PROBLEMAS QUE INTEGRAN CONTENIDOS DE MATEMÁTICA Y FÍSICA PARA LA CARRERA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

Roberto Jonathan Pico Macías, Santos Alcibíades Álava Macías, Eddy Wilfrido Santana Santana

Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí, Manta, Ecuador
Facultad de Ingeniería Industrial
ing.jonathanpico@hotmail.com , alcibiadesalava@hotmail.com, ing.santana2@hotmail.com

FECHA DE RECEPCIÓN: 14/11/17 - FECHA DE ACEPTACIÓN: 18/01/18

Pico Macías, R; Álava Macías, S. y Santana Santana, E. (2018). Problemas que integran contenidos de Matemática y Física para la carrera de Ingeniería Industrial. *Premisa 20* (77), 33-50.

RESUMEN

Teniendo en cuenta una concepción de la relación interdisciplinar en la carrera de Ingeniería Industrial y la enseñanza problémica como alternativa para propiciar esta relación, se propone una tipología de problemas de Matemática en el programa de dicha carrera considerando algunos contenidos del curso de Física, desde una perspectiva integradora que incorpora al MATLAB. Se sugiere una clase de problemas, cuyas soluciones requieren del empleo de conceptos y métodos vinculados a Ecuaciones Diferenciales, Álgebra Lineal y Cálculo Diferencial e Integral. Se ofrecen algunas recomendaciones didácticas que favorecen el proceso de enseñanza aprendizaje de tales contenidos.

ABSTRACT

Taking into account a conception of the interdisciplinary relation in the career of Industrial Engineering and the problem teaching method as alternative to propitiate this relation, it is proposed a typology of problems of Mathematics in the program of the career considering some contents of the course of Physics, from an integrative perspective which incorporates the MATLAB. It is suggested a class of problems which solutions require the use of concepts and methods related to Differential Equations, Linear Algebra and Differential and Integral Calculus. Some didactic recommendations favoring the teaching learning process of those contents are offered.

PALABRAS CLAVE:

Ingeniería Industrial - tipología de problemas matemáticos - ecuaciones diferenciales - enseñanza problémica - MATLAB

KEYWORDS:

Industrial Engineering - typology of mathematical problems - differential equations - problem teaching method - MATLAB

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la Matemática en el nivel superior está dirigida tanto a la asimilación de los conocimientos acumulados en ese campo del saber para contribuir al desarrollo de elevadas capacidades intelectuales, como al despliegue de habilidades que permitan aplicarlas en diferentes ramas del conocimiento. En tal sentido los fines de la enseñanza de dicha ciencia se vinculan a los retos que representan los escenarios profesionales de los futuros egresados (Rodríguez y Quiroz, 2016).

Entre las disciplinas de mayor trascendencia en la formación de Ingenieros Industriales se encuentra la Matemática. La misma es importante no sólo por su contribución en el adiestramiento para utilizar los métodos analíticos y aproximados, y en el desarrollo del pensamiento lógico y heurístico, sino por su vínculo con otras ciencias como la Física. No obstante, la enseñanza de sus diferentes asignaturas se acompaña de la memorización de los procedimientos analíticos que implican incomprensión en sus disímiles aplicaciones (Blanchard 1994), (Artigue 1995).

La resolución de problemas constituye una actividad esencial para el futuro profesional de la ingeniería. Investigaciones al respecto concluyen que el bajo desarrollo de habilidades matemáticas en los estudiantes está asociado al poco éxito que tienen en la resolución de los problemas (Hudson y McIntire, 1977), (Meltzer, 2002), particularmente aquellos donde es necesario aplicar los conocimientos con destreza. Ello se refleja en la relación entre las diversas disciplinas con énfasis en la Física que necesita del cálculo (Sears, Zemansky, John y Freedman, 2008), (Halliday, Resnick y Krane, 2004). Entre las dificultades apreciadas se encuentra la traducción de las magnitudes físicas al lenguaje de las variables (Redish, 2005), las ecuaciones y al formalismo matemático.

Marco conceptual

En el contexto de las Matemáticas en la educación superior de algunas universidades de países como Cuba, se han identificado tres elementos como los de mayor incidencia en el proceso de enseñanza aprendizaje de las diversas asignaturas de esta disciplina, a saber: su desarrollo interdisciplinario, la contextualización de su enseñanza y el uso de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TICs) (Escalona, 2011).

La incapacidad para detectar la relación entre los contenidos de la disciplina y sus nexos con los de otras constituye una de las causas por las cuales la Matemática se percibe como un serio obstáculo para tener éxito en estudios ingenieriles. No obstante, se conoce que existe todo un amplio referente de teorías que explican la importancia de generar espacios de aprendizaje capaces de contribuir a la integración de los diferentes saberes. Así según Tobón, la integración de disciplinas necesita partir de problemas y la articulación desde ellos de los conocimientos parciales o locales (Botina, González, 2014).

Por su parte Zuleta se refiere a trasponer las ciencias y manejarlas en igualdad de condiciones como una de las posibles habilidades que debería buscar la universidad (Zuleta, 2011); Morín enfatiza en la necesidad de un puente entre las diversas disciplinas con la finalidad hacerlas dialogar en aras de que exista una mejor comprensión del mundo (Morin, 1976) y Ritter considera que el pensamiento complejo es un proceso que permite concebir la reorganización transdisciplinaria del conocimiento (Ritter, 2013)

Una educación matemática en la carreras de ingeniería industrial que propicie la integración de las diferentes disciplinas ha de posibilitar el desarrollo de un pensamiento complejo, conceptuado como aquel capaz de ser crítico y reflexivo, que se oponga al modo tradicional de pensamiento que divide el campo de los conocimientos en disciplinas y que posibilite relacionarlas (Botina et. al. 2014).

Una de las alternativas que podría favorecer la relación interdisciplinar entre la Matemática, la Física y la Informática en el marco de la carrera de Ingeniería Industrial es la enseñanza problémica. Para implementarla, se precisa de integrar contenidos de relevancia que incorporan saberes capaces de complementarse y tributar a la resolución de varios problemas que se han presentado de manera fragmentada e independiente si bien describen hechos susceptibles de ser abordados apelando a los diferentes saberes inmiscuidos.

La enseñanza problémica es una actividad del maestro dirigida a la creación de situaciones problémicas que no son más que aquellas en las cuales los estudiantes no tienen respuesta inicial a las interrogantes formuladas pero sirven de orientación para asimilar conocimientos mediante el planteamiento independiente de problemas y su correspondiente solución (Majmutov, 1983). Por su parte un problema como reflejo de la contradicción lógico-psicológica del proceso de asimilación, determina el sentido de la búsqueda mental además de despertar el interés hacia la investigación y conducir a la asimilación de contenidos nuevos.

De esta forma, tal enseñanza se conceptúa también como una concepción del proceso de enseñanza aprendizaje en cuyo marco el estudiante se enfrenta a elementos teóricos revelados por el profesor. Los mismos son asimilados como problemas docentes, es decir problemas cuya solución es favorecida mediante tareas cognitivas y/o preguntas que contienen elementos problémicos con los cuales se adueñan de nuevos conocimientos (Pentón, Patrón, Hernández y Rodríguez, 2012).

La enseñanza problémica propicia la asimilación del conocimiento a partir de su aplicación creadora, enseña a aprender al situar el procedimiento para llegar al conocimiento verdadero como objetivo del proceso de enseñanza aprendizaje. Por otra parte, capacita para el trabajo independiente del estudiante, al brindarle herramientas y habilidades creadoras. Aporta métodos para conocer la realidad a partir de contradicciones del pensamiento.

La enseñanza problémica está orientada hacia una formación científica del mundo mediante la independencia cognoscitiva y las capacidades creadoras del estudiante, ofrece un marco idóneo para desarrollar la capacidad de aplicar conocimientos, asimilar otros nuevos procedentes de diversas fuentes y transformarlos (Vázquez y Caro, 2011). La Física constituye una de tales fuentes y entre los contenidos tratados en su contexto está el problema inverso de la Dinámica, o sea, la determinación de la trayectoria de un cuerpo o su ley del movimiento, conocidas las fuerzas que actúan sobre el mismo.

Dicho problema es de importancia tanto académica como práctica. Una revisión del Plan de estudios para la carrera de Ingeniería Industrial en algunos países de Latinoamérica, por ejemplo (Delgado y Alonso, 2008) aboga por la necesaria integración de saberes y la flexibilización del currículo teniendo en cuenta además el entorno de la universalización de la enseñanza (Bonnin, Fariñas, Vega y Llovera, 2012). Esta concepción integradora preconizada en los programas, constituye una motivación para dar una mayor relevancia al problema referido y favorecer la educación matemática del ingeniero industrial en universidades ecuatorianas.

A partir del análisis realizado y teniendo en cuenta las leyes de Newton como un núcleo básico del programa de Física para ingeniería en universidades cubanas, se establece una habilidad esencial: deducir la ley del movimiento de una partícula aplicando el método dinámico con fuerzas constantes o dependientes del tiempo, la posición o la velocidad. En consonancia con lo expresado y considerando la integración de los contenidos, se asume entre los objetivos generales: aplicar el método dinámico, entre otros, en la solución de problemas que impliquen el tratamiento vectorial, el uso del cálculo diferencial e integral así como el empleo de las ecuaciones diferenciales en modelos físico-matemáticos (MES, 2007).

De otra parte, el empleo de las (TICs) ha adquirido especial significación en la enseñanza de la Matemática. Sin embargo el debate acerca de sus impactos en el aprendizaje de dicha ciencia no ha cesado, de modo que el interés sobre la forma de integrarlas continúa latente. En tal sentido algunos consideran que propiciar su integración coadyuva a la adquisición de conocimientos actitudinales y procedimentales (Agosta, Alzugaray, 2012) así como al desarrollo de enfoques que viabilizan el abordaje de situaciones más complicadas en la actividad futura del ingeniero y en las cuales el lenguaje matemático es de relevancia.

La enseñanza problémica de tópicos que integran contenidos de Matemática y Física en la especialidad ingenieril referida, vinculada con las TICs, se puede hacer más efectiva por cuanto las mismas generan nuevas situaciones problémicas, al tratarse en este caso del empleo del MATLAB de utilidad en el futuro profesional de la Ingeniería. En tal sentido las TICs contribuyen a la calidad del proceso educativo pues permiten, entre otros, la superación de las barreras de espacio y tiempo, la participación activa en el proceso de construcción colectiva de conocimiento y la potenciación de los individuos gracias al desarrollo de las habilidades que esto implica (Miranda, 2003).

El objetivo del trabajo se centra en valorar una tipología de problemas integradores de contenidos que propicien la relación interdisciplinar entre la Matemática, la Física y la Informática para la carrera de Ingeniería Industrial, capaz de contribuir a la educación matemática del futuro profesional. A partir de la misma se proponen algunas recomendaciones didácticas que coadyuven al proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en el contexto de dicha carrera.

La metodología empleada consistió en la recopilación documental (Ander-Egg, 2010), (Giacosa, Vergara, Zang y López, 2015) en aras de obtener la información acerca de: los planes de estudios vigentes en la Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí (ULEAM) de Ecuador (ULEAM-1, 2016), (ULEAM-2, 2016) así como las normativas del Ministerio de Educación (MES) de Cuba (MES-1, 2007) y los programas analíticos de las diferentes disciplinas y asignaturas que integran el plan de estudios en Cuba (MES, 2007) y sus perspectivas de perfeccionamiento (MES, 2017), los objetivos estratégicos, datos sobre la carrera y las universidades en las que se estudia. A partir del análisis de las unidades temáticas en los programas, se identificaron los contenidos, la bibliografía empleada en cada disciplina, los objetivos por temas, los valores a los cuales tributan así como las recomendaciones metodológicas.

En aras de identificar aquellos aspectos que por su trascendencia se vinculan con la propuesta de integración y relación interdisciplinar que se propone, se tuvo en cuenta el amplio estudio de graduación de la carrera de Ingeniería Industrial en la Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí (ULEAM, 2014).

Tipología de ciertos problemas matemáticos y problemas físicos asociados a tal tipología

Una exhaustiva revisión de variados libros de textos básicos que son empleados en los cursos universitarios de Matemática, permite identificar ejercicios que se repiten y a veces se sugieren en calidad de problemas.

A partir de los contenidos incluidos en el curso de matemáticas superiores para ingeniería, se pueden sugerir dos tipos de problemas, entre los diversos que abundan. Uno usual en el Cálculo Diferencial se relaciona con la construcción de gráficas de funciones diversas y su enunciado es el siguiente:

I. Dada la siguiente función:

$y(t) = (a_1 + a_2)(1 - e^{b_1 t}) + a_3 t$
$x(t) = a_4 (1-e^{b_2 t}) x(t) = a_4 (1-e^{b_2 t})$ (1)

donde: a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2 : constantes
a) Determinar la ecuación cartesiana de la curva que representa.
b) Representar gráficamente la función.
c) Analizar el caso en que la curva se transforma en una parábola dada por una ecuación del tipo:

$y(x) = Ax^2 + B\ y(x)$

donde: A, B: constantes.

El segundo tipo de problemas consiste en resolver ecuaciones diferenciales de segundo orden con coeficientes constantes. Su enunciado es:

II. Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$a_1 \frac{d^2y}{dx^2} + b_1 \frac{dy}{dx} + c_1 = 0. \quad y(0) = y_0, \acute{y}(0) = y_1: a_1, b_1, c_1, y_0, y_1 = \text{constantes} \quad (3)$$

$$a_2 \frac{d^2y}{dx^2} + b_2 \frac{dy}{dx} = 0. \quad y(0) = y_0, \acute{y}(0) = y_1: a_2, b_2, y_0, y_1 = \text{constantes} \quad (4)$$

En particular si $b_1 = 0$ y, $c_1, \neq 0, a_1 \neq 0$, la ecuación (3) resulta:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-c_1}{a_1}, \quad y(0) = y_0, \quad \acute{y}(0) = y_1 (5)$$

La resolución de los tipos referidos de problemas requiere de varias habilidades. Las dificultades observadas al resolverlos están asociadas a: debilidades para aplicar los procedimientos característicos del trabajo con variables (orden de las operaciones, extracción de factores comunes, reducción de términos semejantes, etc.); falta de habilidad en los métodos de resolución de ecuaciones y poco dominio de los métodos de integración de funciones de una variable real y de los métodos del Cálculo Diferencial para analizar el comportamiento de funciones. Tales dificultades se combinan a veces con las dudas acerca de la aplicabilidad del conocimiento de los métodos de resolución de dichos problemas en otras disciplinas y en el propio contexto de la Ingeniería Industrial.

No obstante los problemas tipo I y II son característicos en la disciplina Física, que si bien constituye un campo de aplicación de los métodos de la Matemática, muchas veces no se aprovecha para favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje ni propiciar la relación interdisciplinar.

Problemas físicos asociados a la tipología de problemas I y II

La resolución de un problema integrador requiere el empleo de varios contenidos de ciencias diferentes, y es capaz de propiciar el aprendizaje desarrollador de los núcleos básicos del contenido y la sistematización de eficientes estrategias de resolución, con el uso de habilidades generales y específicas.

El problema vinculado a la determinación de la trayectoria en el movimiento de proyectiles, aparentemente alejado de los temas que se abordan en asignaturas específicas de la carrera de Ingeniería Industrial tanto en universidades cubanas como en la ULEAM, se puede considerar un problema integrador. El mismo, además de constituir un caso típico de problema inverso, conduce de manera natural al concepto de modelo diferencial útil para introducir conceptos asociados a tales modelos en la especialidad.

El enunciado y planteamiento de tal problema puede hacerse mediante el método de la conversación heurística. Ella consiste en la comunicación por parte del profesor del conocimiento a partir de dicho problema de manera que la solución del mismo se logre mediante la interacción de ambas partes. Sin embargo no es una exposición informativa o una transmisión de conclusiones ya hechas de la ciencia. El método propicia despertar la actividad mental independiente en los estudiantes a la vez que el profesor enfatiza en: la dinámica de formación y desarrollo de los conceptos; plantea nuevas situaciones problémicas; enseña a encontrar la solución de los nuevos problemas, revela su lógica a partir de sus contradicciones así como las fuentes del surgimiento de los mismos (Pentón et. al. 2012).

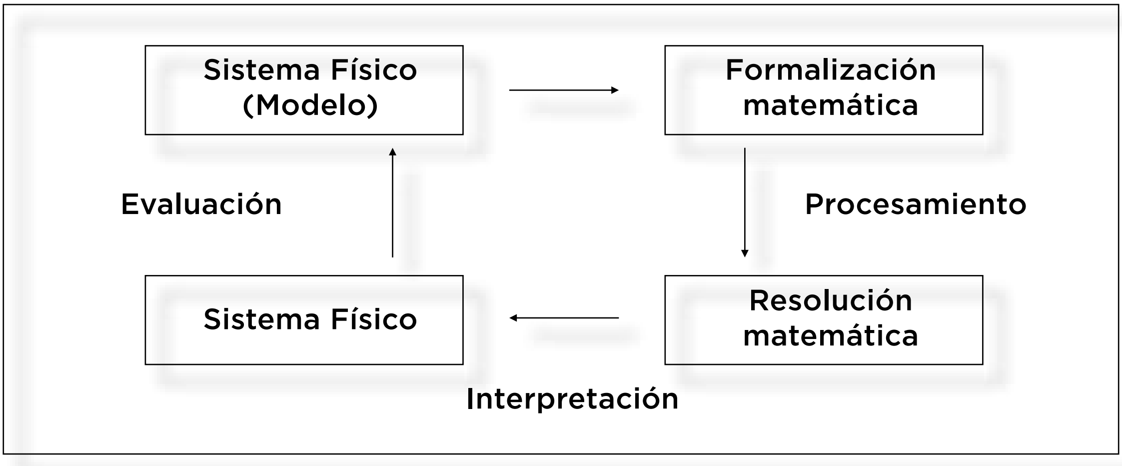
La esencia del problema es la siguiente: un proyectil es lanzado con cierta velocidad inicial cuyo módulo es Vo, formando cierto ángulo con la dirección horizontal. Sobre dicho proyectil actúa una fuerza de resistencia proporcional a la velocidad dada por la expresión F(v)=-kv F(-v)=-kv, donde k constituye una constante.

a) Determinar la ley del movimiento del cuerpo.

b) Determinar la ecuación cartesiana de la trayectoria y representarla gráficamente.

c) Determinar las condiciones en que la ecuación cartesiana de la trayectoria corresponde a un movimiento parabólico.

La solución de este problema, puede modelarse a través de uno de los ciclos que ilustra la manera en que las matemáticas se emplean en la Física (Redish, 2005). En el esquema 1 se representa el ciclo que abarca desde el propio sistema físico a describir mediante la selección del aparato matemático correspondiente, previo análisis de las aproximaciones y leyes físicas a aplicar, hasta la contrastación de los resultados obtenidos con el modelo físico y su posible corrección.



Esquema 1

La formulación matemática del problema parte del planteamiento de la ecuación diferencial del movimiento que tiene como punto de partida la Segunda Ley de Newton. En su forma vectorial y para cuerpos cuya masa m se considera constante, tiene el aspecto:

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}=\sum_{k=1}^{n}[\vec{F}_k\,(t,\vec{r},\vec{v}\,])\quad(6)$$

La solución del problema debe satisfacer determinadas condiciones iniciales, por lo que su planteamiento se reduce al problema de Cauchy (Elsgoltz, 1977):

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}=\sum_{k=1}^{n}[\vec{F}_k\,(t,\vec{r},\vec{v}\,]),\qquad \vec{r}(t=t_0)=\vec{r_0},\qquad \vec{v}(t=t_0)=\vec{v_0},\qquad(7)$$

Al plantear este problema se sugiere enfatizar en los conceptos básicos que se abordan en el curso de Cálculo, Análisis Matemático o matemáticas superiores: funciones vectoriales de argumento escalar, límite, continuidad, derivada, ecuaciones de una curva en forma paramétrica; ecuaciones diferenciales de segundo orden con coeficientes constantes y sus métodos de integración.

Se debe aprovechar el marco del Álgebra Lineal para recordar que todo vector de R^2 R^2 se puede desarrollar como combinación lineal de vectores bases y el concepto de base canónica correspondiente al sistema de coordenadas cartesianas rectangulares integrada por los vectores ortonormales $\{\vec{i}, \vec{j}\}\{\vec{i}, \vec{j}\}$ (Ilyin, Pozniak, 1979).

Aprovechando lo expresado, se plantean los siguientes problemas de Cauchy:

$$\frac{dx}{dt} = v_x, \quad , \quad x(t=t_0) = x_0 = 0 \ (8)$$

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{k}{m} v_x, \quad v_x(t=t_0) = v_{0x} = v_{0} \cos \alpha \ (9)$$

$$\frac{dy}{dt} = v_y, \quad , \quad y(t=t_0) = y_0 = 0 \ (10)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -g - \frac{k}{m} vy, \quad v_y(t=t_0) = v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\alpha \ (11)$$

donde g es el valor de la aceleración de la gravedad.

Este conjunto de ecuaciones constituye problema matemático de tipo II. Por tanto, el dominio de los métodos de integración de ecuaciones diferenciales debe facilitar la tarea de resolverlo.

En esta fase de resolución del problema se sugiere consolidar los métodos de integración de ecuaciones diferenciales ordinarias por separación de variables. A la vez se deben crear condiciones para aplicar los métodos fundamentales de integración de funciones de una variable real, recordando que las funciones de las que se tratan, son las coordenadas y velocidades del cuerpo y la variable independiente es el tiempo.

La integración de las ecuaciones (8, 9, 10, 11) conduce a la determinación de la dependencia funcional de la posición (coordenadas) con el tiempo o las ecuaciones paramétricas de la trayectoria de la partícula (Kudriatsev, 1983). Es sugerente reflexionar sobre este concepto a partir de las soluciones explícitas:

$$x(t) \ \frac{mv_0 \cos\alpha}{k} \left(1 - e^{\frac{-kt}{m}}\right) \ (12)$$

$$y(t) = \left(\frac{m^2g}{k^2} + \frac{mv_0 \sin\alpha}{k}\right)\left(1\text{-}e^{\frac{-kt}{m}}\right)\frac{mg}{k}t \quad (13)$$

Es recomendable deducir a partir de las de las expresiones (12) y (13), la ecuación cartesiana de la trayectoria dada por (14) y aprovechar el marco para retroalimentar los conceptos de: curvas continuas, diferenciables, simples, entre otros:

$$y(x) = \left(\frac{mg}{kv_0 \cos\alpha} + \tan\alpha\right)x + \frac{m^2g}{k^2}\ln\left(1\text{-}\frac{k}{mv_0\cos\alpha}x\right) \quad (14)$$

Esta última tarea deductiva pertenece a un problema de tipo I y debe aprovecharse para ejercitar operaciones laboriosas tales como extracción de logaritmos, reducción de términos semejantes y otras habilidades de cálculo algebraico.

Es también conveniente discutir la manera de representar gráficamente la función dada por (14). Pueden sugerirse los métodos estudiados en el Cálculo Diferencial acerca de la investigación del comportamiento de funciones o reflexionar acerca de las posibilidades de asistentes matemáticos y que serán abordadas más adelante en el artículo.

Se sugieren además el siguiente conjunto de tareas que complementan los conocimientos adquiridos en Matemáticas:

a) Calcular la distancia entre un punto de la trayectoria y el origen de coordenadas, el valor de la velocidad y la aceleración en un instante de tiempo t cualquiera.
b) Calcular el radio de curvatura (R) y la curvatura de la curva o trayectoria (K)
c) Determinar la distancia recorrida por el proyectil a lo largo de su trayectoria, entre dos instantes de tiempo t1 y t2.

Las tareas planteadas se asocian a interpretaciones y evaluaciones que posibilitan comprender la esencia del esquema 1 esbozado en la sección III. En tal sentido se recomienda orientar la discusión acerca de la medida en que la modelación matemática realizada en correspondencia con las aproximaciones físicas, se adecua al sistema estudiado. Aquí es posible ejercitar operaciones de paso al límite con el fin de saber si, a partir de las expresiones obtenidas para las funciones involucradas, se obtienen casos particulares ya resueltos por otras vías.

Es sugerente mostrar la posibilidad de emplear desarrollos en series de Taylor a partir de la expresión (14) y así obtener el conocido resultado:

$$y(x) \approx -\frac{g}{2v_0^2 cos^2 \alpha}x^2 + x \tan \alpha \quad (15)$$

El MATLAB en la solución de problemas de la tipología I y II

El Matrix Laboratory o MATLAB, constituye una herramienta de software matemático por excelencia. Esta ofrece un entorno de desarrollo integrado y un lenguaje de programación propio, los cuales posibilitan su efectivo empleo en el tratamiento de los problemas de la tipología abordada en la sección II.

Sus prestaciones básicas asociadas a la representación de datos y funciones, la implementación de algoritmos y la plataforma de simulación multidominio o herramienta Simulink, entre otras, ofrecen oportunidades excepcionales para propiciar la integración de la Matemática, la Física y la Programación y Algoritmos o Informática Aplicada.

Existe toda una rica bibliografía que abunda acerca del empleo del MATLAB en una amplia variedad de problemas matemáticos referidos a modelos que describen disímiles fenómenos físicos (Meriam, Kraige, 2001), (Klee, 2007). En especial en la obra de Baez (2010) aparece un capítulo con múltiples aplicaciones a la Física, especialmente en problemas de Dinámica similares a los tratados y otros que corresponden a la tipología que se discute (ver sección II).

En la presente sección se emplea la herramienta MATLAB fundamentalmente para representar la trayectoria teniendo en cuenta la solución analítica y la solución aproximada de las ecuaciones diferenciales que describen el movimiento.

El problema inverso planteado en II, ofrece la posibilidad de mostrar el uso de asistentes matemáticos en el desarrollo de soluciones a los problemas de la tipología propuesta. Se recomienda enfatizar en la utilidad del MATLAB como herramienta que posibilita facilitar los cálculos. Las representaciones gráficas o la solución de ecuaciones. En el ejemplo que se propone, se utilizan los parámetros: el ángulo formado con la dirección horizontal 45º, del coeficiente k resistencia proporcional a la velocidad 0.0431 $\frac{\text{kg}}{\text{s}}$ así como de $V_0 V_0$ o velocidad inicial del proyectil 44.72 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ y la masa 0.145 kg , adoptados de Defense Technical Information Center (2011).

El MATLAB contiene entornos de funciones guardadas en archivos con extensión .m. Tales entornos permiten conformar una función vectorial con la estructura matricial de cualquier sistema de ecuaciones diferenciales. Para visualizar de un modo rápido la solución numérica del sistema (8, 9, 10, 11) con los parámetros sustituidos, utilizando el comando ode45 con la función vectorial del sistema, se podrá graficar la curva γ = r(t), en plano $(x(t), y(t))$. También es posible graficar y comparar la solución numérica con la solución analítica dada por la ecuación (14).

Entre los códigos empleados, uno de los más importantes es el que describe el sistema de ecuaciones (8, 9, 10, 11). El script que calcula numéricamente la solución es:

```
function[dotvar]=System8to11(t,var)%Sistema8,9,10,11,con
parámetros
dotvar=zeros(4,1);     dotvar(1)=var(2);  dotvar(2)=
-0.0431/0.145*var(2);
dotvar(3)=var(4)+0*t; dotvar(4)=-9.8-0.0431/0.145*var(4);
end %Script
z=linspace(0,100,1000); [t, var]=ode45('System10to13',
[0, 100],[0, 44.7*2^(1/2)/2, 0, 44.7*2^(1/2)/2]);
plot(var(:,1),var(:,3),'r*',x(z),y(z))
```

El comando ode45 tiene implementado el método de Runge-Kutta mejorado pues la solución numérica que permite obtener es para el orden 5 en el error. Este análisis debe aprovecharse para recordar algunos contenidos referidos a los tópicos de Matemática Numérica. La figura 1 muestra la curva ploteada a partir de la solución analítica (trazo continuo en azul) y en forma punteada la solución numérica. Se puede apreciar la correspondencia de ambas y su distanciamiento de la forma perfectamente parabólica.

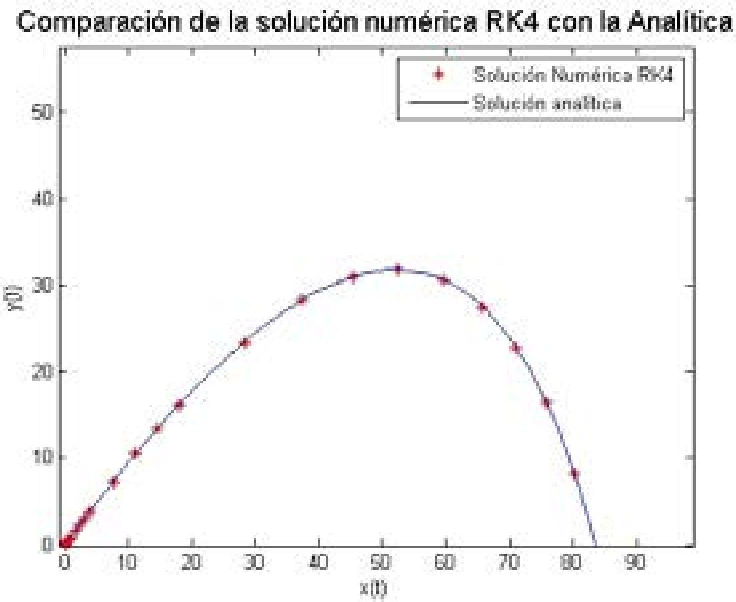


Figura 1. Trayectoria del proyectil graficada a partir de la solución analítica y la numérica.

Se recomienda introducir el MATLAB empleando uno de los métodos de enseñanza problémica, como una vía para integrar contenidos matemáticos, físicos o de otra naturaleza, sin explicitar situaciones que exigen un enfoque rigurosamente equilibrado de lo fenomenológico. Esto se refiere a que lo más importante en la resolución de problemas con su ayuda y convenientemente traducidos al lenguaje de programación, es realizar un análisis de la solución y conocer más acerca del comportamiento del fenómeno abordado. En diversos tipos de problemas encontrar soluciones analíticas a modelos físico-matemáticos es engorroso por el hecho de que no siempre se pueden encontrar las respectivas técnicas para ello. Así se orienta la discusión a la importancia del uso de las TICs y en especial de los asistentes matemáticos como MATLAB, Maple, Derive, Maxima, Mathematics, entre otros. Los mismos permiten encontrar soluciones numéricas que preparan a los futuros ingenieros para el empleo de tales medios y la interpretación de soluciones a diversos problemas y fenómenos (Guerrero, 2010).

Se sugiere explicitar que en ningún caso, las ideas abordadas se deben interpretar en un sentido mecanicista. Simplemente constituyen alternativas que, llevadas a la práctica contribuyen a estrechar más la necesaria relación interdisciplinar entre Matemática, Física u otra disciplina de la Ingeniería Industrial y las nuevas que surgen a raíz de las TICs como la Programación y Algoritmos que brindan facilidades para la resolución de problemas complicados.

Algunas recomendaciones didácticas

Los problemas tipos tratados posibilitan establecer con mayor claridad: relaciones de coordinación, especialmente asociadas a métodos, notaciones y herramientas empleadas en Física e Informática y la observancia de habilidades comunes vinculadas al cálculo, la observación, la modelación o la construcción de gráficos; relaciones de subordinación a partir de la determinación de contenidos abordados en otras asignaturas así como la trascendencia de conceptos de la Matemática en la explicación de fenómenos y procesos de naturaleza física; relaciones de complementación referidas a la interrelación entre contenidos en la solución de problemas (Escalona, 2011).

A partir de estos puntos de vistas se sugieren las siguientes recomendaciones didácticas:

- Ampliar la tipología de problemas matemáticos que posibiliten integrar otros contenidos tanto de Matemática como de Física e Informática Aplicada y establecer entre ellos las relaciones antes referidas.
- Emplear de manera más recurrente el MATLAB a partir de identificar procesos típicos de la Ingeniería Industrial que se describan con ayuda de modelos diferenciales y cuyas situaciones problémicas se enfoquen mediante pautas análogas a las empleadas.
- Concebir un conjunto de actividades docentes dentro de la disciplina Matemática, desde la perspectiva interdisciplinar y/o transdisciplinar, en las que se traten de manera integrada tópicos de Cálculo Diferencial e Integral, Ecuaciones Diferenciales, Geometría Analítica, Álgebra Lineal que tributen a la solución de problemas de importancia en otras disciplinas e incorporen el uso de asistentes matemáticos.

Conclusiones

La tipología de problemas matemáticos valorada contempla otros problemas tratados en Física y que resultan casos particulares, tal y como se presenta el problema inverso de la Dinámica. Dicha tipología posibilita la integración de varios contenidos de los programas analíticos de las disciplinas Matemática y Física así como Informática Aplicada.

Teniendo en cuenta el informe de los estudios de graduados de la carrera (ULEAM, 2014), se plantea que el trabajo de formación debe enfocarse un poco más en la adquisición de conocimientos teóricos y la capacidad de resolución de problemas mientras que se debe intervenir y modificar la oferta académica en las habilidades de comprensión de sistemas, de conocimientos de informática, de conocimiento general y de pensamiento interdisciplinar. En este sentido, la propuesta de enseñanza problémica integradora puede constituir una vía alternativa para fortalecer las competencias citadas en dicho informa y que exhiben los valores referenciales más bajos, no obstante a que constituyen competencias básicas en la formación del ingeniero industrial.

En tal sentido se sugiere complementar la investigación mediante la implementación de la formación interdisciplinar en la etapa de pregrado a partir de las pautas que se establecen en el marco del presente informe y su seguimiento en la etapa de formación posgraduada del profesional. Dichas pautas integradoras permiten el desarrollo de habilidades deductivas, de cálculo y de interpretación a partir de los procedimientos propios del Análisis Matemático, las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, la Geometría Analítica y el Álgebra Lineal. Su tratamiento facilita la consolidación de los conocimientos adquiridos durante los primeros años de la carrera y su sistematización desde la perspectiva de la aplicación de estos a la resolución de problemas típicos de la disciplina Física a los que se integran el uso de las TICs

En particular, el empleo de la herramienta MATLAB para abordar la clase de problemas planteados, fortalece la relación interdisciplinar, viabiliza la enseñanza problémica todo lo cual prepara al futuro ingeniero para abordar otros problemas de mayor nivel de complejidad en el marco de su especialidad y que requieren de elevada integración de los conocimientos.

Referencias bibliográficos

Agosta, R. M. y Alzugaray, G. (2012). *Los enunciados de problemas integradores de Física en carreras de ingeniería. Anales II Jornadas de Investigación en Ingeniería del NEA y países limítrofes.* Universidad Técnica Nacional, 1, pp.1-7.

Ander-Egg, E. (2010). *Métodos y Técnicas de investigación social.* Vol. III: Cómo organizar el trabajo de investigación. España: Lumen.

Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno, y P. Gómez (Eds.), *Ingeniería didáctica en educación matemática.* México Grupo Editorial Iberoamerica, 97-140.

Baez, D. (2010). *MATLAB with applications to Engineering, Physics and Finance.* CRC Press. Taylor & Francis Group: Boca Raton, London, New York.

Blanchard, P. (1994). Teaching differential equations with a dynamical systems viewpoint. En T*he College Mathematics Journal* 25, 385-393.

Bonnin, A., Fariñas, B., Vega, G. & Llovera-González J. (2012). Concepción y desarrollo de un curso de Física General en modalidad de estudio semipresencial para una carrera de Ingeniería Industrial. *Lat. Am. J. Phys. Educ. 6 (2), 300-305.*

Botina, O. A. y González, J. A. (2014). La enseñanza problémica mediada por las TIC para la integración de las disciplinas del área de ciencias naturales en la institución Liceo de la Universidad Antonio de Nariño. *Revista Hue-*

llas 2, 24-32 ISSN: 2389-9368. Recuperado de: http://es.calameo.com/read/0051718277ceb69f3efa8

Defense Technical Information Center (2011). *Ballistic trajectory.* Recuperado de: https://web.archive.org/web/20071112185623/http://www.dtic.mil/doctrine

Delgado, M & Alonso, A. (2008). *Modelo del profesional en el nuevo plan de estudio de ingeniería industrial.* 14 Convención Científica de Ingeniería y Arquitectura. ISPJAE, La Habana, Cuba, 2-5 de diciembre. Recuperado de: https://ccia.cujae.edu.cu/index.php/siia/siia2008/paper/download/1026/142

Elsgoltz, L. (1977). *Ecuaciones diferenciales y Cálculo Variacional.* Moscú: Editorial Mir.

Escalona, M. (2011). El perfeccionamiento de la enseñanza de la Matemática en la Educación Superior. Su concreción en las carreras de ingeniería en la Universidad de Holguín. *Revista Iberoamericana de Educación 56* (4), 1-13.

Giacosa, N., Vergara, M. L., Zang, C., López, J., Galeano, R., Godoy, N., Maidana, J. y Such, A. (2015) Libros de texto y Programas Analíticos de Física en carreras de Ingeniería de la UNaM. *Revista de Enseñanza de la Física.* 27 (Nº Extra), 199-207.

Guerrero, M. L. (2010). *Uso de Tecnología en Educación Matemática Investigaciones y Propuestas 2011.* Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de la Tecnología en Educación Matemática.

Halliday, D., Resnick, R. y Krane, K.S. (2004). *Física.* Volumen I y II, cuarta edición, Editorial Félix Varela, La Habana.

Hudson, H.T. & McIntire, W.R. (1977). Correlation Between Mathematical Skills and Success in Physics. *American Journal of Physics* 45, 470-471.

Ilyin V.A. & Pozniak, E.G. (1979). *Algebra lineal.* Editorial Nauka, Moscú, (en idioma Ruso).

Klee, H. (2007). *Simulation of Dynamic Systems with MATLAB and Simulink.* CRC Press. Taylor & Francis Group: Boca Raton, London, New York.

Kudriatsev, L.D. (1983). *Curso de Análisis Matemático.* Tomo 1. Moscú: Editorial Mir.

Majmutov M.I. (1983). *La enseñanza problémica.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Meltzer, D. (2002). *The relationship between mathematics preparation and conceptual learning gains in physics: A possible 'hidden variable' in diagnostic pretest scores. American Journal of Physics* 70 1259-1268.

Meriam, J.L. & Kraige, L.G. (2001). Solving Dynamics Problems with Matlab. Engineering Mechanics. Fifth edition. Brian D. Harper. John Wiley and Sons Ltd: New York.

MES Ministerio de Educación Superior (2007). Formación de Profesionales. Planes de estudio D, Ciencias Técnicas, Ingeniería Industrial. Cuba. Recuperado de la intranet cubana en: http://intranet.mes.gob.cu/dfp/?p=69 Link disponible en la web http://www.webcubanas.cult.cu/sitio-web/intranet-del-mes & https://drive.google.com/file/d/11iVYvaJfGKQkOWrySp17LTMwyQhAX_C2/view?usp=sharing

MES-1 Ministerio de Educación Superior (2007). Normativas, Cuba. Recuperado de la intranet cubana en http://intranet.mes.gob.cu/dfp/?page_id=37. Link disponible en http://www.webcubanas.cult.cu/sitio-web/intranet-del-mes

MES Ministerio de Educación Superior (2017). Aplicación de Nuevos Planes de Estudios E en Carrera de Ciencias técnicas y Licenciaturas, Plan de Ingeniería industrial nuevo aún no se ha defendido, pero existen relaciones equivalentes. Recuperado de: http://www.mes.gob.cu/es/planes-de-estudio

Miranda, C. (2003). Beneficios de las TIC en la educación. En O. A. Botina, y J. A. González, La enseñanza problémica mediada por las TIC para la integración de las disciplinas del área de ciencias naturales en la institución Liceo de la Universidad Antonio de Nariño. Revista Huellas 2, 2014 diciembre, 24-32.

Morin, E. (1976). *Introducción al pensamiento complejo.* Recuperado de http://www.pensamientocomplejo.com.ar/docs/files/MorinEdgar_Introduccion-al-pensamiento-complejo_Parte1.pdf

Redish, E.F. (2005). *Problem solving and the use of math in physics courses.* World View on Physics Education in 2005: Focusing on Change, Delhi, August 21-26, http://arxiv.org/ftp/physics/papers/0608/0608268.pdf

Ritter, W. (2013). *Síntesis metodológica transdisciplinaria en sistemas complejos.* Globalización. http://rcci.net/globalizacion/2013/fg1573.htm

Rodríguez, R. & Quiroz, S. (2016). *El rol de la experimentación en la modelación matemática.* Educación Matemática, 28 (3).

Pentón, A. R., Patrón, A., Hernández, M. P. y Rodríguez, Y. A. (2012). *Elementos teóricos de la enseñanza problémica. Métodos y Categorías.* Gaceta Médica Espirituana, 14(1). Recuperado de:
http://www.bvs.sld.cu/revistas/gme/pub/vol.14.%281%29_11/p11.html

ULEAM-1 Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí (2016). Malla curricular. Ecuador. Recuperado de: http://carreras.uleam.edu.ec/ingenieria-industrial/wp-content/uploads/sites/58/2016/07/Malla-por-Cr%C3%A9ditos-FACII.pdf

ULEAM-2 Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí (2016). Programas de estudio de asignaturas, Ingeniería Industrial. Ecuador. Recuperado de: http://carreras.uleam.edu.ec/ingenieria-industrial/programas-de-estudios-de-asignaturas-o-logros-de-aprendizaje/

ULEAM Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí (2014). Estudios de graduados de la carrera de Ingeniería Industrial. Ecuador. Recuperado de: http://carreras.uleam.edu.ec/ingenieria-industrial/wp-content/uploads/sites/58/2016/07/INFORME-OFICIAL-DE-SEGUIMIENTO-GRADUADOS-ING-INDUSTRIAL.pdf

Sears, F. W., Zemansky, M. W., John, H.D. y Freedman, R. A. (2008). *Física Universitaria volumen I y II*, partes I y II. Editorial Félix Varela, La Habana.

Vásquez, C.A.; Caro, P.A. (2011). *Aplicación de los métodos pedagógicos problémicos a la caracterización de las asignaturas de un plan de estudios de Ingeniería Electrónica.* Revista Educación en Ingeniería 12, 12-22.

Zuleta, E. (2011). *La transdisciplinariedad: deconstruyendo certezas, tendiendo Puentes.* Tesis Psicológica, núm. 6, 144-150. Recuperado de: http://www.redalyc.org/pdf/1390/139022629009.pdf