TRATAMIENTO METODOLÓGICO A PROBLEMAS DE LÓGICO-MATEMÁTICO

Juan C. Piceno
Universidad Autónoma de Guerrero, México.
jcpicenorivera@uagrovirtual.mx

FECHA DE RECEPCIÓN: 13/07/16, FECHA DE ACEPTACIÓN: 30/10/17

Piceno, J. C. (2018). Tratamiento metodológico a problemas de lógico-matemático.
Premisa 20 (76), 17-32.

RESUMEN

En este artículo se realiza un tratamiento metodológico al planteamiento y resolución de problemas de carácter lógico - matemático, como vía para motivar hacia el estudio de la Matemática. En particular, se ponen de manifiesto las relaciones que se establecen entre el juego, las matemáticas y sus potencialidades educativas.

ABSTRACT

In this paper a methodological treatment is made to the approach and resolution of mathematical logic problems, as a way to motivate the study of Mathematics. In particular, there are revealed the relationships between games, mathematics and their educational potential.

PALABRAS CLAVE:

motivación - juegos - metodología y resolución de problemas

KEYWORDS:

motivation - games - methodology and problem solving

INTRODUCCIÓN

Los juegos y las matemáticas tienen muchos rasgos en común en lo que se refiere a su finalidad educativa. Las matemáticas dotan a los individuos de un conjunto de instrumentos que potencian y enriquecen sus estructuras mentales, y los posibilitan para explorar y actuar en la realidad. Los juegos enseñan a los escolares a dar los primeros pasos en el desarrollo de habilidades intelectuales, potencian el pensamiento lógico, desarrollan hábitos de razonamiento, enseñan a pensar con espíritu crítico; los juegos, por la actividad mental que generan, son un buen punto de partida para la enseñanza de la matemática, y crean la base para una posterior formalización del pensamiento matemático.

La Matemática es un instrumento esencial para el conocimiento científico. Por su carácter, esencialmente, abstracto-formal, su aprendizaje resulta difícil para una parte importante de los estudiantes. De todos es conocido que la Matemática es una de las áreas que más incide en el fracaso escolar en todos los niveles de enseñanza; es el área que arroja la mayor cantidad de resultados negativos en las evaluaciones escolares. "Debido a ello es que los matemáticos, los sicólogos y últimamente los especialistas en el estudio del aprendizaje" se han preocupado porque cada vez más gente aprenda matemáticas, primero para fomentar el desarrollo del pensamiento matemático, y al mismo tiempo, para formar una base crítica pensante que permita el aumento de científicos y por ende, impulsar el desarrollo de la ciencia para una mejor convivencia de la humanidad.

Esta preocupación ha llevado a una parte de la comunidad científica a indagar en la historia de la matemática y en el quehacer propio de los matemáticos y se ha corroborado que los matemáticos han aprendido y han desarrollado gran parte de la matemática de nuestros tiempos a través de los juegos (De Guzmán, 1984), así es que desde mediados del siglo pasado ha proliferado la producción de bibliografía para motivar y permear el aprendizaje de la matemática dedicada a los juegos de estrategia y a la matemática recreativa.

> "El juego y la belleza están en el origen de una gran parte de la matemática. Si los matemáticos de todos los tiempos se lo han pasado tan bien jugando y contemplando su juego y su ciencia, ¿por qué no tratar de aprenderla y comunicarla a través del juego y de la belleza? (Miguel de Guzmán). Además, de facilitar el aprendizaje de la matemática, el juego, debido a su carácter motivador, es uno de los recursos didácticos más interesantes que puede romper la aversión que los alumnos tienen hacia la matemática. He aquí un texto de Martín Gardner que con mucho acierto expresa esta misma idea: "siempre he creído que el mejor camino para hacer las matemáticas interesantes a los alumnos y profanos es acercarse a ellos en son de juego (…). El mejor método para mantener despierto a un estudiante es seguramente proponerle un juego matemático intrigante, un pasatiempo, un truco mágico, una chanza, una paradoja, un modelo, un trabalenguas o cualquiera de esas mil cosas que los profesores aburridos suelen rehuir porque piensan que son frivolidades"
> (Ferrero, 1991, p. 13-14).

MARCO TEÓRICO

El marco teórico en el que se desarrolla esta propuesta está inscrito en la Resolución de Problemas como metodología de aprendizaje adecuada al Constructivismo Histórico-Cultural de Lev Vigotsky, entre otras vertientes que se trabajan están las: Directrices heurísticas basadas en los juegos (De Guzmán, 1984) retomando así las cuatro etapas en la resolución de problemas que destaca George Polya en su tratado How To Solve It? (Polya, 1965), al mismo tiempo asumimos y destacamos las razones que enumeran los autores Luis Campistrous y Celia Rizo para el tratamiento de los problemas en la enseñanza de la matemática a través de problemas (Campistrous y Rizo, 2013).

JUEGOS DE ESTRATEGIA

Trabajaremos con juegos cuyo objetivo sea obtener un triunfo, ya sea sobre un jugador rival o para lograr una meta en un juego solitario. Los juegos propuestos están relacionados con estrategias sustentadas en la heurística del proceso de resolución de problemas, asumiendo las ideas planteadas por De Guzmán (1984), cuando hace un símil entre los juegos de estrategia y la resolución de problemas y enmarca el objetivo del juego en las cuatro etapas en las que George Polya sitúa el proceso de solución de un problema, situación que el autor asume y amplía en el desarrollo de su tesis doctoral "Resolución de Problemas en el Desarrollo del Pensamiento Matemático" (Piceno, 1998). Una vez que describimos el juego, sus reglas y la meta, dejaremos que el estudiante se familiarice con la situación, con la finalidad de que entienda el juego, planee la estrategia, la ejecute, logre la meta y compruebe que la estrategia es la adecuada, generalmente sometiéndola a una demostración rigurosa, generalmente el explotar el juego requiere de plantear alguna situación problema que tenga que ver con la adquisición de un concepto matemático y con el desarrollo de habilidades del pensamiento matemático, asunto que dejaremos para un siguiente artículo.

En este artículo trataremos juegos de lógica y nos preocuparemos en crear problemas para abordar temas dentro del propio terreno de la Lógica, con el objetivo de fundar las bases del razonamiento deductivo, para ir de las premisas a la conclusión y lograr el objetivo del juego, desde luego las competencias matemáticas a desarrollar son las de la argumentación y la demostración. También nos ocuparemos de desarrollar habilidades y estrategias en torno a la resolución de problemas matemáticos. El artículo estará dividido en cuatro secciones, la primera tratará del juego, la segunda del planteamiento de problemas que se deriven del juego, la tercera de la solución de los problemas, a manera de orientación para el profesor (guía), para que a su vez realice actividades didácticas (preguntas y/o actividades orientadoras) que guíen al estudiante en el proceso de resolución del problema y la cuarta en la que se tratará de la generalización de las ideas conceptos y estrategias.

PROCESO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La resolución de problemas tiene dos matices de primordial importancia, el primero es plantear y resolver problemas actividad que Polya (1965) trata adecuadamente en su libro con ese nombre, en el que destaca las cuatro etapas en las que el resolutor de un problema se ve inmerso, generalmente inconscientemente. Aunque las cuatro etapas son igualmente importantes, dedica una gran cantidad de páginas a describir y ejemplificar las estrategias heurísticas, que a su juicio y por su experiencia como resolutor de problemas, considera relevantes. La otra vertiente de la resolución de problemas es la educativa, algunos le llaman "enseñanza problémica", otros "aprendizaje a través de problemas", otros simplemente "resolución de problemas". Todas coinciden en plantear una situación problema como eje motivador, que esté situado en la zona de desarrollo próximo del aprendiz y que los conceptos matemáticos a alcanzar y las competencias a desarrollar estén en la zona de desarrollo potencial, definidas por Lev Vigotsky en su teoría del "Constructivismo histórico-cultural".

Somos del criterio que ambas vertientes tienen el mismo peso e importancia dentro del proceso de resolución de problemas, la primera como una competencia matemática a desarrollar por parte del aprendiz y la segunda, en el diseño de una actividad didáctica planteando una situación problema que emerge de un juego o bien planteando un problema que surge de las preguntas: ¿Es sólida tu estrategia para ganar o para conseguir la meta?, ¿tu estrategia funciona en cualquier situación del juego?, ¿podrás demostrar que tu estrategia es eficiente? No nos detendremos a reflexionar acerca de cuándo una situación descrita es o no un problema, sólo aceptemos que eso siempre depende del individuo, en el sentido que asimile la situación como un reto a resolver, sin ese compromiso nada es un problema y por tanto la actividad didáctica pierde todo valor.

En referencia al orientador o guía en el proceso de enseñanza-aprendizaje, haremos énfasis en sus características asociadas con la metodología de la enseñanza problémica, desde luego recordando nuevamente a Polya, diremos que "un buen profesor de matemáticas, en cualquier nivel, debe conocer perfectamente los conceptos matemáticos que pretende comunicar y algo más", así, las características básicas son:

- Debe ser determinante para contribuir a un ambiente de trabajo que fomente la confianza, la participación, el diálogo, la cooperación y el respeto mutuo.
- Se interesa más por el camino que siguen los aprendices para llegar al resultado, que el resultado mismo.
- Es guía en el proceso de solución.
- Invita a los alumnos a comunicar y a cuestionar ideas.
- Hace preguntas que permitan a los alumnos renunciar a una vía de solución, cuando ésta misma ya ha sido explorada por él.
- Alienta las vías de solución plausibles.

- Orienta hacia una vía de solución cuando es pertinente.
- No frena vías de solución que no sabe que son equivocadas, más bien las analiza y prepara las preguntas orientadoras para explotarlas.
- Construye el puente entre los nuevos conocimientos obtenidos por los alumnos y la socialización de los mismos.
- En resumen, el docente debe ser una persona con un alto nivel científico con respecto al nivel en que se desempeña, debe contar con una preparación pedagógica integral y una actitud inclinada hacia la investigación que permitan el buen desarrollo de la actividad.

SISTEMA DE ACTIVIDADES PROPUESTO

En este artículo como expusimos en la introducción nos ocupamos de juegos de lógica, el aprendizaje de la lógica matemática y el desarrollo de habilidades del pensamiento matemático.

MAPAS

Este juego consiste en iluminar con 4 colores las regiones en las que ha sido dividido un plano, sin que dos regiones vecinas (que compartan más de un número finito de puntos como frontera) queden iluminadas del mismo color.

Conceptos Matemáticos:

- Lógica proposicional
- Proposiciones compuestas:
- Disyunción, conjunción, implicación y equivalencias.
- Inferencias.
- Habilidades del Pensamiento Matemático a Desarrollar:
- Argumentación
- Resolución de Problemas:
- División de Casos
- Reducción al Absurdo
- Secuencia.

El maestro (guía) propone un plano subdividido en regiones para ser iluminado por todo el grupo, por ejemplo el siguiente:

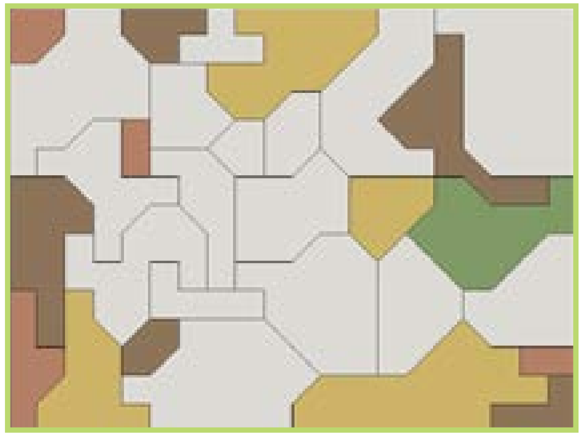

Figura 1.

Como podemos observar, hay regiones que pueden ser iluminadas inmediatamente, sin problema alguno, ya que lo único que debemos preservar es que el color del que decidimos iluminar dicha región no haya sido usado para iluminar una región vecina. Luego, si tenemos que tres regiones ya pintadas de tres colores distintos rodean a una cuarta región aún no iluminada, entonces esta última deberá ser pintada con el cuarto color disponible, quedando el mapa iluminado en una primera fase como sigue:

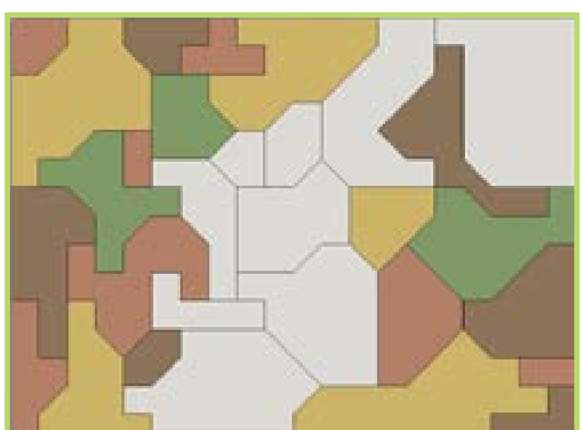

Figura 2.

Ahora nos encontramos con un obstáculo, cada una de las regiones que faltan por iluminarse tienen al menos dos posibilidades para ser pintadas.

Problema: ¿Cuál debe ser la siguiente región que se debe iluminar? ¿Por qué?

Solución: Las dos regiones de arriba que no han sido iluminadas tienen las siguientes alternativas: Si la de la esquina la pintamos de rojo "división de casos", entonces la vecina deberá ser verde. De aquí se sigue que las regiones con forma de hexágono y pentágono vecinas cada una de ellas de una región amarilla y una región verde, deberán ser pintadas de rojo y café, no importa en qué orden, así que para pintar la región debajo de ellas no habrá color disponible, ¡está rodeada de regiones vecinas pintadas con cada uno de los cuatro colores! Lo cual va contra las reglas del juego "reducción al absurdo" y esto surgió de que supusimos la región de la esquina sería pintada de rojo, entonces esa región deberá ser pintada de amarillo, ¡la otra opción!, y la vecina de rojo. Quedando hasta este momento iluminado como sigue:

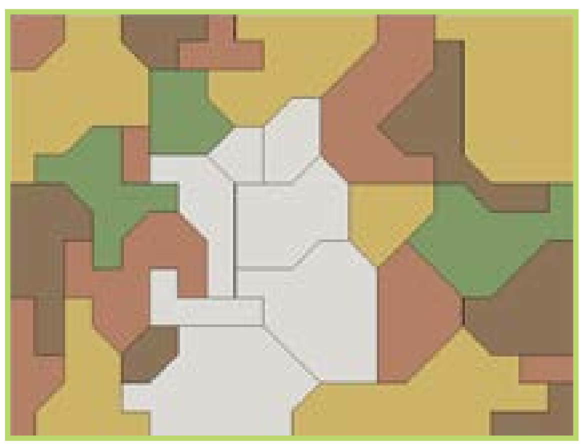

Figura 3.

El siguiente obstáculo que nos encontramos es nuevamente que las regiones restantes tienen al menos dos opciones de ser iluminadas.

Problema: ¿Cuál debe ser la siguiente región a iluminar? ¿Por qué?

Solución: Observemos las regiones debajo del hexágono indistintamente deberán ser iluminadas de café y verde, no importa cuál de cada color, entonces la vecina de ambas a la izquierda quedará rodeada de regiones vecinas con los colores, rojo, verde y café, entonces deberá ser pintada de amarillo y terminamos como sigue:

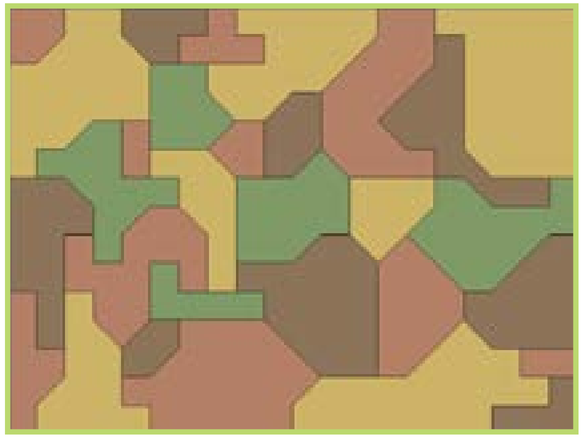

Figura 4.

SOCIALIZACIÓN DEL CONTENIDO MATEMÁTICO

Revisemos cómo resolvimos el primer obstáculo.

Premisa: La región de la esquina deberá ser roja o amarilla, es decir, una proposición de la forma "P o Q" que es verdadera. De aquí tenemos, los siguientes casos "división de casos" de inferencias: P o Q y –P, implica Q y P o Q y –Q, implica P. No pueden ser falsas las dos.

La siguiente premisa, si la esquina es pintada de rojo, entonces con cualquier color que iluminemos la región que queda debajo de las regiones con forma de pentágono y hexágono va en contra de las reglas del juego, es decir, P implica una falacia F "proposición siempre falsa" pues se opone a las reglas del juego. Siendo P implica F verdadero, entonces P será falso, aquí usamos la siguiente regla de inferencia "P implica F y –F, conclusión –P". Y por el primer caso de inferencia descrito anteriormente, se tiene que Q (La esquina es pintada de amarillo) es verdadera.

Revisemos cómo resolvimos el segundo obstáculo.

Premisa P: Las regiones debajo del hexágono indistintamente deberán ser iluminadas de café y verde, no importa cuál de cada color "sin perder generalidad".

Premisa Q: La región vecina de ambas "A" (a la izquierda) quedará rodeada de regiones vecinas con los colores, rojo, verde y café.

Premisa S: Si una región está rodeada de tres regiones con cada uno de tres colores distintos, entonces esa región deberá de iluminarse del color restante

Conclusión T. La región "A", deberá ser pintada de amarillo

Aquí usamos la siguiente regla de inferencia:

Q y Q implica T

Conclusión T.

LAS CINCO PIEZAS

Este también es un juego de lógica (para dos jugadores, uno de ellos puede ser el ordenador). En este juego se trata de dar con un arreglo de las cinco piezas grandes del ajedrez en un tablero de 8 por 8, con las siguientes reglas:

El primer jugador piensa un arreglo de las cinco piezas en el tablero y señala las cinco casillas que está utilizando para el arreglo.

El segundo jugador puede preguntar acerca de cuántas piezas atacan alguna de las casillas, una a la vez, información que debe proporcionar el primer jugador.

Gana el segundo jugador, en caso de que la cantidad de preguntas sea menor que 5, en caso contrario gana el primer jugador.

Conceptos Matemáticos:

- Lógica proposicional
- Proposiciones compuestas:
- Disyunción, conjunción, implicación y equivalencias.
- Inferencias.
- Habilidades del Pensamiento Matemático a Desarrollar:
- Argumentación
- Resolución de Problemas:
- División de Casos
- Reducción al Absurdo

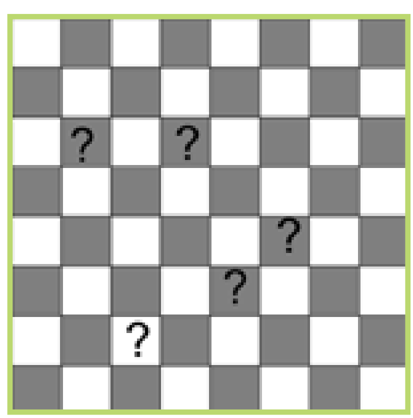

Figura 5.

Secuencia. Para que los estudiantes se familiaricen con el juego, el profesor (guía), propone al grupo un arreglo para que los alumnos, en grupo den con el arreglo, por ejemplo puede proponer la configuración anterior.

Problema: ¿Por qué casilla debemos preguntar, acerca del número de ataques? ¿Por qué?
Solución: Los alumnos discuten, acerca de por qué casilla preguntar el número de ataques, el guía propicia que elijan la casilla más adecuada, se dan argumentos como el que sigue:

La casilla d4 es la única con posibilidades de ser atacada por las cinco piezas, así que sea cual sea la respuesta de 0 a 5 se pueden descartar las posiciones que correspondan a cada pieza, por ejemplo si es 0, la reina tendría que estar en c2, la torre en e3 o en b6, el alfil en d6 o en f4,… Deciden que deben preguntar por d4. La respuesta es que P: La casilla d4 es atacada por dos piezas.

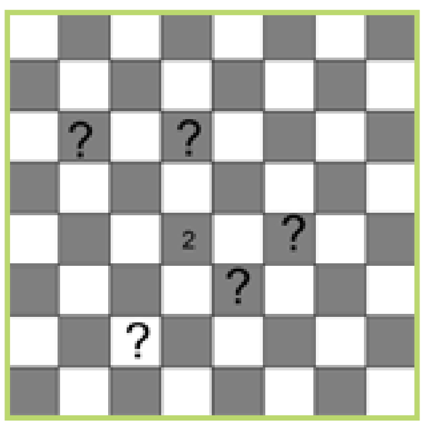

Figura 6.

Problema: Dado que d4 es atacada por 2 piezas, cuál debe ser la casilla por la que debemos preguntar acerca del número de ataques?

Solución: Con esta información los alumnos debaten nuevamente, teniendo como objetivo dar con la casilla más conveniente para averiguar el número de ataques, el guía sigue orientando la discusión, aquí se presentan argumentos como el que sigue:

La casilla f5 al igual que la casilla c4 son las únicas que pueden ser atacadas por 3 piezas, así que cualquier número entre cero y tres nos proporciona información, por ejemplo si f5 es atacada por una pieza y en c2 va la reina, entonces en f4 va caballo o alfil y el caballo no va en e3 ni en d6, . Finalmente proponen preguntar por la casilla f5. Siendo la respuesta, Q: La casilla f5 es atacada por dos piezas.

Problema: ¿Es suficiente la información para dar con el arreglo? ¿Por qué?

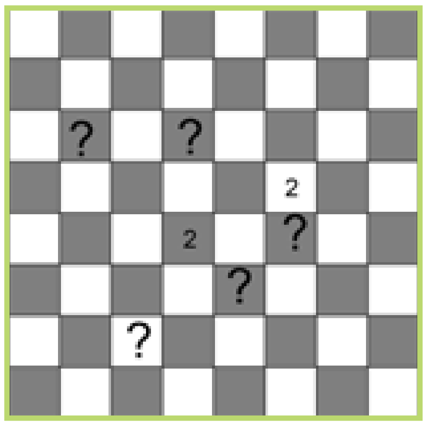

Figura 7.

Solución. Se dan argumentos como sigue:

Si en c2 va el alfil y en e3 va el caballo, entonces en f4 deberá ir cualesquiera de las piezas; reina, torre o rey y por tanto f5 sería atacada por tres piezas, lo que contradice la proposición Q.

Si en c2 va el alfil y en d6 va el caballo, entonces en f4 deberá ir cualesquiera de las piezas; reina, torre o rey y por tanto f5 sería atacada por tres piezas, lo que contradice la proposición Q.

Si en c2 va la reina y en e3 va el caballo, entonces en f4 deberá ir el alfil. Luego en b6 y d6 van torre y rey, entonces d4 no puede ser atacada por más de una pieza, contradiciendo la proposición P.

Si en c2 va reina y en d6 va caballo, entonces en f4 va alfil, en e3 y b6 la torre y el rey, contradiciendo nuevamente la proposición P.

De las cuatro proposiciones anteriores se deduce que: S- Si en c2 va reina o alfil, entonces el caballo va en b6.

Si en c2 va torre o rey, entonces el caballo va en e3 o en d6 y en f4 irá dama, torre o rey. Si el caballo va en d6 y dama en f4, entonces rey o torre va en b6 y alfil en e3 o la otra opción. Si el caballo va en d6 y rey en f4, entonces alfil y dama van en e3 y b6.

…

Por lo tanto falta información.

Problema: ¿Por qué casilla se debe preguntar para encontrar el arreglo? ¿Por qué?

Solución. Se propone preguntar por c4 pues en la solución del problema anterior se observa que es la que despeja las dudas acerca de qué pieza va en la posición f4, obteniendo la respuesta R: La casilla c4 es atacada por una pieza.

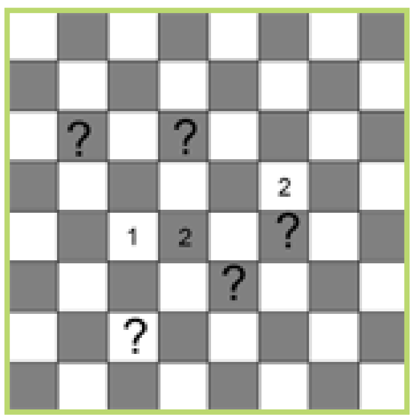

Figura 8.

Con esta información se tiene lo siguiente:

En c2 no va torre ni dama, ya que cualquiera que vaya allí implica un ataque a c4 y por S: Si en c2 va torre o rey, entonces el caballo va en e3 o en d6 y por T: Si en c2 va dama, entonces caballo va en b6, de cualquier forma se contradice la proposición R.

En f4 no va torre ni dama. Si torre, entonces el caballo va en c2, lo que contradice P, d4 tendría al menos los ataques de la torre, el caballo y la dama. Si dama, entonces alfil va en c2 por Q. Ya que caballo en e3 o en d6, contradice R. Luego, dama en f4, alfil en c2 y no hay forma de colocar al caballo.

CONCLUSIÓN:

En f4 va rey, uno de los ataques a f5 se debe a la pieza colocada en f4 y no es torre ni dama.

En c2 va el alfil, no puede ir torre, ni caballo ni dama y el rey ya está colocado.
En b6 va caballo, por S.
En d6 va torre y en e3 va la dama.

Problema: Una persona dejó el juego como sigue, podrás ayudarle a encontrar el arreglo o bien determinar la casilla de la cual necesitamos información?

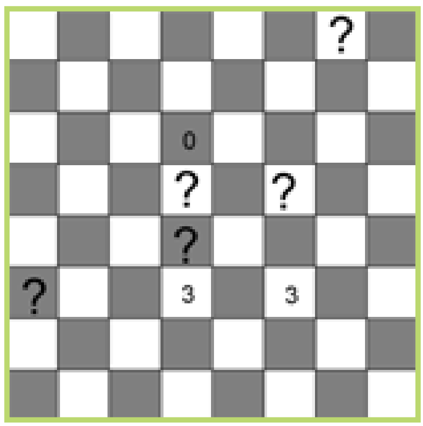

Figura 9.

Solución. Sean P la proposición "La casilla d6 no es atacada por alguna pieza", Q la proposición "La casilla d3 es atacada por 3 piezas" y R la proposición "La casilla f3 es atacada por 3 piezas".

P implica S: En f5 no va el caballo, en la columna d no va torre ni dama y en a3 no va alfil ni dama.

Q y S implica T: La torre va en a3, el rey en d4 y la dama o el alfil en f5.

R y T implica W: La dama va en f5, el alfil va en d5 y el caballo en g8.

Incidencias:

Mapas: Este juego por si sólo es un problema interesante de lógica, en el cuál a menudo recurrimos a la reducción al absurdo y al análisis de casos para su solución, todas las disposiciones de los regiones de los mapas son solubles para cuatro colores, se usa el hecho de la respuesta a lo que muchos matemáticos se preguntaban -si cualquier mapa era o no posible iluminarlo con 4 colores-, habiéndose encontrado situaciones especiales de mapas que es posible iluminarlos con sólo dos colores. Y habiendo resuelto la pregunta para coloraciones usando 5 colores. La respuesta a los 4 colores ya se obtuvo a base de usar un método exhaustivo a través del ordenador. También representa un reto resolver la siguiente situación: Si un mapa ha sido iluminado usando 4 colores, ¿ es posible iluminarlo con otra distribución de los colores, sin que ésta sea una de las 24 permutaciones entre ellos?

Las cinco piezas: Como se puede observar, este problema aparte de ser un bonito y motivador problema de lógica, también es un buen pretexto para incursionar en la teoría del análisis combinatorio y de la probabilidad a partir de preguntarse: ¿Cuál es la probabilidad de dar con el arreglo después de una pregunta? ¿Cuál es la probabilidad de dar con el arreglo después de dos preguntas? Ya que en la solución de ellos surgen conceptos como: permutaciones con puntos fijos, probabilidad condicional, etc.

CONCLUSIONES

La propuesta desarrollada en el artículo se encuentra en fase de generación de resultados similares, razón por la cual las sugerencias e indicaciones planteadas son de carácter explicativo-argumentativo. Es de resaltar que la propuesta pone de manifiesto, desde el punto de vista teórico, los alcances del tratamiento de problemas lógico-matemáticos en la enseñanza-aprendizaje de la Matemática Escolar (resulta atinado plantear que la propuesta está corroborada desde el punto de vista experimental (Bello García, Rojas y Sigarreta, 2016)).

En la misma dirección, podemos aseverar que, en un primer nivel de aproximación metodológica, las indicaciones y sugerencias por nosotros desarrolladas en este trabajo, sobre el tratamiento metodológico de los problemas lógicos están en relación directa con las ideas planteadas por Locia, Navarrete y Sigarreta (2010). Así mismo las ideas aquí expresadas y explicitadas a través de los ejemplos tratados, han sido llevadas a cabo en talleres de Lógica, Aritmética, Álgebra y Probabilidad, para la preparación de estudiantes de concursos y olimpiadas de matemáticas, obteniendo valiosos resultados en el desarrollo de sus competencias sobre todo las referentes a; la comunicación, la argumentación, el razonamiento y la demostración. En estos momentos, estamos enfrascados en la aplicación de la propuesta dentro de cursos y talleres de educación continua de docentes de la escuela media mexicana en general.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bello, W.; García, M.; Rojas, O. y Sigarreta, J. (2016). Incidencia de los problemas lógicos matemáticos en la motivación hacia la Matemática. *Premisa 18* (70), 17-35.

Campistrous, L. y Rizo, C. (2013). La resolución de problemas en la escuela. En Y.M y A.R. (Eds.), *Memorias del I Congreso de Educación Matemática de América Central y de El Caribe. Santo Domingo:* Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe.

De Guzmán, M. (1984). Juegos Matemáticos en la Enseñanza. En Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas Isaac Newton (Ed.), *Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas* (pp. 4985). Santa Cruz de Tenerife: Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas Isaac Newton.

Ferrero, L. (1991). *El juego y la matemática.* Madrid: La Muralla

Locia, E.; Navarrete, S. y Sigarreta, J. (2010). *Metodología para la Resolución de Problemas Matemáticos.* Premisa 13 (48), 28-41.

Piceno, J. (1998). *Resolución de Problemas en el Desarrollo del Pensamiento Matemático.* Tesis Doctoral no publicada. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, México.

Polya, G. (1965). *Cómo Plantear y Resolver Problemas.* México: Trillas.