LOS ALUMNOS DE MATEMÁTICA: CONVICCIÓN ACERCA DE LOS RESULTADOS Y VISIÓN DE LA VERDAD

Cecilia Crespo Crespo
Instituto Superior del Profesorado "*Dr. Joaquín V. González*".
Ciudad de Buenos Aires (Argentina)
crccrespo@gmail.com

RESUMEN

Este artículo presenta una serie de reflexiones sobre de la verdad y las maneras en la que los alumnos adquieren convicción acerca de los resultados matemáticos. Forma parte de una investigación realizada acerca de las demostraciones y argumentaciones en el aula de matemática llevada a cabo desde la perspectiva socioepistemológica.
La verdad es un concepto que se utiliza con frecuencia tanto en el ámbito académico como en la vida cotidiana. Sin embargo, no todos entendemos lo mismo al referirnos a él. Su significado ha cambiado a través de la historia y cada cultura lo ha teñido de características propias. En el aula, los estudiantes no siempre aceptan las demostraciones deductivas como un método para llegar a la convicción de los resultados, sino que recurren a otros tipos de esquemas y pueden llegar a asumir como verdaderos los resultados a los que éstos les conducen.

Palabras clave: verdad, convicción, certeza, construcción sociocultural

LA VERDAD, LA VALIDACIÓN Y LAS COMUNIDADES CIENTÍFICAS

Las demostraciones cumplen para la sociedad matemática el papel de validar las afirmaciones de esta ciencia. Pueden ser vistas como prácticas sociales de la comunidad matemática, guardiana y transmisora del conocimiento matemático (Crespo Crespo, 2007). Como toda comunidad científica, se preocupa por la búsqueda de la verdad relacionada con los objetos propios de su disciplina.

La concepción de verdad se encuentra siempre relacionada con la significatividad y la validez de lo afirmado. Las estrategias de demostración y las argumentaciones se construyen de acuerdo con la práctica social que hemos mencionado. Pero la concepción de verdad no es única y es complejo dar una definición de este término. Según qué se considera que es la verdad, surgen ideas acerca de cómo demostrar que algo es o no verdadero. La lógica que subyace a cierto escenario también influye en la concepción de verdad. A lo largo de la historia del pensamiento, las concepciones de verdad se han modificado sensiblemente y no es posible realizar investigaciones acerca de las demostraciones y aún de las demostraciones en el aula de matemática, sin detenernos al menos un momento a pensar desde la postura socioepistemológica en este concepto.

> Los matemáticos han estado siempre convencidos de que 'demostrar verdades' o 'proposiciones verdaderas', una convicción de este tipo no puede ser, evidentemente, más que de orden sentimental o metafísico, y no es precisamente colocándose en el terreno de la matemática cómo se la puede justificar, ni siquiera cómo puede dársele un sentido que no la convierta en una tautología. (Bourbaki, 1976, p.24)

En el aula de matemática en muchas oportunidades los estudiantes asumen, o así lo creemos los docentes, que lo que se les enseña es verdad. Pero ¿qué es la verdad para ellos? ¿Creen en la existencia de una verdad absoluta? ¿Ven a la ciencia como un camino para llegar a la verdad? Alguna vez nosotros, como docentes, ¿hemos pensado en la manera en la que ellos validan los resultados y cómo tienen certeza o no de ellos? ¿nos hemos planteado qué significa para ellos que una propiedad es verdadera? Proponemos en este trabajo una breve reflexión acerca de estas preguntas para tratar de comprender la manera en la que nuestros estudiantes interpretan las afirmaciones acerca de propiedades matemáticas y qué valor les otorgan.

LAS CONCEPCIONES DE VERDAD EN LA FILOSOFÍA

En filosofía, la verdad es un concepto que varía sustancialmente según cuál sea la posición filosófica a la que se adhiera (Carpio, 2003). A modo de ejemplo, se presentan a continuación algunas de las concepciones de verdad que han sido sustentadas a lo largo de la historia y que marcaron posiciones en el pensamiento científico. Estos ejemplos no son exhaustivos y su finalidad consiste únicamente en mostrar las dificultades que rodean al concepto de verdad y cómo las creencias epistemológicas influyen en él. Es necesario ubicarse su contexto histórico y comprender el escenario sociocultural en el que nos desenvolvemos para comprender qué es la verdad.

Para Platón, lo verdadero es lo que permanece, lo inmutable, lo que siempre *es* de la misma manera, en contraposición con lo cambiante que es meramente aparente. Para él, la verdad es la idea. Las ciencias tienen, desde esta visión, la aspiración al conocimiento de la verdad absoluta. Aristóteles consideró que la verdad consiste en la adecuación entre lo expresado por el intelecto y lo real. Para saber si una proposición es o no verdadera, es necesario recurrir a la observación de la realidad y comprobar su cumplimiento o no. Se trata, por lo tanto, de una propiedad del juicio intelectual en cuanto a la adecuación a lo que la realidad es. Un enunciado es verdadero si lo que dice se corresponde con aquello de lo que se habla. Esta concepción es retomada por Santo Tomás de Aquino en el siglo XIII. En la concepción realista de verdad se distinguen dos tipos de verdad: la verdad gnoseológica o formal y, la verdad óntica o metafísica o trascendental. La verdad gnoseológica se obtiene cuando en entendimiento transforma la primera captación de la esencia. Este es el objeto formal de la inteligencia humana que en su primera captación suele ser confuso y luego debe elaborarse a través de un proceso racional que se denomina conocimiento. La verdad óntica es el fundamento de la verdad gnoseológica. Se refiere a una propiedad del ente en cuanto ente, o sea una propiedad que se identifica con el ente.

El intuicionismo racionalista de Descartes, busca un conocimiento seguro y rechaza por considerar falso a todo lo que no se presente a la conciencia con una certeza absoluta. Su verdad no se apoya en un razonamiento sino en una intuición clara y distinta que le otorga una evidencia inmediata. La verdad es comprendida como una evidencia. La intuición es, para Descartes, como para Aristóteles, una operación racional. Descartes hizo explícito lo que se aceptaba implícitamente de cada actividad de razonamiento: que cada uno tiende a aceptar algunos argumentos como esencialmente ciertos mediante un criterio tácito de autoevidencia.

Para Kant el objeto de conocimiento es construido por el sujeto a partir de impresiones provenientes de la experiencia. El sujeto posee *a priori* formas puras de la sensibilidad (espacio y tiempo) y categorías del entendimiento como substancia-accidente, causa-efecto, etc. Mediante ellas ordena los datos que obtiene a través de los sentidos. La verdad es comprendida como una construcción del sujeto.

Otra concepción de verdad es la pragmatista. Hacia fines del siglo XIX, William James, identificó la verdad de una idea con la capacidad de actuar. Para esta concepción, una idea es verdadera porque es útil para mejorar la vida del individuo. La verdad es propia de aquello que soluciona mejor los problemas, es lo ventajoso en el modo de pensar, verdadero es aquello que reporte una utilidad. Niega la correlación entre ideas y realidad y se ubica en un empirismo radical antimetafísico. Existe cierto sistema coherente de proposiciones que trae menos dificultades prácticas que otros menos útiles y por lo tanto menos verdaderos. Por otra parte, Martin Heidegger sostuvo que la verdad surge como descubrimiento. El hombre no encuentra con una verdad contenida en las cosas, su descubrimiento es creador y constitutivo de lo verdadero.

Existe también una concepción sociologizante de la verdad. Esta concepción, sustentada por Richard Rorty en el siglo XX, niega la clásica y concibe la verdad como una creencia colectiva, como un acuerdo interpersonal. La verdad se torna, entonces una cuestión de proposiciones del lenguaje, la objetividad reside en la intersubjetividad, no en la adecuación con la realidad. La verdad de una proposición depende del dominio del léxico empleado, del contexto de la comunidad lingüística. El lenguaje determina para esta teoría un modo de pensar, no es su vehículo. La verdad no consiste en la captación de la realidad en sí sino en la manera de adquirir hábitos para hacerle frente.

LA VERDAD MATEMÁTICA

En matemática se vieron reflejadas las concepciones filosóficas de la verdad de acuerdo con la visión epistemológica de esta ciencia.

Platón presentó a la matemática como la ciencia que daba acceso a la verdad en sí. La verdad es, para esta concepción la concordancia entre lo afirmado y lo que ocurre en el mundo de las ideas.

Aristóteles sentó las bases de la utilización de la intuición en la ciencia, afirmando que toda ciencia tiene punto de partida en ideas y verdades absolutas, evidentes e indiscutibles, posteriormente se llega a nuevas verdades por medio de la razón. El concepto aristotélico de verdad es de carácter semántico y se refiere a la verdad o falsedad de las proposiciones. Una proposición científica es verdadera si existe correspondencia entre lo que expresa ella y lo que ocurre en la realidad. Si una proposición es verdadera debido a su estructura lógica, se dice que se trata de una verdad lógica, o sea es lo que se denomina una tautología. Una característica de las verdades lógicas es que son triviales y no informan acerca de lo que ocurre en la realidad.

La clarificación del concepto de verdad matemática, separada de la verdad en general, se remonta al Renacimiento. Hasta entonces no se distinguía entre los objetos matemáticos y los de otras ciencias; todos eran estudiados mediante la intuición y el razonamiento. Los axiomas no podían ser discutidos o puestos en duda, pues debían ser evidentes y por lo tanto entendibles a través de la razón. Las reglas de la lógica se consideraba que habían sido elaboradas por la razón a partir de la experiencia. Son consideradas como una certeza empírica. La concepción aristotélica de verdad matemática, es transmitida durante siglos con muy pocas modificaciones: la realidad es el control para la veracidad de una proposición, y por ende, determina una concepción de verdad absoluta.

Recién en el siglo XIX, la visión de la verdad matemática es modificada bruscamente con la aparición de las geometrías no euclidianas. La concepción de verdad absoluta es abandonada: existen tantas verdades como sistemas axiomáticos. Se asume desde entonces en matemática una concepción relativa de verdad. Los axiomas dejan de ser evidentes, simplemente son elegidos y asumidos sin demostración, son convenciones. La noción aristotélica de verdad pasa a carecer se sentido. La verdad matemática pasa a ser algo que se transmite a través de la deducción. La verdad aristotélica se inscribe dentro de una teoría de la correspondencia; la verdad matemática que surgió a partir del siglo XIX, dentro de una teoría de la coherencia.

Por su parte, para los matemáticos formalistas, la verdad adquiere un carácter sintáctico: una proposición es verdadera si y sólo si es un teorema, o sea que es demostrable a partir de axiomas. Para ellos, verdad significa deducibilidad a partir de axiomas, o sea demostrabilidad. Se trata de una concepción de la verdad totalmente relativa.

LAS FUENTES DEL CONOCIMIENTO

El conocimiento científico se adquiere de distintas maneras, sus fuentes se correlacionan con la visión epistemológica que se tiene. Según qué se considera que es la verdad y qué características se considera que tiene la ciencia, puede ser distinta la manera en que se conoce y las fuentes que se consideran válidas.

Algunas de las fuentes del conocimiento son:

- *la experiencia*: se basa en los sentidos, es una de las fuentes básicas de conocimiento. Su confiabilidad puede no ser segura.

- *el razonamiento a partir de situaciones semejantes*: se puede basar en conocimientos empíricos previos, pero existe un método coordinado por la razón.
- *el razonamiento formal*: la experiencia no tiene cabida, sólo la razón.
- *el argumento de autoridad:* el conocimiento no ha sido elaborado por el interlocutor, sino que lo recibe de un tercero y lo asume como válido. Se puede hablar de una fuente derivada de conocimiento.
- *la intuición:* los filósofos se refieren a tres clases de intuición: la sensible, la intelectual y la emocional. Las dos últimas se constituyen en certidumbres a través de las cuales se contempla la realidad.
- *la fe:* es considerada como fuente de conocimiento que no requiere prueba, se transforma en creencia.

Cada una de estas fuentes de conocimiento, son esenciales para la obtención de conocimientos. Distintas disciplinas establecen sus bases en algunas de ellas. No todas las fuentes que se han mencionado son reconocidas como fuentes valederas de conocimiento por una comunidad científica. El reconocimiento de las fuentes de conocimiento es social y depende de la comunidad que comparte el conocimiento el reconocimiento o no de tales fuentes y la manera en la que las manifiesta y utiliza.

En relación al conocimiento matemático, podemos decir que se construye y se sustenta básicamente en dos modos de comprensión y expresión: la intuición y la razón. Ambos modos de conocimiento, aunque poseen naturaleza distinta, se complementan mutuamente y son indispensables en la matemática. El primero es creativo, subjetivo y directo, el segundo es analítico, objetivo y reflexivo. En el aula de la matemática no se debe descartar ninguna forma de razonamiento: inductivo o deductivo. Ambos se hallan presentes en cada momento de nuestras clases y se combinan en distinta proporción en los distintos niveles de la enseñanza y en las diversas actividades que se llevan a cabo durante el proceso de enseñanza y aprendizaje.

LA CERTEZA EN EL AULA DE MATEMÁTICA

El aula actual posee características totalmente distintas de las que tenía hace unos años, incluso que hubieran sido impensables en la época en que nosotros fuimos alumnos. Los docentes de matemática muchas veces nos planteamos cómo afrontar sus características, cómo revertir algunas de ellas, cómo interesar a nuestros estudiantes, cómo motivarlos, cómo hacer que muestren entusiasmo y se interesen por lo que les presentamos en clase... Jesús Barbero ha realizado una clara descripción de las características de la escuela actual en comparación con la escuela de hace un tiempo (Barbero, 2008). Según sus palabras, la escuela de hace unos años se caracterizaba por tener tareas son disciplinadas y racionales, que permitían distinguir con claridad los espacios del que sabe y del que aprende, del que manda y del que obedece. Barbero afirma que estamos pasado de una sociedad con sistema educativo a una sociedad educativa cuya dimensión educativa atraviesa todo: el trabajo y el ocio, la oficina y el hogar. Los estudiantes poseen otros cuestionamientos generados de una visión de la realidad diferente de la que se tenía hace un tiempo. Entre esos cuestionamientos, manifiestan por momentos descreimiento acerca de lo que las instituciones educativas les enseñan y buscan sus propias estrategias para obtener convicción.

En relación a la matemática, a veces algunos docentes y alumnos creen que esta disciplina está más allá de sus cuestionamientos y dudas, que se trata de una disciplina que en cierta manera podría decirse que es un tanto “aséptica”... Algunos piensan que la matemática está alejada de la realidad. Sin embargo, los alumnos no reconocen muchas veces en la matemática que aprenden en la escuela a una disciplina que se relacione con el mundo; ven a la matemática escolar como un conjunto de técnicas y resultados que por momentos aceptan sin comprender su utilidad. Preguntan o se preguntan acerca de su utilidad, pero también acerca de la verdad de sus afirmaciones, de la certeza de sus resultados. Y a veces en esos cuestionamientos, se responden ellos mismos y las respuestas que dan no son las que esperaríamos y desearíamos los docentes.

Desde el punto de vista cognitivo, es preciso reflexionar acerca de la certeza en los resultados matemáticos. La certeza de algo, permite afirmar que eso es verdad. En la visión clásica, es la razón la que otorga certeza a las afirmaciones de la matemática por medio de la deducción lógica. Sin embargo, una situación que encontramos en el aula de matemática es la siguiente: se enuncia una propiedad y se la demuestra, a continuación los alumnos prueban en casos particulares para convencerse de que lo que dice la proposición es cierto. Entonces, la demostración deductiva no les ha dado certeza de que la propiedad se verifica... La verificación con ejemplos les da más certeza, les parece un medio más seguro. Otras veces, al proponer el docente que se efectúe una demostración formal de la propiedad, los alumnos manifiestan que no es necesaria pues están convencidos de su validez, porque es evidente. Es posible preguntar entonces cuáles son sus criterios de validez, cuáles son las fuentes de conocimiento en las que confían.

Según algunas investigaciones, la intuición por sí sola no da certeza para comprobar afirmaciones matemáticas; debe complementarse con la razón. La intuición está caracterizada por dos propiedades fundamentales: inmediatez y certidumbre. La primera se une a la evidencia intrínseca y la segunda no se relaciona con la certidumbre como forma convencional, sino como un significado práctico de la misma (Fischbein, 1987). La razón actúa controlando a la intuición espontánea.

En el escenario escolar, la aparición de dudas y certezas de los estudiantes se relacionan con sus concepciones y convicciones. Existen investigaciones acerca de los esquemas de convicción de los estudiantes (Harel & Sowder, 1998). Existen esquemas de convicción externos, empíricos o deductivos. Los externos validan las conjeturas basándose en una única fuente de conocimiento externa del estudiante. Pueden ser por autoridad, rituales o simbólicos. Un esquema ritual se refiere a la aparición de ciertas estructuras con aspecto de demostración, que repite argumentaciones similares desde el punto de vista formal a algunas que han sido aceptadas anteriormente. Un esquema por autoridad, consiste en adquirir la convicción de un resultado porque lo dice alguien, como el docente, o porque se encuentra en un libro. El criterio de autoridad refleja la confianza en la infalibilidad de la fuente. En el esquema simbólico, las conjeturas se validan porque la argumentación presentada tiene un estilo simbólico, o sea que se encuentra formalizada a través de símbolos matemáticos. En los esquemas empíricos, la certeza se adquiere a partir de la observación o de la experimentación concreta. Estos pueden ser perceptivos o inductivos, según la validación se realice por medio de imágenes mentales creadas a partir de la percepción o de la evaluación cuantitativa de uno a más casos concretos. Los esquemas de validación deductivos o analíticos, se basan en las deducciones lógicas y se dicen axiomáticos cuando parten de principios no demostrados previamente o axiomas, o transformativos cuando incluyen inferencias deductivas a partir de otras afirmaciones o imágenes. Cada uno de estos esquemas de convicción, da origen a argumentaciones que tienen cierto grado de aceptación como demostraciones dentro del aula, según sean los criterios con los que adhieren los estudiantes. Algunas afirmaciones les resultarán evidentes, otras requerirán de demostración.

Ejemplos de distintos esquemas de convicción en el aula de matemática actual

En el aula, pueden reconocerse todos los esquemas de convicción propuestos por Harel y Sowder en distintos momentos de nuestras clases. Se presentan a continuación algunos ejemplos en los que éstos se ponen de manifiesto.

Los *esquemas deductivos* serían los que propondría una visión aristotélica como generadores de certeza, sin embargo en el aula de matemática también se encuentran presentes los otros esquemas no deductivos e incluso a veces los alumnos los prefieren pues los sienten más comprensibles y fiables, aún cuando sean lógicamente incorrectos (Crespo Crespo, Farfán y Lezama, 2009).

Ante una propiedad, puede ser creída y defendida según ciertos *esquemas de autoridad*. Hace un tiempo, esa autoridad para determinar la validez de una afirmación matemática era depositada por los alumnos en el libro, en el docente, en el hermano mayor que estudiaba ingeniería; actualmente es el recurso tecnológico y sus resultados los que son tomados como depositarios de la autoridad. Esta común que se sintieran convencidos de que algo estaba bien “porque el profesor lo dijo”, o “porque lo leí en un libro”. En la actualidad, es posible encontrar en el aula de matemática situaciones en las que los alumnos han cambiado ese concepto de autoridad académica y existen situaciones de aula que se pone de manifiesto la autoridad que los estudiantes otorgan a la calculadora (Crespo Crespo, 2009). Por ejemplo, ante el resultado de una ecuación que involucre un número irracional, se pone de manifiesto que los estudiantes no diferencian entre los números irracionales y sus aproximaciones y no aceptan que se trate de un número, si el resultado es una expresión que contiene operaciones, en este caso radicación. Expresan la necesidad que sienten de realizar las operaciones y devolver un resultado en el que no aparezcan operaciones. Para ellos los resultados deben ser expresados en sistema decimal, tal como la calculadora los expresa. El resultado válido para ellos es el que da la calculadora... Los esquemas de autoridad siguen funcionando en el aula, pero en muchas oportunidades han desplazado su foco en relación a tiempos anteriores.

En otras situaciones, los alumnos transfieren *esquemas de resolución* de un tema a otro e intentan aplicarlos en ese momento, por ejemplo "*para maximizar o minimizar algo, debo derivar e* *igualar la derivada primera a cero*". Es posible encontrar casos en los que intentan aplicar este razonamiento a un problema de teoría de grafos en el que se pide la cantidad mínima de aristas para realizar un camino entre dos vértices, tras obtener el resultado mediante algún algoritmo de teoría de grafos, intentan buscar una función para minimizar para validar la respuesta obtenida. Se pone de manifiesto en este ejemplo un esquema de convicción de carácter ritual, ya que intentan transferir la noción analítica de minimización a otra construcción matemática. Es usual encontrar este tipo de transferencias: si un método de resolución ha funcionado en determinado ámbito, ¿por qué no transferirlo a otro? Para evitar este tipo de esquemas, debería explicitarse claramente el alcance de los métodos aplicados.

Los ejemplos de *convicción por simbolismo*, constituyen una consecuencia de pensar que todo pensamiento matemático debe ser expresado simbólicamente, de manera formal. Es habitual que si se pide a los alumnos una demostración la expresen con sus palabras y no la acepten sin embargo, como prueba de certeza para la matemática. Después de haber explicado y justificado cada paso, piden que se escriba simbólicamente la demostración. Les cuesta aceptar la corrección de una demostración matemática en la que no aparecen símbolos. Incluso en oportunidades en las que se involucran figuras de análisis en los razonamientos algunos estudiantes rechazan los mismos pues consideran que en una demostración matemática no se pueden involucrar ideas que se extraigan de representaciones gráficas (Crespo Crespo, 2007). Claramente se trata de una confusión entre los términos formalismo y rigor. Los estudiantes que han comprendido la importancia de la demostración deductiva en la matemática suelen unir estas ideas con la escritura simbólica y formal.

En el otro extremo, se encuentran estudiantes que se resisten a la idea de considerar a un papel tan central para las demostraciones deductivas. Los *esquemas de convicción perceptivos* se encuentran relacionados por lo general con la visualización. Como ejemplo de su presencia en el aula, podemos mencionar el uso de figuras de análisis, o bien la prueba de que una propiedad es cierta a través de verificarla en una figura trazada por el alumno. Es usual recibir como respuesta: *"¿por qué tengo que demostrarlo, si 'se ve'?"*. “Ver” el cumplimiento de una propiedad parece para ellos suficiente para poder generalizarla y utilizarla. También en esta categoría se encuentran las argumentaciones que utilizan material concreto o manipulativo, como trozos de papel, cubos, geoplano, etc. En la verificación de una propiedad en varios ejemplos, se manifiestan los esquemas inductivos. Este tipo de convicción obtenida a partir de la presentación de uno o varios ejemplos, es muy utilizada por los estudiantes.

La intuición es subjetiva, depende de a qué esté habituado cada uno, el tipo de intuición que posee (Bunge, 1965). La evidencia depende asimismo de la práctica y la familiaridad que se tenga con ciertos objetos y procesos (Crespo Crespo, 2008). Un ejemplo en el que se ponen de manifiesto estas características es el siguiente: la transitividad en las relaciones de equivalencia era considerada por Descartes una intuición, pero para Piaget era adquirida por medio de la organización lógica del pensamiento. Piaget utiliza los términos intuición y pensamiento intuitivo frecuentemente, pero no profundiza en el entendimiento del mecanismo intuitivo.

Por otra parte, a veces la intuición puede generar obstáculos en la enseñanza. Para ejemplificar esta afirmación, pensemos en relación con el aprendizaje del concepto de infinito. Desde tiempos remotos, se asumió una de las nociones comunes enunciadas por Euclides: *"El todo es mayor que las partes"*. Se trata indudablemente de un enunciado de fuerte contenido intuitivo, parece evidente lo afirmado. Sin embargo, Galileo identificó la existencia de una biyección entre los números naturales y sus cuadrados; se trata de un ejemplo en el que el todo tiene la misma cantidad que una de sus partes. Este problema se presentó al querer extender propiedades de conjuntos finitos a conjuntos infinitos, desde el punto de vista didáctico, se pone en evidencia un obstáculo epistemológico en el que la naturaleza de los conceptos involucrados es radicalmente distinta y la intuición no puede dar una respuesta. A pesar de que se analicen y construyan en el aula características del infinito, los estudiantes no terminan de aceptar con convicción las mismas (Lestón, 2008) y manifiestan que existe un engaño.

ALGUNAS REFLEXIONES

Los esquemas de convicción analizados y ejemplificados en este artículo, muestran que no siempre la argumentación deductiva es sentida como una "demostración" válida por parte de nuestros estudiantes, no siempre es para ellos el método para llegar a la convicción y a asumir la verdad de una afirmación matemática. El tipo de argumentación que caracteriza la práctica social de demostración para la comunidad matemática, no cumple la finalidad de validación en el aula. La transferencia de las argumentaciones construidas en la comunidad matemática al aula no se realiza exitosamente. No son estas argumentaciones las que permiten a los estudiantes convencerse de la verdad de una afirmación matemática. Para los alumnos de nuestras escuelas, la verdad no es algo abstracto, algo es verdadero para ellos cuando pueden verificarlo, tanto de manera empírica como a través de sus aplicaciones, o incluso mediante simbolismos. Aún cuando a veces acepten lo que les decimos en el aula, consideran estas afirmaciones como algo alejado de la verdad, de aquello que consideran que es verdadero en sus escenarios cotidianos, en los que tiene gran influencia la tecnología y la experiencia perceptiva.

En nuestra disciplina, se ha intentado un discurso matemático escolar en el que prevalecen las presentaciones despersonalizadas, expuestas de manera racional y que presenten un desarrollo progresivo y lógicamente ordenado de los temas a enseñar. Estas ideas se ponen de manifiesto en algunos libros de texto de matemática y en las presentaciones que se realizan de algunas temáticas en las aulas. En muchas oportunidades, en las clases de matemática son presentados resultados y secuencias que no tienen en cuenta la manera en las que se construyó el conocimiento matemático, se plantean resultados, se presenta a la matemática como reglas que se aplican. Las investigaciones actuales en matemática educativa vienen proponiendo en los últimos tiempos un cambio del discurso matemático escolar a través de la reflexión acerca de lo cultural y su papel en la construcción del conocimiento matemático. La componente social en este cambio será vital y en ella deberemos fijar nuestra atención entre otros factores, en las formas de comunicación del conocimiento que utilizan nuestros estudiantes, en cómo incorporan a sus actividades académicas escolares, diversos recursos y creencias. De esta manera se podrá comprender también de qué forma se puede favorecer a la comprensión y construcción de los contenidos matemáticos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Barbero, J. (2008). Reconfiguraciones de la comunicación entre escuela y sociedad. En E. Tenti Fanfani (Comp.) *Nuevos temas en la agenda de política educativa* (pp.65-99). Buenos Aires: Siglo XXI.

Bourbaki, N. (1976). *Elementos de historia de las matemáticas*. Madrid: Alianza.

Bunge, M. (1965). *Intuición y ciencia*. Buenos Aires: EUDEBA.

Carpio, A. (2003). *Principios de Filosofía*. Buenos Aires: Glauco.

Crespo Crespo, C. (2005). *El papel de las argumentaciones matemáticas en el discurso escolar. La estrategia de deducción por reducción al absurdo*. Tesis de Maestría no publicada. CICATA del IPN, México.

Crespo Crespo, C. (2007). *Las argumentaciones matemáticas desde la visión de la socioepistemología.* Tesis de Doctorado no publicada. CICATA-IPN, México.

Crespo Crespo, C. (2008). La intuición y la razón en la construcción del conocimiento matemático. P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. Volumen 21. México: Clame (717-727)

Crespo Crespo, C. (2009). La comprensión y significado de los números irracionales en el aula de matemática. *Revista Premisa* 11(41), 21-39.

Crespo Crespo, C., Farfán, R. M. y Lezama, J. (2009). Algunas características de las argumentaciones y la matemática en escenarios sin influencia aristotélica. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa* 12(1), 29-66.

Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics. An educational approach.* Dordrecht: Reidel.

Harel, G. y Sowder, L. (1998). Student,s proove schemes: results from exploratory studies. *CBMS Issues in mathematicas education 7*, 234–283.

Lestón, P. (2008). Ideas previas a la construcción del infinito en escenarios no escolares. Tesis de maestría no publicada. CICATA-IPN, México.