

ESTILOS DE APRENDIZAJE Y TIPOS DE ERRORES EN CÁLCULOS CON NÚMEROS RACIONALES

Gabriela Lucca, Silvia Santos y Mario Di Blasi Regner
Universidad Tecnológica Nacional. Facultad Regional General Pacheco, Argentina.
gvlucca@gmail.com, silvia.santos@live.com.ar, mario.dibiasi@gmail.com

RESUMEN

En este trabajo analizamos la relación existente entre los estilos de aprendizaje de los alumnos con los tipos de errores cometidos con mayor frecuencia en la resolución de ejercicios con números racionales. Para ello utilizamos dos instrumentos de investigación: el Cuestionario Honey - Alonso de estilos de aprendizaje y la Evaluación de Diagnóstico, diseñada por los investigadores, para la detección de errores. Se recabó información relevante que permitió encontrar la presencia de alguna regularidad entre el estilo de aprendizaje predominante o deficitario de cada alumno, con una disminución o aumento de la cantidad de errores cometidos en las actividades.

PALABRAS CLAVE: Estilos de aprendizaje. Errores frecuentes.

INTRODUCCIÓN

En la actualidad está creciendo el número de estudios de los procesos cognitivos que intervienen en el aprendizaje de las Matemáticas como una forma de conocer fortalezas y debilidades de nuestros alumnos en la resolución de problemas, para poder mejorar las estrategias de enseñanza y lograr un mejor desempeño académico en esta materia.

En general, son muchos los alumnos que presentan dificultades en Matemáticas ya que en la construcción de nuevos conocimientos es necesario el manejo de los anteriores y este desfasaje se pone de manifiesto, en algunos casos, con la producción de errores, que es una constante en el proceso de aprendizaje de las Matemáticas. En este aspecto hemos atendido los lineamientos fundamentales de la obra de Abrate, Pochulu y Vargas (2006).

En ella se realiza un reconocimiento de los errores que detectan frecuentemente los Profesores de Matemáticas en el aprendizaje de sus alumnos durante la formación de Nivel Medio, que persisten cuando ingresan a la Universidad y se analiza las posibles causas que pudieran hacer prevalecer algunos errores.

Para saber cómo aprende el alumno, se puede centrar el estudio en su propio modo de aprendizaje: cómo procesa y recupera la información nos indica cómo afecta a la forma en que toma las decisiones y resuelve los problemas. Es decir, que en este proceso interviene el estilo de aprendizaje del alumno.

Somos los docentes los que debemos atender lo que manifiestan nuestros alumnos como dificultades. En el desarrollo de la resolución de ejercicios y problemas podemos detectar y categorizar los errores que cometen.

A partir de estas observaciones, desde la propia práctica docente, pensamos qué estrategias de diagnóstico aplicar que permitan tener un mayor conocimiento de los errores predominantes en nuestros alumnos para poder llevar a cabo una enseñanza más efectiva en relación a las características que presenta cada alumno en su aprendizaje y así poder mejorar las competencias matemáticas de cada uno.

MARCO TEÓRICO

Estilos de Aprendizaje

Distintas investigaciones (Gallego y Nevot, 2008; Aguilera Pupo y Torres, 2009) afirman que en el momento del aprendizaje existen comportamientos, inclinaciones y un desenvolvimiento, tanto social como intelectual, en cada alumno. No todos aprendemos de la misma manera.

Tenemos preferencias a la hora de estudiar, necesitamos de un determinado ambiente para favorecer la concentración, una manera particular de estructurar el análisis de la información recibida, de aplicar un método propio. En síntesis, tenemos distintos modos de aprender.

Este conjunto de estrategias, relativamente estables, que el sujeto realiza en las tareas de aprendizaje es denominado por varios autores (Alonso, 1992; Gallego y Nevot, 2008) como estilos de aprendizaje (EA).

Para este trabajo, tomamos la definición de EA que propone Keefe (1998) en Alonso, Gallego y Honey (1999), “los estilos de aprendizaje son los rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos que sirven como indicadores relativamente estables de cómo discentes perciben, interaccionan y responden en sus ambientes de aprendizaje.” (p.104).

A continuación se sintetizan las características de los cuatro estilos de aprendizaje que distinguen Honey y Mumford (1986):

Activo: las personas que tienen predominancia en este estilo se implican plenamente y sin prejuicios en todas las nuevas experiencias. Son de mente abierta, nada escépticos y acometen con entusiasmo las tareas nuevas. Sus días están llenos de actividad. Se aburren con lo largos plazos. Piensan que por lo menos una vez hay que intentarlo todo. Son personas muy de grupo que se involucran en los asuntos de los demás y centran a su alrededor todas las actividades.

Reflexivos: a los reflexivos les gusta considerar todas las alternativas antes de realizar un movimiento, reúnen datos analizándolos con detenimiento antes de llegar a una conclusión. Su filosofía consiste en ser prudente. Observan a los demás y no intervienen hasta que se han adueñado de la situación. Crean a su alrededor un clima ligeramente distante y condescendiente.

Teóricos: enfocan los problemas de forma vertical escalonada, por etapas lógicas. Tienden a ser perfeccionistas. Integran los hechos en teoría coherentes. Son profundos en su sistema de pensamiento, a la hora de establecer teorías, principios y modelos. Les gusta analizar y sintetizar. Buscan la racionalidad y la objetividad huyendo de lo subjetivo y de lo ambiguo.

Pragmáticos: su punto fuerte es la aplicación práctica de las ideas. Descubren el aspecto positivo de las nuevas ideas y aprovechan la primera oportunidad para experimentarlas. Les gusta actuar rápidamente y con seguridad con aquellas ideas y proyectos que les atraen. Tienden a ser impacientes cuando hay personas que teorizan.

Cuando un alumno tiene preferencia por uno de estos estilos de aprendizaje conviene reconocer cuándo aprenderá mejor y qué posibles dificultades o inconvenientes presenta. Igualmente para aquellos que tengan preferencia baja, conviene saber cómo desarrollarlo y fortalecerlo, (Gallego y Nevot, 2008).

En su trabajo de investigación Nevot (2004) relaciona los EA con el aprendizaje de las matemáticas y presenta una serie de preferencias y dificultades de los estudiantes con predominio alto en uno de los estilos de aprendizaje. Además el autor detalla que los alumnos pueden presentar comportamientos que impiden el desarrollo en un Estilo de Aprendizaje, a estos comportamientos los denomina bloqueos.

Los errores en Matemáticas

Una manera de conocer la forma en que nuestros alumnos aprenden Matemáticas es identificando y analizando los errores que cometen con frecuencia en la resolución de problemas durante el proceso de aprendizaje.

La construcción del conocimiento matemático implica modificar los modelos o esquemas adquiridos por otros nuevos, mediante la aplicación del razonamiento matemático. El alumno aplica estos conocimientos en un contexto donde son válidos, por ejemplo: para resolver problemas en general, para ampliar el conjunto numérico, al aplicar las propiedades de las operaciones y reconocer sus limitaciones.

Si esos modelos de conocimiento no son precisos cuando el alumno responde, en nuevos contextos, a situaciones similares, el razonamiento ya no es efectivo: el alumno da respuestas inapropiadas, incorrectas. En este momento se produce el error.

Pochulu (2005) considera que las investigaciones realizadas se agrupan en torno a dos objetivos principales: la superación del error a través de su eliminación y a través de la exploración de sus potencialidades.

En el primer grupo se encuentran las investigaciones realizadas por la influencia del conductismo y del procesamiento de las informaciones, en el segundo grupo, aparecen los trabajos más recientes de carácter constructivista. Esta agrupación es flexible pues existen investigaciones que tienen los dos objetivos.

Categorización de errores

Para este trabajo consideramos una adaptación de la categorización de errores formulada a partir de la clasificación de errores propuestos por Abrate et.al (2006):

- Errores debidos al lenguaje matemático: producidos por una traducción incorrecta de hechos descriptos en un lenguaje coloquial a otro simbólico y viceversa. En este trabajo se denominará Error de tipo 1, (ET1).

- Errores debidos a inferencias o asociaciones incorrectas: aplicación de reglas y propiedades justificados por esquemas similares o inferir que son válidas en contextos parecidos. El alumno reconoce que la situación es distinta e “inventa” una regla o deriva el procedimiento de la regla conocida para otros casos. Para este trabajo se lo llamará Error tipo 2, (ET2).

- Errores debidos a la recuperación de esquemas previos: causados por la persistencia de aspectos del contenido o del proceso de solución de una situación aún cuando las condiciones fundamentales de la tarea matemática se han modificado. El alumno no se da cuenta que la situación es diferente a otras conocidas, y aplica las reglas sin establecer su validez porque considera el contexto como conocido. En este trabajo será un Error de tipo 3, (ET3).

.- Errores debidos a cálculos incorrectos o accidentales: cuando el desarrollo de la resolución del ejercicio es correcto pero no se llega al resultado final esperado. Cuando por ejemplo se trasladan símbolos, números, etc. Si el alumno reviera el procedimiento se da cuenta del error cometido. Se lo llamará Error de tipo 4, (ET4).

.- Errores eventuales debidos a deficiencias en la construcción de conocimientos previos: provocados por conocimientos incorrectos o inadecuados que interfieren en el procesamiento de la información. Para este trabajo es un Error de tipo 5, (ET5).

En las distintas investigaciones acerca de los errores cometidos en Matemáticas surge la relación de éstos con los procesos de enseñanza y aprendizaje a partir de las formas poco adecuadas de enseñanza que presenta el docente y también se los vincula con la carencia de conocimientos previos que presentan los alumnos, que es trasladada a los nuevos.

METODOLOGÍA

Esta investigación no es de tipo corroborativo, por lo que no planteamos hipótesis. Constó de cuatro etapas: En la primera etapa se llevó a cabo una serie de entrevistas entre las tutoras de los distintos grupos de alumnos de la institución para poder establecer el mejor perfil del grupo de alumnos para realizar la investigación.

Una vez definido el grupo de alumnos se mantuvo una entrevista con la profesora del año anterior y la profesora actual a cargo del grupo para establecer los conocimientos previos que presentaban los alumnos en el tema elegido para esta investigación: Operaciones en el Conjunto de Números Racionales.

En una segunda etapa se determinaron los estilos de aprendizaje de cada uno de los alumnos a partir de la aplicación del cuestionario del test CHAEA (disponible en: www.estilosdeaprendizaje.es/chaea/chaea.htm).

En una tercera etapa, los alumnos, en forma individual, trabajaron con una propuesta de ejercicios, que después fueron corregidas para establecer qué errores se cometieron, y categorizarlos según el criterio anteriormente presentado. El docente a cargo del grupo realizó un registro escrito de las consultas y comentarios que surgieron durante la resolución de la evaluación.

A partir de la categorización de errores y del registro escrito de la clase, se estableció en qué casos se necesitaría realizar una entrevista individual con el alumno para aquellos casos en que los desarrollos de los ejercicios no permitieran una clasificación clara del tipo de error.

Por último se organizaron los datos en tablas y a partir de ellas se recabó información relevante que permitiera encontrar la presencia de alguna regularidad entre el estilo de aprendizaje predominante o deficitario del grupo de alumnos con una disminución o aumento de la cantidad de tipo de errores cometidos en las actividades.

Muestra

Para esta investigación se trabajó con un grupo de 34 alumnos de 14 y 15 años de edad que cursan el segundo año de la escuela secundaria.

El momento del estudio fue a principios del ciclo lectivo del 2013, puesto que las actividades propuestas involucran contenidos de revisión del año anterior y se ajustan al trabajo institucional de etapa de diagnóstico.

Instrumentos y procedimientos para la recolección de datos

Para el estudio de los Estilos de Aprendizaje de cada alumno se aplicó el cuestionario del test CHAEA; para obtener la puntuación y la comparación de la puntuación para definir el estilo se estableció consultando el Baremo General de interpretación (Alonso, Gallego y Honey,1994) correspondiente al test.

En esta investigación se denomina “predominancia de estilos” al estilo o estilos donde el alumno haya obtenido la clasificación Alta o Muy Alta; y con déficit de EA se refiere a la clasificación que haya resultado Baja o Muy Baja.

Para obtener los errores que cometieron los alumnos en las operaciones con números racionales se implementó la “Evaluación de Diagnóstico” y a partir de la corrección de ésta, se establecieron los errores cometidos con mayor frecuencia por cada alumno. Cabe aclarar que se consideró la posibilidad de llevar a cabo entrevistas personales con los alumnos que presentaran errores que fuesen necesarios aclarar con un segundo estudio de mayor profundidad.

Para la “Evaluación de Diagnóstico” se propusieron ejercicios que, según las investigaciones de Abrate et al.,(2006) y Pochulu, (2005), plantean situaciones que los Profesores de Matemáticas de Nivel Medio consideran como altamente generadoras de errores en las producciones de los alumnos, en referencia al contenido Operaciones con Números Racionales.

El instrumento de evaluación de la investigación quedó conformado finalmente por 5 ejercicios, en el que el primero tiene cuatro ítems: a_1 , a_2 , a_3 , a_4 ; el segundo tiene dos: b_1 , b_2 ; el tercero presenta también dos ítems: c_1 , c_2 ; el cuarto contiene cinco: d_1 , d_2 , d_3 , d_4 , d_5 y el sexto tiene dos: e_1 , e_2 . En total son 15 los ítems a resolver.

A continuación se detalla, a modo de ejemplo, el primer ítem de cada ejercicio:

a) *Escribe como fracción:*

a₁) *la cuarta parte de 200*

En este punto puede ocurrir, en principio, un error de tipo 1, al mal interpretar el lenguaje matemático, en este caso puede suceder, por ejemplo, que se calcule el cuádruplo; otro error que puede aparecer es el de no recuperar el esquema de la fracción como división entre dos enteros, aquí ya se produciría un error de tipo 3; se incurre en un error de tipo 4 si al escribir correctamente la fracción se simplificara mal numerador y denominador para hallar la fracción equivalente, y en este caso, se definiría en una segunda instancia en caso de corregir la equivocación si el error es de tipo 4 definitivamente, o por otro lado, si no es consciente de la equivocación o no puede rehacerlo correctamente pasa a clasificarse el error como uno de tipo 5.

En el segundo punto:

b) *Decide si la resolución es correcta, justifica tu respuesta:*

$$b_1) \sqrt{\frac{25}{4} - \frac{16}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} - \sqrt{\frac{16}{4}} = \frac{5}{2} - \frac{4}{2} = \frac{1}{2}$$

se busca determinar si los alumnos reconocen que no está bien aplicada la propiedad distributiva, en este caso, de afirmar que la resolución es correcta se corresponde con un error de tipo 2 pues el alumno infiere la validez, en otro contexto, de $\sqrt{a:b} = \sqrt{a} : \sqrt{b}$.

Si para calcular la resta simplifica numerador con denominador perteneciente a distintas fracciones, está produciendo un error de tipo 3 ya que se recupera el esquema de simplificación para el caso de la multiplicación de fracciones en una situación donde la operación numérica es diferente.

En el tercer punto:

c) *Expresa como fracción: c₁) 1,3̄ c₂) 2,5*

Para estos dos casos podría detectarse que recuperen un esquema previo, error de tipo 3, al cambiar el contexto, del esquema $0, \hat{a}$, con $0 < a \leq 9$, inferir $\frac{a}{9}$; en caso de proceder de a, b

como $\frac{a}{b}$, estaría mostrando una deficiencia en la construcción del conocimiento, error de tipo 5, al no estar afianzada la noción de número racional y cómo a partir de una fracción se

obtiene la expresión decimal; un procedimiento correcto con un resultado mal simplificado muestra un error de cálculo, en este caso, incurriría en un error de tipo 4.

Para el cuarto punto se presentan distintos apartados donde se deben emplear varios procedimientos para su resolución con lo que se abarca una mayor variedad de las categorías de errores que pudieran cometer.

d) Resolver:

$$d_1) \left(-\frac{1}{5}\right)^2 \quad d_2) \frac{3}{5} + 2 + \frac{1}{5} \quad d_3) -\frac{15}{4} \cdot \left(-\frac{12}{5}\right) \quad d_4) \frac{10}{45} : \left(-\frac{2}{9}\right) \quad d_5) \frac{5^2}{6}$$

Por ejemplo, para el punto d_1 un resultado negativo muestra un error en el concepto de potenciación, es decir, se corresponde con una deficiencia en la construcción del conocimiento, esto es un error de tipo 5. Si apareciera como resultado dos décimos se estaría incurriendo en un error de tipo 1 por realizar una lectura incorrecta de la expresión simbólica y confundirla con la multiplicación entre la base y el exponente.

En el caso d_2 , por ejemplo, de obtener como resultado $\frac{6}{5}$, está recuperando el esquema

$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$, con $b \neq 0$ aunque cambia el contexto, porque uno de los sumandos no conserva el mismo denominador, esto se corresponde con un error de tipo 3.

En d_3 y d_4 se pueden producir errores técnicos que pudieran devenir, en un segundo análisis, por ejemplo en la entrevista personal, en otro tipo de error.

Para d_5 puede ocurrir que se infiera la validez de $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ y se muestre el resultado $\frac{25}{36}$, en este caso se corresponde con un error de tipo 3.

En el punto 5, ejercicio e, se presentan dos preguntas:

$e_1)$ ¿Cuántos números enteros existen entre $\frac{1}{2}$ y 3,5?

$e_2)$ ¿Cuántos números racionales hay entre $\frac{1}{2}$ y 3,5?

Estas preguntas apuntan a la lectura del intervalo dado y la identificación de la propiedad de los conjuntos, en e_2 la densidad, por ejemplo. Aquí pueden aparecer errores originados por deficiencias en el manejo de conceptos, y errores en el lenguaje matemático, que corresponderían a errores de tipo 5 y de tipo 1 respectivamente.

A partir de las correcciones finales de la “Evaluación de Diagnóstico” se diagramó una tabla para cada alumno con el tipo de error cometido en cada ítem. Con la información proporcionada por cada una de las 34 tablas se confeccionó una planilla general en la que se detallan los tipos de errores cometidos por alumno por actividad, nombrando el o los tipos de errores producidos.

Esta información se volcó en una nueva tabla: “Cantidad de errores de tipo i por ítem”. Luego, al tener los totales de cada tipo de errores cometidos sobre el total de la muestra, se calculó el promedio de errores de tipo i que aparecen por ítem (P_i):

Definiendo ET_i como errores de tipo i , tenemos como *promedio de errores de tipo i por ítem*

$$P_i = \frac{\sum ET_i}{15} .$$

Después del análisis de la tabla “Cantidad de errores de tipo i por ítem” se identificaron qué ítems presentaron mayor cantidad de errores que el promedio P_i para cada tipo de error. Estos son los ítems que se consideraron como *significativos* en el análisis posterior correspondiente a la cantidad de errores de tipo i cometidos.

La organización de los datos anteriores dio origen a una nueva planilla en la que se incluyó el total de errores de tipo i cometido por ítem ($\sum ET_i$); el promedio de tipo de error cometido por ítem (P_i); los ítems que presentaron mayor cantidad de errores de tipo i que el promedio P_i (A), la suma total de los errores de tipo i que aparecieron en los ítems A, ($\sum^* ET_i$) Y en la última columna se calculó el promedio de errores de tipo i en los ítems seleccionados por alumno, definiendo $C_i = \frac{\sum^* ET_i}{34}$ como el *coeficiente de ET_i* .

Se definen:

$\sum ET_i$: Suma total de errores de tipo i en los 15 ítems

P_i : Promedio de ET_i por ítem $\left(P_i = \frac{\sum ET_i}{15} \right)$

A: ítems que presentan una cantidad mayor de ET_i que P_i

$\sum^* ET_i$: Suma total de errores de tipo i en los ítems A

$$C_i \text{ (coeficiente de } ET_i\text{): } \left(C_i = \frac{\sum^* ET_i}{34} \right)$$

El coeficiente C_i resultó entonces de calcular el promedio por alumno del total de errores de tipo i que presentan los ítems con mayor cantidad de ET_i que el promedio de tipo de error cometido por ítem.

Durante el análisis de la información en esta investigación, el coeficiente C_i fue el valor que se tomó de referencia para calcular la variación porcentual, en los casos de los alumnos donde se obtuvo una predominancia o déficit en algún EA.

RESULTADOS

Los resultados que se obtuvieron de la aplicación del test CHAEA fueron variados tanto para la predominancia como el déficit de los estilos.

De un primer análisis global de los EA del grupo de 34 alumnos, la información recabada permite determinar que en un grupo de 9 alumnos no se detectó predominancia por ningún estilo de aprendizaje y, por otro lado, 25 alumnos presentan predominancia por algún estilo dentro de los cuales 14 casos son puros (un único EA identificado), y representan el 56% de este grupo; 11 alumnos presentan EA mixto (una combinación de EA identificados), correspondiendo al 44%, dentro de los que se pueden distinguir 10 casos en el que el estilo de aprendizaje predominante es doble, y, 1 caso en el que es triple.

Del análisis de la puntuación obtenida para cada estilo se determina que el 8,8% del grupo total de alumnos tiene predominancia para el estilo Teórico, 8,8% para el estilo Pragmático; y un 23,5% del total presenta predominio en el estilo Activo. Ninguno de los alumnos presentó predominio para el EA Reflexivo.

En aquellos casos en los que resultaron con estilo mixto se encuentran como casos dobles los pares de estilos Activo-Reflexivo con un 2,9%; Activo-Teórico con un 8,8%; Activo Pragmático con un 11,8%; Teórico-Reflexivo y Teórico Pragmático ambos pares con un 2,9%; y, para el caso de estilo triple aparece Reflexivo-Teórico-Pragmático con un 2,9%.

Con referencia al Estilo de Aprendizaje que aparece con mayor frecuencia se obtiene con un 23,5% el estilo Activo. Si se computan además del estilo predominante Activo aquellos casos que presentan estilos mixtos donde está incluido el estilo Activo se obtiene un 47% del total del

grupo de alumnos, y representa un 64% del grupo de 25 alumnos de los casos identificados con estilos de aprendizaje.

Se destaca además que en 18 casos el estilo Activo se presenta con mayor puntuación Alta o Muy Alta que representa el 53% del total y el de menor cantidad es el estilo Reflexivo con 5 casos, representando el 14,7% del total del grupo de alumnos.

Al establecer el porcentaje de alumnos que presentan deficiencia en algún estilo se notó que de 34 alumnos no presentan un estilo de aprendizaje con déficit 10 alumnos, que representan el 29,4%.

De los 24 alumnos en los que se encontraron estilos de aprendizaje con déficit se observa que son 10 los casos en los que el estilo de aprendizaje es puro. Por otra parte en 14 casos se determinó que el estilo de aprendizaje con déficit es mixto y que dentro de éstos 12 casos presentan estilo doble y dos casos estilo triple.

Dentro de los 10 casos que presentan estilo de aprendizaje puro con déficit, el estilo Reflexivo presenta 6 casos, con el 17,6% del total de alumnos, el estilo Activo en un solo caso que representa el 2,9% y el estilo Pragmático tiene 3 casos con el 8,8% del total. No se computaron casos para el estilo Teórico puro.

En este grupo de alumnos los estilos de aprendizaje con déficit que aparecen con mayor frecuencia son el estilo Reflexivo y el par de estilo Reflexivo-Pragmático con 6 casos cada uno, que representan el 35% del total de alumnos.

Si se computan los casos donde existe déficit de estilo Reflexivo puro más aquellos casos mixtos en los que uno de los estilos de aprendizaje es Reflexivo se obtienen 16 casos en total, que representan un 47% del total de alumnos y un 66,7% de los casos identificados de alumnos que presentan estilos de aprendizaje.

El estilo Reflexivo es el estilo de aprendizaje con mayor cantidad de casos con puntuación parcial Baja o Muy Baja contabilizando 17 casos, que representan el 50% del total y el de menor cantidad es el estilo Activo con 4 casos correspondiendo al 11,7% del total.

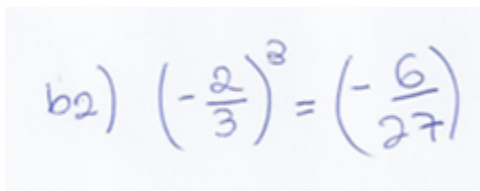
Con respecto a los *tipos de errores cometidos por alumnos por ítem*, se observa que de la muestra de 34 alumnos fueron 8 de ellos los que respondieron a la totalidad de los 15 ítems propuestos. El promedio de ítems sin resolver por alumno fue de 3.11.

Por otro lado no se registraron alumnos que hayan respondido sin haber cometido ningún error en los 15 ítems propuestos.

El número máximo de ítems resueltos sin haber cometido algún error es de 12 (para 2 alumnos A29 y A34) y el número mínimo es de 1 ítem sin error (un solo alumno: A24).

Para los errores de tipo 1 (ET1), se contabilizaron 50, siendo el ítem a₁el que registró la mayor cantidad de errores de este tipo.

Como ejemplo, se muestra en las siguientes figuras algunas resoluciones:



A handwritten mathematical expression in blue ink. It reads: $b_2) \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \left(-\frac{6}{27}\right)$. The expression shows a cube of a negative fraction, with the result being a negative fraction that has not been simplified.

Figura 1: Ejemplo de ET1 en ítem b₂

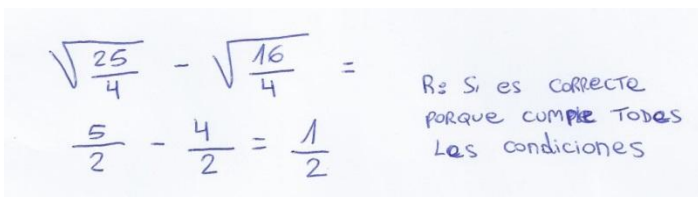


A handwritten text in blue ink. It reads: $a_4) \text{ el doble de tres quintos } \frac{6}{10}$. The text describes a multiplication of a fraction by 2, resulting in a fraction that has not been simplified.

Figura 2: Ejemplo de ET1 en ítem a₄

En los errores de tipo 2 (ET2) la suma fue de 36. El ítem en el que se incurrió en mayor grado en este tipo de error es en la b₁.

En la Figura 3 se ilustra este tipo de error en la que el alumno justifica la aplicación de la propiedad distributiva de la radicación en la resta de números racionales por “cumplir todas las condiciones”, no se detiene a estudiar la validez de la resolución que se le presenta, sino que acepta lo que ve, y a partir de allí comprueba que el resultado coincide con el que muestra la actividad.



A handwritten mathematical expression in blue ink. It shows a subtraction of square roots: $\sqrt{\frac{25}{4}} - \sqrt{\frac{16}{4}} = \frac{5}{2} - \frac{4}{2} = \frac{1}{2}$. To the right of the equation, there is a justification: $R: \text{ Si es correcto porque cumple todas las condiciones}$. The student is justifying the use of the distributive property of the radical operation.

Figura 3: Ejemplo de ET2 en ítem b₁

Por otra parte, al contabilizar el total de errores de tipo 3 (ET3) la cifra ascendió a 52 con el valor más frecuente para este tipo de error en el ítem a_2 . Por ejemplo, en la Figura 4 se muestra la resolución dividiendo el denominador 8 por 2, porque se sostiene en este caso la idea que al hablar de “mitad” de una cosa es dividirla por dos pero no resuelve en el contexto del conjunto de números racionales.

Por otra parte en la Figura 5, se suman directamente los numeradores sin considerar el segundo término con denominador diferente a 5.

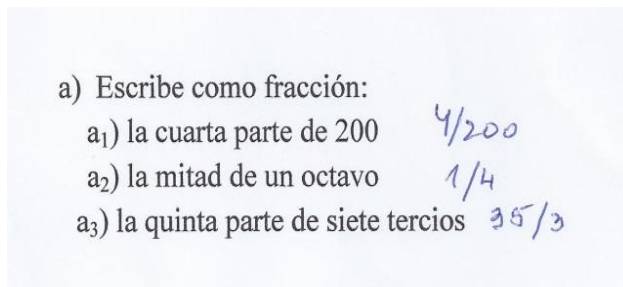


Figura 4: Ejemplo de ET3 en ítem a

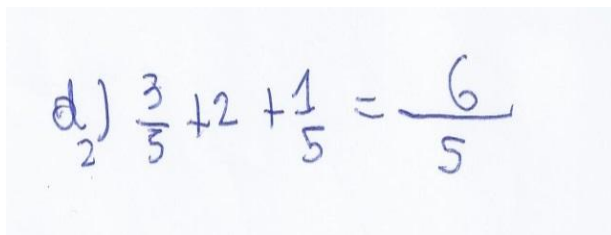


Figura 5: Ejemplo de ET1 en ítem d_2

Para el caso de los errores de tipo 4 (ET4) se registraron 31 casos coincidiendo los ítems d_2 y d_4 como los que presentaron mayor cantidad de este tipo de error.

En cuanto a los errores de tipo 5 (ET5) son 75 siendo a_1 el que presenta el mayor número de error de este tipo.

Un ejemplo de este tipo de error se presenta en la Figura 6, en la que se multiplica en forma “cruzada” numerador y denominador de la primera y segunda fracción respectivamente, y se suman los numerados entre sí para obtener el numerador del resultado. El denominador se resuelve correctamente.

The image shows a handwritten mathematical calculation for item d3. The expression is $d_3) -\frac{15}{4} \cdot \left(-\frac{12}{5}\right) = \frac{120}{20}$. There are handwritten annotations: '75' above the 15, '48' above the 12, and '20' written below the denominator 20 of the result. The result '120/20' has a handwritten checkmark next to it.

Figura 6: Ejemplo de ET5 en ítem d₃

CONCLUSIONES

Del análisis planteado en los párrafos anteriores se mencionan a continuación las relaciones que surgieron de las tablas presentadas entre los Estilos de Aprendizaje y los tipos de errores cometidos:

- Predominio en EA teórico, disminución de errores de tipo 4.
- Predominio en EA Reflexivo, disminución de errores de tipo 1.
- Deficiencia en EA Reflexivo y Teórico aumento de errores de tipo 3 y de tipo 4.

En relación al resultado obtenido para el caso a) se puede recordar que los ET4 son producidos por cálculos incorrectos o accidentales. Durante la etapa posterior a la de la aplicación de la “Evaluación de Diagnóstico”, este tipo de error se corrigió dos veces, pues, si se volviera a analizar por parte del alumno, podía ocurrir una corrección sobre el error cometido y entonces pasaría a clasificarse como otro tipo de error.

Para estos casos registrados los alumnos no se dieron cuenta que cometieron un error o lo volvieron a repetir, confirmando, en la etapa de la entrevista, el procedimiento de la primera resolución. Se hace notar además que este tipo de error se presentó con menor frecuencia en d₁ y d₂.

Los enunciados propuestos en el ejercicio d) implicaban aplicar reglas y propiedades variadas para la operación con números racionales necesitando así por parte de los alumnos tiempo para la organización y análisis de cada caso en particular para su resolución, dada la diversidad de temas integrados que se presentaban.

Por otra parte en cuanto al EA que se presentó como predominante en este caso, es el Teórico. Acerca de las características que presentan los alumnos que poseen predominancia en el estilo Teórico se pueden mencionar, si nos remitimos a lo expuesto en el Marco Teórico, que en

general son alumnos estructurados, detallistas, racionales con inclinación al análisis y la síntesis. Estas características son cualidades que se desarrollan con el estudio de la matemática.

Nevot (2004) afirma que son alumnos que tienen una mejor predisposición hacia el aprendizaje de las matemáticas.

Acerca de la relación enunciada en b) se recuerda que los errores de tipo 1 se deben a una interpretación errónea de una expresión dada en lenguaje coloquial que provoca un error en la traducción al lenguaje abstracto, simbólico, y viceversa. Para este grupo de alumnos que presentan predominancia Reflexiva aparecen solo dos errores de tipo 1 en el ejercicio a).

Con respecto a los alumnos que presentan una clasificación de EA con predominancia en el estilo Reflexivo, se puede decir que poseen características de un comportamiento más contemplativo de la situación que se le presenta para un análisis, son observadores, son pensantes, medidos, previsores de alternativas, pacientes, entre otras. Todas las anteriores son características de un comportamiento que favorece el aprendizaje de la matemática.

Entonces, para los dos casos nombrados anteriormente se puede concluir en que se estableció una relación entre predominio de EA y disminución en un tipo de error y que justamente el predominio de EA encontrado coincide con los que los investigadores proponen como estilos apropiados o que benefician el aprendizaje de la matemática en el alumno.

También en cuanto a los dos casos anteriores, a) y b), se encontró la relación entre EA con deficiencia en la combinación de estilos Reflexivo-Teórico, con un aumento en la producción de errores de tipo 3 y de tipo 4, caso c).

En las investigaciones citadas en este trabajo, los autores Alonso, Gallego y Honey (1999) y Nevot (2004) se refieren a bloqueos que se presentan en cada estilo considerando estos bloqueos como causas que impiden el desarrollo de ese estilo en particular.

Para este caso de alumnos con presencia de déficit en EA Reflexivo y Teórico se pueden citar los siguientes bloqueos: poseer poco tiempo para pensar, no dejar tiempo a la reflexión, ser impaciente en el sentido de hacer las cosas de prisa, dejarse llevar por la primera impresión, optar por la intuición, rigidez en la aplicación de razonamientos y cambio de estrategias, rechazar la aplicación de enfoques estructurados y organizados, incapacidad de poner en práctica el pensamiento.

Todas estas características también se pueden considerar como bloqueos para el aprendizaje de la matemática ya que son actitudes y comportamientos que necesita poseer o desarrollar un alumno para el estudio de esta ciencia.

Con respecto de los errores de tipo 3 y de tipo 4, se evidenció un aumento para este grupo de alumnos, por cuanto en la categorización de errores, Abrate et.al (2006) sostienen que los ET3 son producidos por la recuperación de un esquema previo y los ET4, detallados en el caso a), se deben a cálculos incorrectos o accidentales, y entonces se puede plantear que estos alumnos, según sus características de déficit en EA Reflexivo y Teórico, no se detienen a pensar que la problemática de la actividad planteada difiere de otros contextos matemáticos ya conocidos e incurren en la aplicación de razonamientos ya no válidos en esta situación nueva, no se toman el tiempo para la reflexión, para evaluar la validez de los procedimientos matemáticos aplicados, de analizar qué es lo que se plantea en realidad para no actuar de manera memorística y automatizar resoluciones.

Específicamente para el trabajo matemático en el conjunto de números racionales, Abrate et al. (2006) sostiene que uno de los factores de la producción de estos errores se deben a la memorización de algoritmos o rutinas sin proponer una fundamentación en base a la teoría.

Se entiende entonces que estos alumnos en particular, por ausencia de fundamentos teóricos, prefieren “recetas” para los procedimientos, para aplicar reglas, porque de esta manera se sienten con mayor seguridad, no buscan preguntarse si lo que hicieron es correcto analizando la situación. Con estas acciones se promueve un menor desarrollo del razonamiento matemático por parte del alumno en el proceso de resolución de actividades.

Si bien en la bibliografía de categorización de tipos de errores no se hace referencia a los estilos de aprendizaje de los alumnos, pero sí a los estilos de enseñanza implementados por los docentes, se destaca que en las características y bloqueos que se presentan para los EA pueden inferirse comportamientos y actitudes de los alumnos que provocan errores en matemática, como así se relató en las relaciones establecidas en los párrafos anteriores, y, que en mayor detalle, se pueden encontrar esos comportamientos mencionados en las categorización de tipos de errores que se tomó como referencia para esta investigación.

Si bien no se puede decir que las relaciones encontradas abarcan todos los estilos de aprendizaje, sí se pudo establecer que uno de los factores que interviene en la producción de errores en el trabajo matemático está en relación con las características que presenta el estilo de aprendizaje del alumno.

Consideramos que los resultados de esta investigación son valiosos para los docentes de Matemáticas e investigadores en Educación Matemática dado que es importante identificar los errores de los alumnos en el proceso de aprendizaje, determinar sus causas y organizar la enseñanza teniendo en cuenta esta información y los estilos de aprendizaje.

Los profesores tienen que ser sensibles a las ideas previas de sus alumnos y sus estilos de aprendizaje propios para diseñar estrategias adecuadas que conduzcan al progreso en el aprendizaje.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrate R., Pochulu M. y Vargas Ramos J. (2006). *Errores y dificultades en Matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Villa María: Universidad Nacional de Villa María.
- Aguilera Pupo E. y Torres E. (2009). Las investigaciones sobre los estilos de aprendizaje y sus modelos explicativos. *Revista Estilos de Aprendizaje*, 4 (4), 22-35.
- Alonso, C. (1992). *Estilos de aprendizaje: Análisis y diagnóstico en Estudiantes Universitarios*. Madrid: Universidad Complutense.
- Alonso, C., Gallego, D. y Honey, P. (1994). *Los estilos de aprendizaje. Procedimientos de diagnóstico y mejora*. Bilbao: Ediciones Mensajero.
- Alonso, C., Gallego, D. y Honey, P. (1999). *Los estilos de aprendizaje. Que son, cómo diagnosticarlos, cómo mejorar el propio Estilo de Aprendizaje*. Bilbao: Ediciones Mensajero.
- Gallego, D. y Nevot, A. (2008). Los estilos de aprendizaje y la matemática. *Revista Complutense de Educación*, 19 (1), 95-112.
- Honey, P. y Mumford, A. (1986). *The manual of Learning Styles*. Mainhead, Berkshire: PHoney, Ardingly House.
- Nevot, A. (2004). Enseñanza de las Matemáticas basada en los Estilos de aprendizaje. *Boletín de la Sociedad Española de Matemática Aplicada*, (28), 169-184.
- Pochulu, M. (2005). Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la Matemática en alumnos que ingresan a la universidad. *Revista Iberoamericana de Educación*, 35 (4), 1-15.