

HACIA UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DEL ALGEBRA LINEAL MEDIANTE ACTIVIDADES VINCULADAS A PROYECTOS EXTRA ÁULICOS

Susana B. Ruiz, Myriam Herrera, Elisa Oliva y María Inés Ciancio
Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales
Universidad Nacional de San Juan, Argentina.
sbruizr@yahoo.com.ar - myriamhrrr@gmail.com
elisaoлива65@gmail.com - miciancio@hotmail.com

RESUMEN

En el presente trabajo se presenta una propuesta de actividades integradas, donde se definen conceptos dentro de un ambiente contextual y se aborda una problemática de interés profesional, con el objetivo de favorecer el aprendizaje significativo del Algebra Lineal en alumnos universitarios. La propuesta trabaja el tema “Reconocimiento de patrones de imágenes” de interés general para la Informática, Geofísica y Astronomía. La propuesta se pone en práctica, mediante una experiencia piloto con alumnos de la UNSJ, mostrando resultados alentadores y gratificantes tanto para los docentes como para los alumnos.

PALABRAS CLAVE: Aprendizaje significativo. Algebra Lineal. Imágenes.

INTRODUCCIÓN

Producir cambios en las formas habituales de impartir conocimientos, es un gran desafío y un compromiso diferente. El proceso educativo debe propender a re-conceptualizar los procesos de enseñanza y aprendizaje, a fin de lograr el desarrollo de capacidades que le permitan al sujeto enfrentar nuevas situaciones (Elosúa, M.R. et al., 1993) que favorezcan en su posterior accionar en el campo profesional.

Es por ello la importancia que los docentes de cualquier nivel, y en particular el universitario, deben tener claro el “que”, “como”, “donde”, “porque”, “para qué” y “cuando” de los contenidos que se deben impartir, y a partir de ello proponer actividades de aprendizaje que contribuyan en la formación profesional de los alumnos.

Con relación a lo que debiera ser la educación, Jean Piaget considera que los alumnos construyen sus propios esquemas de conocimiento a través de un proceso de filtrado de experiencias previas y actuales.

Cuando una nueva experiencia no concuerde con la estructura de conocimiento existente, el alumno cambiará o alterará esas estructuras para acomodar esta nueva información (Cord, 2003).

Las gráficas han sido usadas desde la antigüedad hasta nuestras épocas como una forma de describir el movimiento de situaciones u objetos, la variación de fenómenos para caracterizar comportamientos, como una forma de interpretación de soluciones, como una forma de comunicar resultados para entender problemas o generar habilidades para resolverlos, como un registro que favorezca la optimización en procesos y favorecen la resignificación del conocimiento matemático (Buendía, 2010).

El desafío de la tarea docente en el mundo de hoy consiste en facilitar el aprendizaje de los alumnos para que los mismos aprendan de forma más eficiente, sin perder el rigor científico, creando condiciones, ámbitos o atmósferas de aprendizaje conforme a estrategias donde presenten problemas relacionados con un contexto conocido por el alumno, para que al trabajar experimentando cooperativamente, visualizando e interpretando imágenes, resuelvan dichos problemas, aprendan y apliquen lo aprendido y esté en condiciones de transferir los nuevos conocimientos aprendidos a otros contextos útiles en su vida.

En este contexto, el involucramiento activo de los alumnos, en actividades y/o proyectos de trabajo fuera del aula, estimula el interés y la motivación por aprender, contribuyendo a lograr en los alumnos aprendizajes significativos (Cord, 2003). En el presente trabajo se presenta un proyecto áulico cuya meta es favorecer el aprendizaje significativo del conocimiento matemático en alumnos, mediante el desarrollo de tareas tendientes a vincular, integrar y transferir contenidos previamente desarrollados en la asignatura Álgebra Lineal con el de otras ciencias aplicadas, a través del planteo de problemas concretos de la vida profesional.

Este proyecto didáctico involucra la realización de una serie de actividades, desarrolladas en distintas sesiones de trabajo, y consta con la participación activa y colaborativa de los docentes e investigadores integrantes del Proyecto “Algoritmos de Clasificación de Procesos Multivariados utilizando Medidas de Asociación Espacial” que se desarrolla en la UNSJ, como también de alumnos de carreras que se dictan en la FCEFyN en la UNSJ (Lic. en Informática, Geofísica y en Astronomía) y plantel docente de la asignatura “Álgebra Lineal” en dicha casa de estudio.

La propuesta se realiza a través de una secuencia de actividades donde a los alumnos se les presenta un problema motivador. Este problema se relaciona con actividades dentro de un proyecto de investigación en la UNSJ que involucra la aplicación de conceptos del Álgebra Lineal en el marco de su desarrollo. El tema seleccionado es “Determinación de Modelos en el Reconocimiento de Patrones para la Clasificación de Imágenes en escala de grises utilizando herramientas del Álgebra Lineal”.

En la formulación del problema motivador se tiene en cuenta que se presente bajo un planteo simple y sencillo, en la cual se desprendan una serie de actividades relacionadas, donde le sea útil aplicar los conocimientos previos correspondientes al Álgebra Lineal y tiendan a contribuir en la formación del alumno.

MATERIAL DIDÁCTICO UTILIZADO

Del material preparado para desarrollar esta experiencia se puede mencionar el diseño de la Guía de Actividades para el Alumno, en la cual figuran:

- a) Una introducción donde se marca la importancia de la Matemática como Ciencia Básica respecto a las demás Ciencias, el rol del avance de la Informática en la evolución de la ciencia; y el planteo de un caso de estudio relacionado a un proyecto de investigación extra áulico.
- b) Actividades que deben resolverse, donde involucran el empleo de diferentes herramientas y recursos, que ayuden a los alumnos a pensar, crear y reflexionar en torno a los diferentes abordajes que podrían realizar con el bagaje de conocimientos previos que poseen para dar respuesta a un mismo planteo propuesto.
- c) Análisis grupal de resultados y discusión de los mismos.

Las tareas que se proponen en la Guía de Actividades invitan al estudiante a integrar los temas: matrices, espacio vectorial, combinación lineal, bases, producto interior, norma, coseno del ángulo entre vectores, bases ortogonales y ortonormales (Grossman, S. ,1988), del Álgebra Lineal, en la modelación matemática con la ayuda de software apropiado.

Se propone utilizar el software libre R, que es un conjunto integrado de programas para manipulación de datos, cálculo y gráficos.

Entre otras características dispone de: almacenamiento y manipulación efectiva de datos; operadores para cálculo sobre variables indexadas (Arreglos), en particular matrices; una amplia, coherente e integrada colección de herramientas para análisis de datos; posibilidades gráficas para análisis de datos, que funcionan directamente sobre pantalla o impresora; y un lenguaje de programación bien desarrollado, simple y efectivo, que incluye condicionales, ciclos, funciones recursivas y posibilidad de entradas y salidas. (R Development Core, 2000).

El análisis y discusión de modelos matemáticos alternativos permiten afianzar y lograr una de las metas propuestas por las distintas cátedras involucradas en esta propuesta de trabajo: “Presentar una clase de Álgebra Lineal en la que se estimulen los procesos intelectuales para modelar y evaluar dichos modelos, con ayuda de un software apropiado, motivando al alumno en el aprendizaje de la matemática”.

PRESENTACIÓN DEL MODELO DE GUÍA DE ACTIVIDADES

Introducción

La Matemática, como parte de las Ciencias Básicas, ya en mayor o menor medida, sirve de base de muchas Ciencias Básicas y Aplicadas, como son la Física, la Química, las Ciencias de la Tierra, las Ciencias de la Vida, Informática, la Astronomía, Ingeniería, etc. En la pirámide de conocimientos ocupa el lugar que se muestra en la pirámide dada en la Figura 1, donde su universo de aplicación no es superado por ninguna otra ciencia.

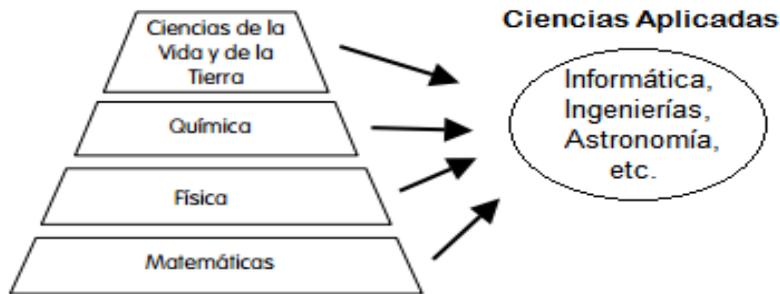


Figura 1: Relación entre las ciencias

Es por ello que la Matemática es parte del currículo de la mayoría de las Carreras universitarias. Ella es base para la investigación y el progreso de las Ciencias. En este contexto el avance de la Informática y el desarrollo científico-tecnológico de los últimos años han permitido la utilización de nuevas herramientas y métodos matemáticos que se pueden aplicar en modelos de investigación, en diferentes esferas del conocimiento.

Reconocimiento de Patrones

El Reconocimiento de Patrones es un área de la ciencia que se encarga de la descripción y clasificación (reconocimiento) de objetos, personas, señales, representaciones, etc. Esta ciencia trabaja con base en un conjunto previamente establecido de todos los posibles objetos (patrones) individuales a reconocer.

El margen de aplicaciones del reconocimiento de patrones es muy amplio. Algunas de las más relevantes y utilizadas actualmente son:

- previsión meteorológica,
- reconocimiento de caracteres escritos a mano o a máquina,
- reconocimiento de voz,
- detección de irregularidades en imágenes de rayos-X,
- detección de células infectadas y marcas en la piel,
- reconocimiento de huellas dactilares,
- reconocimiento de caras (Barraza y otros, 2013),
- interpretación de fotografías aéreas y de satélite,
- predicción de magnitudes máximas de terremotos, etc.

En reconocimiento de patrones se han planteado muchos modelos y algoritmos que se derivan en base diferentes teorías matemáticas. El álgebra lineal, análisis funcional y estadísticas son sólo algunas de ellas (Berkant Savas, 2003).

A continuación mostramos resultados obtenidos desde un proyecto de investigación que se desarrolla actualmente en la FCEFyN de la UNSJ, donde se trabaja en la problemática de la determinación de modelos para el reconocimiento de imágenes manuscritas de dígitos para la clasificación. Centramos la atención en modelos propuestos basados en conceptos del Algebra Lineal.

Caso de estudio

Sea la base de datos (MNIST), con imágenes de dígitos del sitio web:
<http://yann.lecun.com/exdb/mnist/>.

Los dígitos en esta base de datos se extraen mediante el escaneo del código postal en sobres de correo EE.UU. Postal. Los dígitos de la base han sido de tamaño normalizado y centrado en una imagen de tamaño fijo.

Cada dígito viene representado por una matriz de 28x28 píxeles, cuyos valores representan la intensidad de grises en cada celda. Esta escala varía del 0 al 225 (Le Cun, Cortes, 1992).

Estos conjuntos de datos, disponibles libremente en Internet, son con frecuencia utilizados en todo el mundo para la evaluación de algoritmos de clasificación.

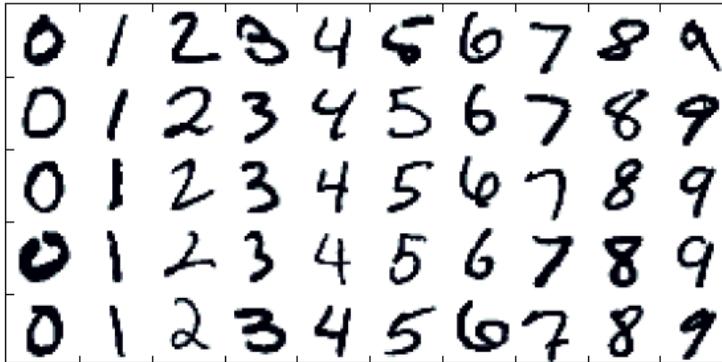


Figura 2: Algunos dígitos de la base MNIST

Para procesar estos datos, una de las alternativas es emplear el software R, ya que es libre, gratuito y muy utilizado por científicos de distintas áreas para realizar sus contribuciones a las ciencias.

Algoritmo

Para diseñar un algoritmo completo capaz de clasificar dígitos escritos a mano, la idea principal es la construcción de un conjunto de *matrices bases ortogonales* para cada clase de dígitos, y luego decidir cuál de los conjuntos de bases describe el dígito desconocido de la mejor manera.

Para realizar esta construcción se asume que cada dígito pertenece sólo a una clase, y que cada categoría específica puede ser descripta como una *combinación lineal de matrices bases*.

A partir de conceptos y resultados del Algebra Multilineal (en la que es parte el Algebra Lineal) (De Lathauwer, 1997), métodos matemáticos y el empleo de software apropiado (R),

se logra determinar 1000 matrices bases ortogonales para cada clase de dígito (todas las matrices bases son de orden 28×28), teniendo en cuenta 10000 imágenes de dígitos de la base MNIST.

Para cada clase de dígito se logran determinar bases de matrices ortogonales. Cada base ortogonal tiene 1000 matrices.

Actividad inicial

- a) Diseñar un mapa conceptual que incluya los siguientes conceptos:
Matrices, Espacio Vectorial, Combinación Lineal, Vectores Base, Producto interior, Norma de vectores, Angulo entre vectores, Base ortogonal, Base ortonormal.

Recuerda que en el mapa conceptual cada concepto o tema debe estar encerrado por una circunferencia, rectángulo ó cualquier figura geométrica. Debe distinguir temas de subtemas, y cada uno de ellos estar conectados mediante flechas según sus relaciones.

- b) Sean las siguientes definiciones para matrices.

Definición 1: El producto escalar $\langle A, B \rangle$ de dos matrices $A, B \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2}$ se define como $\langle A, B \rangle = \sum_{i_1} \sum_{i_2} b_{i_1 i_2} \cdot a_{i_1 i_2}$.

Definición 2: Dos matrices de igual orden se dicen ortogonales si su producto escalar es igual a cero.

Definición 3: La norma Frobenius de una matriz A es definida como $\|A\|_F = \sqrt{\langle A, A \rangle}$.

Definición 4: El coseno del ángulo entre las matrices $A, B \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2}$ se define como $\cos(\alpha) = \frac{\langle A, B \rangle}{\|A\|_F \|B\|_F}$.

Para las matrices $A = \begin{bmatrix} 0 & 20 \\ 20 & 0 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 255 & 0 \\ 10 & 100 \end{bmatrix}$ calcular:

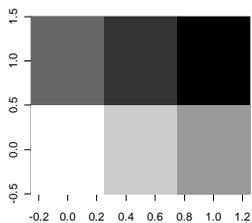
- i) $\langle A, B \rangle$
 - ii) $\|A\|_F$
 - iii) $\|B\|_F$
 - iv) El coseno del ángulo entre las matrices A y B .
- c) Responder a los siguientes interrogantes: ¿las matrices A y B son ortogonales? y ortonormales?

- d) Representar gráficamente las matrices A y B , utilizando el siguiente comando de R:
“`image(matriz, col=gray(255:1/255))`”

Ejemplo: Para graficar la matriz $S = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ los comandos son:

```
S<- matrix(c(1,2,3,4,5,6),ncol=2,nrow=3)
```

```
image(S, col=gray(255:1/255))
```



Actividad 1: En las siguientes figuras se muestran algunas de las 1000 matrices de la base ortogonal ordenada para la clase del cero. En la Figura 3 se muestra las 5 primeras matrices ordenadas según su norma, de la base ortogonal de la clase del dígito 0. En la figura 4 se observan las matrices que ocupan las posiciones 10, 50, 100, 500 y 1000 en la base ortogonal ordenada antes citada.

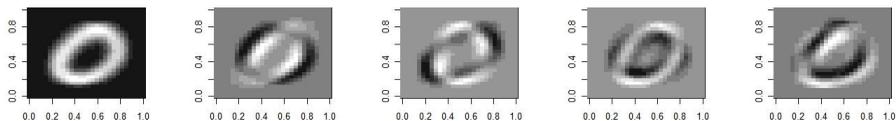


Figura 3: Imágenes de las cinco primeras matrices bases ortogonales de la clase del 0

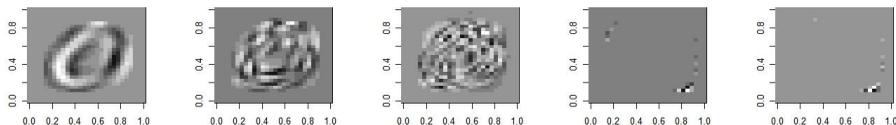


Figura 4: Imágenes de algunas matrices bases con menor norma.

A partir de observar y comparar las secuencias de imágenes dadas en las Figura 3 y 4 para las matrices bases ortogonales de la clase del 0, responder:

- ¿Cuál sería la matriz base más representativa de la clase del 0?
- ¿Qué sucede a medida que la norma de las matrices bases van disminuyendo?

Actividad 2: Discutir y analizar, en grupo, para responder a los siguientes planteos:

- ¿Es suficiente considerar la primera matriz base para representar todos los dígitos de la clase del 0?
- Si se necesitan más matrices bases, ¿cuántas considerar?

Actividad 3: Sea X una matriz cualquiera de la clase del cero de la base MNIST y H_1 la primera matriz base ortogonal asociada a la clase del 0 (de mayor norma), representada a la izquierda en la Figura 3.

Consideremos el siguiente modelo para representar a todos los dígitos de la clase del cero

$$X_n = \beta H_1^n, \text{ con } \beta \in \mathbb{R}, \text{ "Modelo 1"}$$

Donde las matrices X_n y H_1^n se obtienen de normalizar las matrices X y H_1 respectivamente, (por lo que se cumple $\|X_n\|_F = \|H_1^n\|_F = 1$).

Para el *Modelo 1* planteado:

- Determinar el coseno del ángulo comprendido entre las matrices X_n y H_1^n .
- ¿Qué representa el escalar β en el modelo planteado?

Actividad 4:

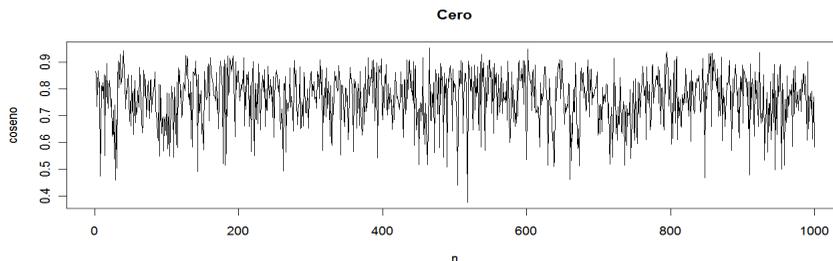


Figura 5: Valores del valor absoluto del coseno del ángulo entre la primera matriz de base y dígitos del conjunto MNIST

Clase	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Valor promedio del coseno	0.7669	0.7574	0.7018	0.7272	0.7043	0.6579	0.7396	0.7188	0.7397	0.7335

Tabla 1: Promedio de valores de cosenos de ángulos para todos los dígitos

La definición del coseno del ángulo entre dos matrices está en completa analogía con la definición para dos vectores. Cuanto menor sea el ángulo del coseno entre dos matrices, estas serán más próximas a ser iguales.

La Figura 5 representa el coseno del ángulo comprendido entre cada matriz imagen del dígito cero (normalizada) de la base MNIST, y la matriz H_1^n ya definida en la Actividad 3.

- a) Discutir grupalmente si el Modelo 1 propuesto es apropiado para representar a todos los dígitos de la clase del cero. Justificar las respuestas a partir de interpretar la Figura 5.
- b) Ídem el trabajo al a) pero considerando las distintas clases de dígitos y los resultados que se muestran en la Tabla 1.

Actividad 5:

- a) **Leer el siguiente comentario sobre resultados del avance del proyecto.**
Estimado alumno: La cuestión de cuantas matrices bases se necesitan en el algoritmo es de importancia crucial. El algoritmo funciona mejor si el número de matrices base se incrementa, pero entonces los requisitos de memoria y el tiempo de cálculo se ven aumentados en cualquier computador. Una forma para decidir el número de matrices de base para cada clase es examinar los valores propios de matrices asociadas a la clase a estudiar. Te comentamos que el concepto de valores propios y vectores propios es de mucha aplicabilidad e importancia para las distintas ciencias básicas y aplicadas. Estos conceptos son parte de estudio del Álgebra Lineal. Desde ya, estás invitado para seguir investigando sobre la problemática abordada!!
- b) Espacio para comentar y reflexionar sobre las experiencias logradas a través de la guía de actividades desarrollada.

DESARROLLO DE ALGUNAS ACTIVIDADES REALIZADAS POR ALUMNOS

La Guía de Actividades, planteada en el modelo, se pone en práctica para realizar una experiencia piloto con alumnos de las carreras de la Licenciaturas en Geofísica, Astronomía e Informática de la FCEFyN de la UNSJ. Los alumnos seleccionados tienen como característica todos poseer conocimientos previos del Álgebra Lineal.

Para realizar las distintas actividades, se distribuyen a los alumnos en grupos de trabajo de hasta tres personas por grupo, en diferentes periodos de tiempo y espacios áulicos según la carrera que cursan. Leen atentamente la introducción y actividades planteadas.

Van resolviendo las actividades grupales, mediante análisis y discusión, teniendo en cuenta los conocimientos proporcionados por las cátedras Álgebra Lineal (de las distintas carreras), los apuntes de cátedra, material bibliográfico y salidas dadas en R. El rol de los docentes, en el aula, es servir de guía y apoyo para las actividades que realizan los alumnos.

Respecto a la Actividad Inicial a) los alumnos construyen los mapas conceptuales, recordando los conceptos y las relaciones entre los mismos. No todos los mapas resultaron coincidentes, ya que muchos de ellos consideraron las transitividades en las relaciones entre temas, simplificando los diagramas resultantes en el esquema final.

Sin embargo, al final de la actividad los alumnos logran recordar y relacionar conceptos previos necesarios para resolver las siguientes actividades propuestas en la Guía.

En la Actividad Inicial b) los alumnos trabajan inicialmente con lápiz y papel. Luego, guiados por los docentes realizan las actividades utilizando R. Los gráficos resultantes fueron los dados en las Figuras 6 y 7.

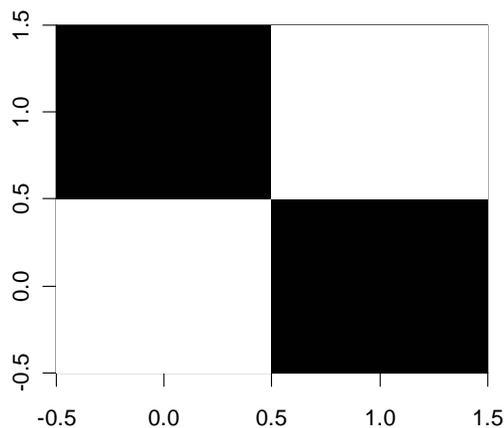


Figura 6: Imagen de la matriz A

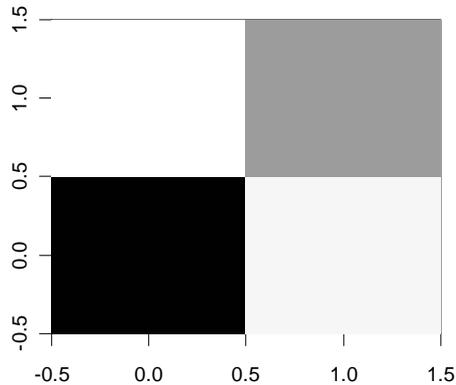


Figura 7: Imagen de la Matriz B

En la Actividad 1 observaron y compararon la secuencia de imágenes dadas en las Figura 3 y 4 para las matrices bases de la clase del 0. Concluyendo grupalmente que la matriz base más representativa es la correspondiente a la de mayor norma. También apreciaron que la representatividad a la clase del 0 va decreciendo a medida que las matrices bases disminuyen en su norma.

Al trabajar con la Actividad 2 los alumnos se enfrentan con la problemática que para responder tenían que confrontar los conocimientos previos con las imágenes que se presentaban en dicha actividad. Luego de discutir distintas alternativas de respuestas concluyeron que para representar a todas las matrices imágenes de ceros necesitaban considerar todas las matrices bases ortogonales.

Para desarrollar la Actividad 3 necesitaron la guía y el apoyo de los docentes de las cátedras, concluyendo que el escalar β representa el coseno del ángulo de las matrices que intervienen en el Modelo 1 planteado.

Luego de analizar el gráfico y tabla de la Actividad 5, asociados a los valores de los cosenos entre matrices, los alumnos infieren que modelos con una sola matriz base (en esta experiencia) para representar las distintas clases de dígitos no resultan, en ninguno de los casos, apropiados.

Por último realizan la puesta en común, donde los alumnos reflexionan sobre la aplicación conceptos del Álgebra Lineal en el desarrollo de proyectos de investigación, apreciando la utilidad de los mismos en torno al modelado matemático. Se puede notar, en general, los alumnos motivados en seguir investigando en la temática. Algunas de las expresiones de alumnos sobre la experiencia lograda luego de desarrollar la guía de actividades se transcriben a continuación.

- Alumnos de la Carrera de Geofísica: *“Luego de haber trabajado con la guía, pudimos apreciar las diversas aplicaciones de las matrices de bases ortogonales, y cómo, al utilizar su información desarrollando algoritmos, podemos representar en forma analítica y gráfica un resultado de un caso de estudio. De acuerdo a la norma de cada matriz, pudimos determinar qué tan representativa es cada una de ellas, y qué tan bien representa a cada clase de estudio. Además, logramos apreciar de forma gráfica qué representa cada una de estas matrices, lo cual resultó algo novedoso para nosotros. Otro punto interesante es la gráfica del coseno entre matrices, la cual nos indica, la oscilación del ángulo entre ellas. A partir de esto, logramos inferir si las matrices son combinación lineal entre ellas, y qué tan bien se ajusta el modelo planteado. Por último, creemos que la guía de actividades, hace que veamos al álgebra de una manera menos abstracta, y de forma más concreta, con una aplicación inmediata en las ciencias que estudiamos. Uno de los objetivos de esta guía, es determinar cuántas matrices necesitamos para representar a cada clase, ya que no tenemos memoria ni tiempo ilimitado para realizar los cálculos para la vasta cantidad de datos a analizar. Creemos que es valioso realizar este análisis, para modelar de mejor manera las diferentes problemáticas de las ciencias. La guía nos permitió profundizar algunos aspectos del álgebra que hasta ahora desconocíamos y nos motiva a seguir investigando sobre el tema.”*
- Alumnos de Informática: *“A la conclusión que llegamos es que el uso de las matemáticas más la Informática son la base para resolver cualquier tipo de problema. La Informática desarrolla muchas herramientas de aplicación como MNIST que permite digitalizar imágenes manuscritas de dígitos. Cada dispositivo electrónico trabaja a base de algoritmos. Esos algoritmos la mayoría son cálculos matemáticos, buscadores que trabajan sobre rangos, las pantallas son matrices, etc. Las matemáticas están presentes en casi todas las ciencias, y gracias a ella y los avances en la tecnología se desarrollan nuevos conocimientos sobre comunicaciones, imágenes, algoritmos, etc.”*
- Alumnos de Astronomía: *“Podemos conocer en qué otros ámbitos se aplica el Álgebra Lineal y específicamente el uso de matrices. La actividad es interesante ya que utiliza y analiza un modelo para el estudio de la determinación de patrones de imágenes; y se puede observar la aplicación del álgebra en otras ciencias.”*

SECUENCIAS DE ACTIVIDADES DESARROLLADAS

Al finalizar las distintas actividades áulicas se puede destacar que el proponer este tipo de experiencias, a través del desarrollo de una guía ordenada de actividades que incluyen: el planteamiento de un caso de estudio de interés profesional como instancia motivadora, la recuperación de saberes previos, tareas de conflicto cognitivo, transferencia y reflexión, se les ofrece a los alumnos la posibilidad de integrar conceptos de distintas áreas de conocimiento.

En el caso de la propuesta de este trabajo las áreas involucradas son: el Algebra Lineal, la Informática y el Reconocimiento de Patrones para la Clasificación de Imágenes. El “Reconocimiento de patrones de imágenes” es un tema de interés general para las distintas ramas del saber, en particular para la Informática, Astronomía y Geofísica.

A través de la presentación inicial de una problemática planteada en el contexto de un proyecto de investigación, que se desarrolla dentro del ámbito de la UNSJ, y donde se utiliza un software apropiado como una herramienta de apoyo para la visualización gráfica y la experimentación, las actividades relacionadas que se desprenden de ellas resultan motivadoras y tendientes a lograr aprendizajes significativos en los alumnos.

Procesos Pedagógicos	Actividades/Estrategias
Motivación	Introducción de la Guía de Actividades
Recuperación de saberes previos	Actividad Inicial
Conflicto cognitivo	Actividades 1, 2 y 4
Transferencia de conocimientos previos	Actividades 2, 3 y 4
Reflexión sobre las experiencias en el aprendizaje	Actividad 5

Tabla 2: Fases en el desarrollo de la Guía de Actividades

CONCLUSIONES GENERALES

El tipo de actividades donde se presentan conceptos dentro de un ambiente contextual y centrado en problemas vinculados a la vida profesional, posibilita un enfoque integrado para abordar el conocimiento matemático.

Promueven actividades de descubrimiento dirigidas por el alumno, donde se les proporciona ejemplos que dan significados a conceptos y modelos para solucionar problemas que pueden perfeccionar a través de sus vidas.

La inclusión de actividades grupales interactivas, apoyadas por imágenes gráficas y científicas, contribuye a la integración, comunicación y la toma de decisiones.

Las experiencias logradas, a través de este tipo de actividades, muestran resultados alentadores y gratificantes tanto para los docentes como para los alumnos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barraza, S. L.; Thuillier, E.; Will, A., Rodríguez, S. A. (2013). *Primeros pasos para una aplicación móvil offline de reconocimiento facial*. Recuperado de: www.conaiisi.unsl.edu.ar/2013/205-529-1-DR.pdf.
- Berkant Savas, (2003). *Analyses and Tests of Handwritten Digit Recognition Algorithms*. Reg nr: LiTH-MAT-EX-2003-01. Recuperado de webstaff.itn.liu.se/~bersa48/files/thesisBerkantSavas.pdf
- Buendía, G. (2010). Una revisión socioepistemológica acerca del uso de las gráficas. En G. Buendía (Ed.), *A diez años del posgrado en línea en Matemática Educativa en el IPN*, pp.21-40. México: Colegio Mexicano de Matemática Educativa AC.
- Cord (2003). *Enseñanza contextual de matemática. Piedra angular de cambio de paradigma*. Waco, Texas 76702-1206. Estados Unidos
- De Lathauwer, L. (1997). *Signal Processing Based on Multilinear Algebra*. Ph.D thesis, K.U. Leuven, E.E. Dept.-ESAT, Belgium.
- Elosúa, M. R.; García, E. (1993). *Estrategias para enseñar y aprender a pensar*. Madrid: Narcea Ediciones.
- Grossman, S. (1988). *Algebra Lineal*. México: Iberoamericana.
- Le Cun, Y., Cortes, C. (1992). *MNIST handwritten digit database*. AT&T Lab. Recuperado de 2015 de <http://yann.lecun.com/exdb/mnist>.
- R Development Core Team, (2000). *Introducción a R (versión en castellano de An introduction to R)*. Recuperado de www.cran.rproject.org.