RESIGNIFICACIÓN DE USOS DE LA ACUMULACIÓN. EL CASO DE FENOLOGÍA Y EL CÁLCULO DE LA CONSTANTE TÉRMICA

Claudio Gaete-Peralta[1], Jaime Mena Lorca[2]

claudio.gaete@ubo.cl, jaime.mena@pucv.cl

1Centro de Investigación en Educación-UBO
Departamento de Matemáticas y Física. Universidad Bernardo O'Higgins, Chile

2Instituto de Matemáticas. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile.

FECHA DE RECEPCIÓN: 9/12/18 FECHA DE ACEPTACIÓN: 20/04/19

Gaete-Peralta, C. y Mena Lorca, J. (2019). Resignificación de usos de la acumulación. El caso de fenología y el cálculo de la constante térmica. *Premisa 21* (81), 21-31.

RESUMEN

En cuanto a los procesos de enseñanza y aprendizaje de la integral definida, el discurso Matemático Escolar soslaya los usos de la noción de acumulación que ocurren en otros dominios de conocimiento y en el cotidiano de la gente. Con la finalidad de dar bases para el diseño de situaciones que permitan incorporar dichos usos a la matemática escolar, esta investigación tiene como objetivo resignificar el uso de la acumulación en una situación específica de variación en Fenología. Esto permitió identificar el uso de la acumulación y las significaciones, procedimientos e instrumentos que generaron la argumentación dentro de dicha situación.

ABSTRACT

Regarding the teaching and learning processes of the definite integral, the School Mathematical discourse ignores the uses of the notion of accumulation that occur in other domains of knowledge and in the daily life of people. In order to provide bases for the design of situations that allow incorporating these uses to school mathematics, this research aims to resignify the use of accumulation in a specific situation of variation in Phenology. This allowed us to identify the use of accumulation and the meanings, procedures and instruments that generated the argument within this situation.

PALABRAS CLAVE:

Acumulación, Constante térmica, Integral definida, Fenología, Resignificación de usos de la acumulación

KEYWORDS:

Accumulation, Thermal constant, Definite integral, Phenology, Resignification of uses of accumulation

INTRODUCCIÓN

En relación a los procesos de enseñanza y aprendizaje del cálculo, Aranda y Callejo (2017a) indican que "muchas veces su presentación se focaliza en aspectos procedimentales como el manejo de reglas para calcular límites, derivadas o integrales (p. 778). En el caso particular de la integral definida, "uno de los conceptos fundamentales del cálculo" (Aranda & Callejo, 2017b, p.158), Cordero (1992) hace referencia al hecho de que profesores y estudiantes solo conciben dicho concepto como una herramienta que los provee de algoritmos eficientes, a los cuales hay que buscarles una aplicación. Esto, es producto de una hegemonía del discurso Matemático Escolar (dME), la cual consiste en imponer ciertos significados, procedimientos y argumentaciones del conocimiento matemático, donde impera la justificación razonada y se opacan los usos de conocimiento matemático de la gente, lo que significa hacer invisible la pluralidad epistemológica (Gomez, 2015). Una muestra del carácter hegemónico del dME, en el caso de la enseñanza del concepto de integral definida, se refleja en lo señalado por Cantoral (2003):

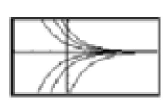
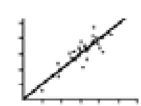
> La integral de desde hasta puede entenderse de diferentes maneras según el programa teórico que se considere. Consideremos, a manera de ejemplo, tres de las versiones más conocidas de la integral. La primera, la más usada en la enseñanza contemporánea para definir a la integral, se conoce como la integral de Cauchy-Riemann. Otra, la integral de Newton-Leibniz, es la más empleada al momento de resolver integrales por métodos elementales y finalmente, la menos conocida en la literatura escolar, la integral de Wallis. Esta integral fue tratada como parte de un programa tendiente a dar un tratamiento aritmético del infinito. (p.10)

A pesar de existir, al menos, tres formas distintas de entender la integral, Cantoral (2003) señala que se ha aceptado una especie de consenso escolar, donde la presentación de Cauchy-Riemann y la explicación mediante rectángulos inscritos y circunscritos, como medio de aproximación del área bajo la curva, es la que todos los profesores deben usar en sus clases.

Cordero (2005) señala que el teorema fundamental del cálculo, dado por la expresión , suele ser presentada como un eficiente algoritmo para diversas aplicaciones matemáticas y el cálculo de integrales definidas, indicando además, que el concepto de integral es explicado a través de las concepciones de límite y función, acompañado generalmente por su representación geométrica: el área bajo la curva de una función positiva en un intervalo definido, en donde, según Cordero (2005), se genera una cultura tanto para el profesor como para el estudiante, en donde se aprende a decir lo que es la integral, pero sin tener una comprensión que les permita el estudio de fenómenos de variación continua. Para Contreras y Ordóñez (2006), una cierta exclusividad de la algoritmización en el uso de la integral definida, ha conducido a un sentido algebraico de este concepto, produciendo un alejamiento conceptual de los fenómenos de cambio.

Con respecto a las situaciones de variación, Morales, Mena, Vera y Rivera (2012) indican que existen estudios socioepistemológicos que muestran que lo importante para la construcción de la integral, dentro de este tipo de situaciones, es entender la noción de acumulación (Cordero, 2003), en donde por medio de la práctica de predecir emerge una matemática funcional, vía un pensamiento variacional, entendiendo a la funcionalidad del conocimiento matemático como un conocimiento incorporado orgánicamente en el humano, que lo transforma y transforma su realidad; todo en oposición a la justificación razonada (Cordero et al., 2015). Específicamente, esto es detallado en la llamada socioepistemología del cálculo y del análisis (ver Cuadro 1) en donde se da cuenta de que la noción de acumulación permite, dentro de situaciones de variación, construir la integral definida, a partir de un procedimiento consistente en la comparación local de dos estados, en donde el instrumento útil al humano son las cantidades de variación continua y cuya argumentación es la predicción. Sin embargo, la situación de variación descrita en la primera columna del Cuadro 1no está presente en el dME (Morales et al, 2012).

La socioepistemología es una teoría que busca generar un marco de referencia que valore la justificación funcional, en donde al conocimiento matemático institucional se le incorporen los usos de conocimiento matemático () de la matemática escolar, de otros dominios de conocimiento y del cotidiano de la gente. En cada uno de estos escenarios, se busca estudiar la resignificación de los usos de conocimiento matemático (Res()) entendiendo a ésta como "la movilidad de los usos y significados del conocimiento matemático en las diferentes situaciones específicas propias de otros dominios de conocimiento y del cotidiano de la vida.“ (Mendoza y Cordero, 2018, p. 37). En el caso de esta investigación, hemos evidenciado una problemática en relación a los procesos de enseñanza y aprendizaje del concepto de integral definida, la cual apunta a que el dME soslaya tanto los usos de la acumulación ()) como sus resignificaciones en situaciones específicas de variación.

		Situaciones		
Construcción en las prácticas	Variación	Transformación	Aproximación	Selección
Significaciones	Flujo Movimiento Acumulación Estado Permanente	Patrones de comportamiento gráficos y analiticos	Límite Derivación Integración Convergencia	Patrón de adaptación
Procedimientos	Comparación de dos estados	Variación de parámetros	Operaciones lógico formales (cociente)	Distinción de cualidades
Instrumento útil al humano	Cantidad de variación continua	Instrucción que organiza comportamientos	Formas analiticas	Lo estable
Argumentación	Predicción	Comportamiento tendencial 	Analiticidad de las funciones	Optimización 

Cuadro 1: *La socioepistemología del cálculo y el análisis da cuenta de cuatro situaciones específicas que formulan, individual y también conjuntamente, una epistemología del cálculo, en donde la cuarta columna caracteriza la manera usual que tiene el dME de abordar las temáticas relacionadas al cálculo, y en particular, del cálculo integral. Las significaciones corresponden a los elementos que le dan sentido a la situación específica, los procedimientos se entienden como una ejecución fundamental derivada de las significaciones y el instrumento útil al humano se entiende como la experiencia sobre la cual se trabaja. Finalmente, se conciben las argumentaciones del conocimiento matemático "como el hilo conductor de la situación específica de donde emergen los conocimientos matemáticos" (Cordero et al, 2015, p. 74)*

Antes de establecer los objetivos de investigación que nos permitirán abordar de mejor manera nuestra problemática, es necesario explicar en qué consiste la noción de acumulación, así como el rol que dicha noción juega en la construcción de la integral definida. Esto, lo realizaremos a continuación.

SOBRE LA NOCIÓN DE ACUMULACIÓN

Cordero (2003) realizó un estudio epistemológico del concepto integral, donde encontró un patrón de construcción de la teoría de integración, dada por la expresión , la cual llamó acumulación, donde la diferencia y las condiciones de una función derivada juegan un papel definitivo en la constitución del patrón. La idea de patrón que consideramos en esta investigación, es acorde a lo que señala Cordero (2005):

> La manera como decidimos concebir a los patrones de construcción en este trabajo es que el patrón, de algún modo, representa una idea que prevalece independientemente del contexto de la situación y será considerado en la construcción, cuando el grupo humano logra desarrollar el uso de su conocimiento (p. 271).

Pero es en el marco del estado de las situaciones de cambio y variación donde Cordero (2003) encontró que la resta otorga una significación de la integral ligada a un contexto de cantidades que fluyen. Dicha resta es la representación de "la noción de acumulación en dos categorías: estática, en tanto que es "algo que se concentra" y se expresa como "" y dinámica en tanto que es "algo que se está agregando a una cantidad" y se expresa como "". (Cordero, 2003, p.84).

> En base a la expresión , Cordero (2003) reinterpretó las categorías anteriores como y las cuales llamó acumulación y valor acumulado, respectivamente, donde "es el algo" que se concentra y "el algo" que se está agregando" (Cordero, 2003, p. 85)

La noción de acumulación permite "representar el cambio total del sistema sin describir las variaciones progresivas de los elementos interrelacionados en el sistema y es configurado por la integral definida " (Cordero, 2003, p. 84). Esto lleva a considerar, a la acumulación y al valor acumulado, como resultado de un proceso que cumple con las siguientes fases (ver Cuadro 2), donde en cada una de ellas hay una encapsulación que subyace a la integral definida, la cual Cordero (2003) llamó toma del elemento diferencial.

$F(t+dt)-F(t)=F'(t)dt$ $\downarrow$ $\sum F(t+dt)-F(t)=\sum F'(t)dt$ $\downarrow$ $F(b)-F(a)=\int_a^b F'(t)dt$ (Acumulación)	$F(t+dt)=F(t)+F'(t)dt$ $\downarrow$ $\sum F(t+dt)=\sum F(t)+F'(t)dt$ $\downarrow$ $F(b)=F(a)+\int_a^b F'(t)dt$ (Valor Acumulado)

Cuadro 2

Con respecto a la toma del elemento diferencial, Cordero (2003) señala:

> Ciertamente, la toma del elemento diferencial guarda un carácter algorítmico en el discurso matemático escolar, pero el aspecto significativo para la integral está en la acción que conlleva a la “toma”; es decir, el reconocimiento local de la situación de cambio y variación para reconocer el cambio total de la situación considerada en un sistema, al margen de cualquier definición de integración: (p.85)

Al representar el cambio total de la situación de variación, la noción de acumulación permite describir “el cómo varía”, permitiendo realizar una predicción dentro de la situación de variación en cuestión.

OBJETIVO DE INVESTIGACIÓN:

El objetivo de esta investigación es dar cuenta de una Res(en una situación específica de variación, correspondiente al dominio de la Fenología, que denominamos cálculo teórico de la constante térmica.

METODOLOGÍA

Nuestra manera de analizar el en esta situación específica será acorde al análisis de realizado en distintos trabajos socioepistemológicos (e.g., Del Valle, 2015; Morales & Cordero, 2014; Mendoza, Cordero, Solís & Gómez, 2018), los cuales analizan los por medio de un debate entre funcionamiento y forma. Además, en esta situación específica sedará cuenta de la significación, el procedimiento, el instrumento útil al humano y la argumentación que estructuran la epistemología de conocimiento matemático asociado ala integral definida.

RESIGNIFICACIÓN DE USOS DE LA ACUMULACIÓN EN FENOLOGÍA

Según Heuveldop, Pardo, Quirós y Espinoza (1986), “la Fenología trata del estudio de los fenómenos o eventos biológicos periódicos en relación con los factores ambientales, principalmente las variaciones estacionales de las condiciones climáticas” (p.171). Es sabido que la temperatura tiene incidencia en el desarrollo de muchos organismos. Parra - Coronado, Fischer y Chaves-Cordoba (2015) indican que “la temperatura es una de las principales fuerzas impulsoras para el crecimiento y el desarrollo de los cultivos y varios estados fenológicos se manifiestan a través de su desarrollo” (p.164). Para el caso específico de insectos y ácaros, el trabajo de Barrientos, Apablaza, Norero y Estay (1998) destaca la sensibilidad de su desarrollo respecto a la temperatura en la que habita y su consecuente dependencia.

Al respecto, se hace necesario una unidad de medida que sea capaz de relacionar el desarrollo temporal de los ácaros y la temperatura en la cual ellos habitan, esto permitiría generar estudios con mayor precisión sobre los ciclos de vida de los animales. Tal unidad es llamada grados-días (Zalom, Godell, Wilson, Barnett y Bentley 1983), descrita como una unidad combinada de tiempo y temperatura, utilizada para medir el desarrollo o progreso de un organismo desde un punto a otro en su ciclo de vida (Huincahue, 2011). Al número de grados–días que han de ser acumulados para que ocurra un determinado evento fenológico, se le denomina constante térmica.

El concepto de grados-días ha sido ampliamente utilizado en la agricultura, especialmente para cuantificar y predecir eventos fenológicos. Según Rodríguez, Cotes y Cure (2012), este concepto se ha utilizado en el análisis fenológico aplicado a diferentes tipos de cultivos, tanto en zonas templadas como en zonas tropicales, ya sea para insectos o ácaros. Urra y Apablaza (2005) señalan que, en el caso del estudio de insectos, “el conocimiento de los grados-días provee una valiosa herramienta para el manejo de plagas, tanto para predecir infestaciones, programar medidas de manejo o realizar monitoreo” (p.19). Sin embargo, no es una regla que se cumple para todos los ciclos de vida. Un caso de interés es el del Brevipalpus chilensis, ya que es un ácaro sensible a débiles variaciones de temperaturas (Huincahue, 2011), por lo tanto, es de relevancia la precisión del cálculo de grados - días.

En Castillo y Santibáñez (1987), se encuentra una manera de calcular la constante térmica: en donde es la temperatura media; es la temperatura umbral; es la fecha de inicio de la etapa de desarrollo y es la fecha de término de la etapa de desarrollo. En este caso, podemos establecer que representa la cantidad de grados-días acumulados en un determinado intervalo de tiempo , con si. La temperatura umbral es la temperatura en la cual el desarrollo del organismo en cuestión se detiene por el frío. A medida que la temperatura aumenta por encima de la temperatura umbral, el desarrollo se acelera hasta alcanzar una temperatura óptima, la cual se entiende como aquella en la cual el desarrollo ocurre lo más rápidamente posible. Este fenómeno es descrito en la Figura 1.

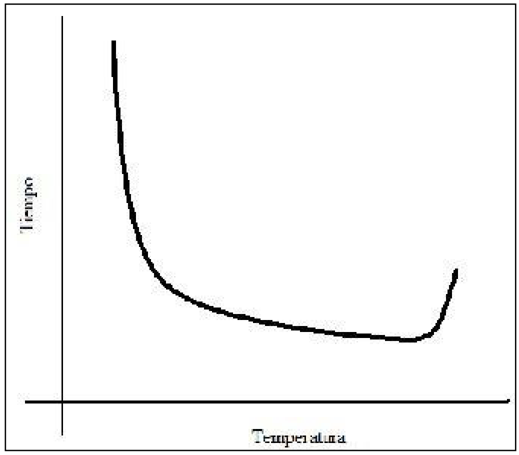


Figura 1.
Curva de temperatura versus tiempo de un organismo que depende de la temperatura (Zalom et al., 1983).

En esta situación específica de variación, que denominamos *cálculo teórico de la constante térmica*, hemos logrado identificar el a través de un funcionamiento y una forma. El funcionamiento de la acumulación es para determinar la cantidad de grados-días acumulados en un cierto intervalo de tiempo y la forma de la acumulación es por medio de la resta , donde corresponde a los grados-días acumulados en el tiempo.

En base a todo lo señalado anteriormente, es posible generar una epistemología de usos de la acumulación, la cual se conforma por las significaciones, procedimientos e instrumentos que generan la respectiva argumentación dentro de una determinada situación específica. En esta situación de variación, dicha epistemología se basa en la situación de variación (ver primera columna del cuadro 1): la significación asociada a la acumulación es la de constante térmica, cuyo procedimiento corresponde a la comparación de dos estados: , donde si . Esta comparación es posible realizar sólo si varía de forma continua con respecto al tiempo (instrumento útil al humano), permitiendo predecir cuándo ocurrirá un determinado evento fenológico. En la Tabla 1 se resume la epistemología de en esta situación específica.

	Situación Fundamental	Situación específica
Construcción de lo matemático	Variación	Cálculo teórico de la constante térmica
Significaciones	Flujo Movimiento Acumulación Estado Permanente	Constante térmica
Procedimientos	Comparación de dos estados	Comparación de dos estados: donde si
Instrumento útil al humano	Cantidad de variación continua	Cantidad de variación continua
Argumentación	Predicción	Predecir cuándo ocurrirá un determinado evento fenológico

Tabla 1. *Epistemología de en la situación específica de variación denominada cálculo teórico de la constante térmica.*

CONCLUSIONES

En términos generales, la socioepistemología señala que el dME desconoce los propios de escenarios no escolares en los que la gente se desenvuelve, ya que su prioridad está en cuánto sabe un estudiante, pero no en cómo usa su conocimiento matemático (Mendoza y Cordero, 2018). En el caso particular de esta investigación, una problemática evidenciada fue que el dME no reconoce los y sus resignificaciones. Para confrontar dicha problemática, nuestra investigación ofreció una en el dominio de la Fenología, al problematizar la predicción en la que ocurrirá determinado evento fenológico. En este caso, el apareció al momento de determinar la acumulación de grados-días en un intervalo de tiempo . Además, en esta situación, el uso de esta noción permitió otorgarle a la integral definida un significado ausente en el dME: el de*constante térmica*.

La epistemología de entregada en esta investigación, además de aportar una nueva epistemologíabasada en la segunda columna del Cuadro 1,otorga una base para el diseño desituaciones escolares de socialización, las cualescontribuyen a trastocar y transformar la matemática escolar con el propósito de generar una relación recíproca entre el cotidiano de la gente y la matemática escolar (Mendoza y Cordero, 2018), tomando en cuenta la funcionalidad del conocimiento matemático. Por lo tanto, la inclusión de la noción de acumulación en los procesos de enseñanza y aprendizaje del cálculo integral es una condición necesaria para contribuir al logro de la reciprocidad entre la matemática escolar y la matemática del cotidiano. Sin embargo, esto por sí solo no resulta suficiente; también es necesario que esta noción se acepte como un producto material social que debe de enseñarse y aprenderse.

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación fue financiada por el Duodécimo Concurso de Investigación en Docencia Universitaria 2018. Universidad Bernardo O´Higgins, Chile.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aranda, C., Callejo, M. (2017a). Construcción de la Función Integral y Razonamiento Covariacional: dos Estudios de Casos. *Bolema*, 31 (18), 777-798.

Aranda, C., Callejo, M. (2017b) Formas de aproximar el área bajo una curva: un estudio con estudiantes de bachillerato. *Enseñanza de las Ciencias*, 35(1), pp. 157-174.

Barrientos, R., Apablaza, J., Norero, H., Estay, P. (1998). Temperatura base y constante térmica de desarrollo de la polilla del tomate, tuta absoluta (lepidoptera: gelechiidae). *Ciencia e Investigación Agraria*, 25(3), 133 -137

Cantoral, R. (2003). *La aproximación socioepistemológica a la investigación en matemática educativa: una mirada emergente.* [CD-ROM] XI Conferencia Interamericana de Educação Matemática. Tema: Educación Matemática & Desafíos y Perspectivas. Blumenau.

Castillo, H., Santibáñez, F. (1987). Efecto de la temperatura sobre la fenología del trigo. *Agricultura Técnica (Chile)*, 47 (1), 29 -34.

Cordero, F. (1992). Una base de significados en la enseñanza de la matemática avanzada. En R. Cantoral, C. Imaz & R.M. Farfán (Eds), *Memorias de la Sexta Reunión Centroamericana y del Caribe Sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa* (Vol. 2, pp. 267-296). Cuernavaca, Morelos, México.

Cordero, F. (2003). *Reconstrucción de significados del Cálculo Integral. La noción de acumulación como una argumentación.* México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Cordero, F. (2005). El rol de algunas categorías del conocimiento matemático en educación superior. Una socioepistemología de la integral. *Relime*, 8(3), 265-286.

Cordero, F., Gómez, K., Silva - Crocci, H. y Soto, D. (2015). *El discurso matemático escolar: la adherencia, la exclusión y la opacidad.* México: gedisa.

Del Valle, T. (2015). Los Usos de la Optimización: Un Marco de Referencia y la Teoría Socioepistemológica (Tesis doctoral). Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Chile.

Gómez, K. (2015). *El fenómeno de opacidad y la socialización del conocimiento.* Tesis de Doctorado no publicada, Centro de investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, D.F., México.

Heuveldop, J., Pardo, J., Quirós, S., Espinoza, L. (1986). *Agroclimatología Tropical.* San José, Costa Rica: Editorial Universidad Estatal a Distancia.

Huincahue, J. (2011). *Dinámicas de modelos de Depredación Continuos e Impulsivos y Estudio Fenológico del Brevipalpus Chilensis* (Tesis de Maestría no publicada). Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile.

Morales, A., Mena, J., Vera, F. y Rivera, R. (2012). El rol del tiempo en un proceso de modelación utilizando videos de experimentos físicos. *Enseñanza de las Ciencias,* 30 (3), pp 237-256

Morales, A., Cordero, F. (2014). La graficación - modelación y la Serie de Taylor. Una socioepistemología del Cálculo. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa,* 17 (3), 319-345. https://dx.doi.org/10.12802/relime.13.1733

Mendoza, J., Cordero, F. (2018). La modelación en las comunidades de conocimiento matemático. El uso de las matemáticas en ingenieros biónicos. El caso de la estabilidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(1), 36-61.

Mendoza, J., Cordero, F., Solís, M., Gómez, K. (2018). El Uso del Conocimiento Matemático en las Comunidades de Ingenieros. Del Objeto a la Funcionalidad Matemática. *Bolema,* 32(62), 1219-1243. http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v32n62a23

Parra - Coronado A, Fischer G, Chaves-Cordoba B (2015). Tiempo térmico para estados fenológicos reproductivos de la feijoa (Acca sellowiana (O. Berg) Burret). *Acta biológica.* Colombiana, 20(1), 163-173 . doi: http://dx.doi.org/10.15446/abc.v20n1.43390

Rodríguez, D., Cotes, J., Cure, J. (2012). Comparison of eight degree-days estimation methods in four agroecological regions in Colombia. *Bragantía, Campinas,* 71(2), 299 - 307.

Urra, F., Apablaza, J. (2004). Temperatura Base y Constante Térmica de Desarrollo de Copitarsia decolora (Lepidoptera: Noctuidae). *Ciencia e Investigación Agraria,* 32(1), 19-26

Zalom, F., Godell, P., Wilson, L., Barnett, W. and Bentley, W. (1983). *Degree-days: The calculation and use of heat units in pest management*. University of California, Division of Agriculture and Natural Resources, Leaflet UCDANR 21373, 2-10. Davis, CA, USA