\vee$	0	1
0	0	1
1	1	1

$\leftarrow$	0	1
0	1	0
1	1	1

π_1	0	1
0	0	0
1	1	1

$*$	0	1
0	1	0
1	1	0

$\otimes$	0	1
0	1	1
1	0	0

π_2	0	1
0	0	1
1	0	1

$\wedge$	0	1
0	0	0
1	0	1

$-\bullet$	0	1
0	0	0
1	1	0

$\downarrow$	0	1
0	1	0
1	0	0

$\bullet-$	0	1
0	0	1
1	0	0

$\leftrightarrow$	0	1
0	1	0
1	0	1

$\veebar$	0	1
0	0	1
1	1	0

$\top$	0	1
0	1	1
1	1	1

$\perp$	0	1
0	0	1
1	0	0

Algunas estrategias en clase

1. Preguntas de **SÍ**, **NO**, **NO SE SABE**.
2. Talleres:
    1. Demostraciones cuyos pasos están en desorden.
    2. Demostraciones cuyos pasos están en orden pero hay que justificarlos.
    3. Demostraciones escritas en párrafos y debe pasarse a doble columna.
3. Actividades para sospechar hechos geométricos (congruencia, cuadriláteros convexos).
4. Demostraciones "sin palabras" pero con colores (desigualdades geométricas).

En una segunda parte: Poner a prueba la creatividad

Se le propone a los estudiates algunos problemas para que trabajen de manera individual o en grupos (generalmente en parejas), algunos ejemplos:

1. Equivalencias en la definición de cuadriláteros convexos.
2. Sea el $\triangle XYZ$, hallar un punto W en $\overline{XY}$ de modo que $\dfrac{XW}{YW} = \dfrac{XZ}{YZ}$.
3. Considere dos rectas coplanarias que se intersecan en un punto Y (suponga que no tiene acceso a dicho punto, es decir, no lo puede "ver"), elija un punto X en una recta y un punto Z en la otra, demuestre cómo hallar la bisectriz del $\angle XYZ$ pero sin usar explícitamente el punto Y en la solución del problema.

Geometria no Euclidiana

1. Es un curso de segundo semestre.
2. El énfasis está en el trabajo del estudiante. Debe escribir mucho.
3. Se estudia el modelo de Poincaré de la geometría hiperbólica. Previo a ello se estudia circunferencias (saldo mi deuda)
4. Se estudia algo de historia sobre el surgimiento de las geometrías no euclidianas.
5. Se hace una aproximación a las geométrias desde un punto de vista métrico (analítico).
6. La metodología se basa en resolver problemas, trato de ser menos declarativo.

Estudio de una función

Considere α un plano, A un punto de α y H_r una circunferencia con centro en A y radio r ($r > 0$). El conjunto $\Sigma_A = \alpha - \{A\}$ se denomina *plano perforado* y con base en este se define la función $F : \Sigma_A \to \Sigma_A$ así: Para cada $P \in \Sigma$, $F(P) = P'$ tal que:

1. $P' \in \overrightarrow{AP}$
2. $AP' = \dfrac{r^2}{AP}$

Algunos ejercicios:

1. En GeoGebra, fije un punto A y una circunferencia con centro en A, el radio escójalo y llámelo r. sin usar la opción de *segmento de longitud dada* o similares (o sea, sin hacer trampa), proponga una construcción, con regla y compás, que permita hallar para cada $P \neq A$, $F(P)$. Argumente las razones de su construcción.
2. ¿Qué tipo de función es F? Argumente.
3. Sea $P \in \Sigma_A$, ¿cuáles condiciones debe cumplir P para que $F(P) = P$? Justifique.
4. Identifique propiedades de la función F, lístelas y demuéstrelas.

EL RETO

Por grupos los estudiantes deben proponer construcciones distinta de la función f y justicar una construcción propuesta por otro grupo.