GeoGebra en la Escuela Secundaria. Relato de experiencia de formación a distancia con profesores del nivel

Marina Nagel y Fabiana Montenegro
Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas de la Universidad Nacional del Litoral. Escuela Normal Superior N°32 'Gral. José de San Martín', (Santa Fe)
nagel_marina@yahoo.com.ar, montenegrofabiana@yahoo.com.ar

Resumen

Los nuevos escenarios educativos brindan la posibilidad de incorporar recursos de enseñanza vinculados con las tecnologías de la información y la comunicación. El presente artículo describe la propuesta de un Curso de Extensión a Distancia destinado a docentes y futuros docentes de la actual escuela secundaria, enfatizando en los marcos didácticos que la sustentaron. La propuesta se planteó como un espacio de resolución de situaciones problemáticas relacionadas con los ejes Geometría y Funciones, de reflexión didáctica y de elaboración de secuencias de enseñanza, al tiempo que se profundizaba en el uso del entorno GeoGebra.

Palabras clave: GeoGebra, Geometría, Funciones, escuela secundaria

Introducción

En muchas de las escuelas secundarias de nuestro país contamos hoy con nuevos escenarios educativos a partir de la incorporación de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC's), más aún a partir del plan Conectar Igualdad en el que los alumnos y profesores de las escuelas secundarias públicas han recibido las netbooks. Esta realidad compromete a los docentes y a las instituciones educativas a aprovechar al máximo los beneficios de estas herramientas en los procesos de enseñanza y aprendizaje y a su vez ofrece una nueva oportunidad para revisar prácticas de enseñanza a partir de su incorporación.

Distintos investigadores (Trouche, 2009, 2011; Acosta Gempeler, 2005, 2012; Artigue, 2003, 2007, 2011; Santos Trigo, 2003, Arcavi y Hadas, 2000; Balacheff 2000, entre otros) han estudiado los múltiples factores que intervienen a la hora de incorporar las tecnologías de la información y comunicación (TIC's) en las clases de matemática.

Uno de dichos factores consiste en la formación continua demandada a los profesores acerca de las nuevas competencias tecnológico-matemáticas que se espera desarrollen en relación a elaborar y llevar a cabo propuestas educativas que involucren a las TIC's en la enseñanza, en este caso, de la matemática.

El presente artículo describe la propuesta de un Curso de Extensión a Distancia destinado a docentes y futuros docentes de la actual escuela secundaria de Argentina, con la intención de contribuir a la formación profesional continua, ofrecido por la Universidad Nacional del Litoral, durante cuatro meses por medio de una plataforma Moodle.

La capacitación giró en torno al software libre GeoGebra, elegido no sólo por sus potencialidades matemáticas y didácticas sino también por estar en las notebooks de alumnos y profesores. La propuesta no estuvo focalizada en la enseñanza y aplicación del software –aunque no se descuidó- sino en el análisis didáctico sobre cómo esta herramienta tecnológica influye o podría influir en las prácticas de enseñanza y en los *'modos de hacer matemática'* que proponemos a los alumnos de la escuela secundaria.

Para tal fin se elaboró una guía de referencia en formato de cuadernillo con situaciones problemáticas mediadas por el software, en torno a los ejes Geometría y Funciones, acompañadas por lecturas didácticas para posibilitar un proceso reflexivo del instrumento que supere un mero uso ostensivo y dar fundamento a las secuencias de enseñanza elaboradas por los docentes durante el curso. Como ya se dijo, el proceso fue acompañado tutorialmente a través de la página web de la institución organizadora posibilitando el intercambio entre colegas a través de distintos foros.

MARCO DE REFERENCIA DE LA PROPUESTA

Algunas de las preocupaciones de los investigadores en Didáctica de la Matemática se relacionan con el desarrollo de secuencias de enseñanza que contemplen: el tratamiento integrado de las representaciones semióticas de un mismo objeto matemático, el tratamiento dinámico mediado por los software que favorecen la búsqueda de regularidades y la modelización de distintas situaciones, el desarrollo de distintos procedimientos en la resolución de problemas y sus modos de validación matemática, entre otras.

Hoy el desafío de *hacer Matemática en el aula* implica para los docentes no sólo superar algunas tradiciones que devienen de nuestros propios recorridos formativos sino también el replantearnos el rol de la tecnología en el proceso de enseñanza y aprendizaje: o es una herramienta útil pues proporciona precisión, rapidez y motivación o elaboramos estrategias que permitan un equilibrio entre el valor epistémico y el pragmático que posee.

A partir de estas ideas fue que nos propusimos desarrollar una propuesta entre profesores en ejercicio y estudiantes avanzados, con la intención de promover la organización de una clase de Matemática en la que alumnos, docente y conocimiento se relacionen mediados por el instrumento tecnológico, con centralidad en la actividad matemática explicitada y superando dinámicas tradicionales.

En consecuencia establecimos como objetivo del curso ampliar las herramientas del docente mediante el uso del software GeoGebra a fin de:

- Promover la resolución de problemas como modo de abordar la modelización matemática.
- Desarrollar la capacidad de visualización para colaborar en la construcción significativa de conocimientos.
- Auspiciar una actividad matemática que promueva la exploración, la elaboración de conjeturas y su demostración para el tratamiento de conceptos desde los diferentes registros de representación.
- Generar espacios de reflexión y producción colaborativa de secuencias didácticas integradas a partir de los ejes trabajados (Geometría y Funciones).

Con respecto a la resolución de problemas Brousseau (1993) señala que el docente "debe rehacer matemáticas conocidas buscando qué tipo de problemas permiten resolver, qué tipo de preguntas conducen a plantear… [Pero] resolver un problema es sólo una parte del trabajo, encontrar buenas preguntas es tan importante como encontrar sus soluciones". Por otra parte, no se trata de presentar problemas aislados sino *organizados en secuencias* que promuevan avances en la construcción de los conceptos matemáticos involucrados tensionando los conocimientos que se disponen.

En relación a lo anterior recordemos que entre las hipótesis que Douady y Perrin mencionan para la construcción de una secuencia de aprendizaje, se encuentran la interrelación concepto-problema:

- Los conceptos toman su sentido gracias a los problemas que permiten resolver. Cada nuevo problema contribuye a enriquecer el concepto.
- Un nuevo concepto se construye también situándose en relación a los conocimientos ya adquiridos, sea para ampliarlos y generalizarlos, sea para cuestionarlos y construir otros nuevos mejor adaptados al problema propuesto.
- Un problema hace en general intervenir varios conceptos. Cada uno toma su sentido en las relaciones que establece con los otros conceptos implicados en el problema.

Respecto de la modelización matemática, adoptamos el modo de entenderla que plantean Segal y Giuliani (2008) quienes la conciben como un proceso que atraviesa distintos momentos: recortar una problemática frente a cierta realidad, identificar un conjunto de variables pertinentes a esa problemática, producir relaciones entre las variables tomadas en cuenta, elegir una teoría para operar sobre las relaciones y producir conocimiento nuevo sobre dicha problemática, integrando conocimientos de diferente naturaleza y abarcando el quehacer matemático, superando en parte la naturalizada fragmentación de su tratamiento.

Otro de los aspectos en los que focalizamos la propuesta fue la visualización. En relación a ella distintos investigadores (Castro y Castro, 1997; Cantoral y Montiel, 2002) acuerdan que al realizar la actividad de visualización se requiere de la utilización de nociones matemáticas asociadas a diferentes ámbitos (numéricos, gráficos, algebraicos, verbales).
Según Castro y Castro,

La capacidad para visualizar cualquier concepto matemático o problema, requiere habilidad para interpretar y entender información figurativa sobre el concepto, manipularla mentalmente y expresarla sobre un soporte material. Cuando se usan las representaciones gráficas de conceptos matemáticos como herramientas para interpretar conceptos o resolver problemas, la visualización no es un fin en sí mismo sino un medio para llegar a la comprensión de alguna propiedad específica de un concepto o alguna relación importante para la resolución de un problema a través de un diagrama, un dibujo o una gráfica (1997, pp. 97-98)

Sin embargo aunque es reconocida la importancia de las imágenes visuales en las actividades cognitivas, el hecho de que las representaciones visuales permanecen en segundo término tanto en los desarrollos de la Matemática como en su enseñanza, acentúa una dificultad presente en la comprensión de toda noción matemática, que es la de articular los diferentes registros semióticos. Según Duval (1998) la necesidad de proporcionar representantes de los objetos matemáticos radica en que éstos no son directamente accesibles por la percepción o por una experiencia intuitiva inmediata tal como los objetos comúnmente llamados reales o físicos.

> Dominar un concepto matemático consiste en conocer sus principales representaciones y el significado de cada una de ellas, así como operar con las reglas internas de cada sistema y en convertir o traducir unas representaciones en otras, detectando qué sistema es más ventajoso para trabajar con determinadas propiedades (Castro y Castro, 1997, p. 103)

En relación a lo anterior Bosch (2001) señala la no preeminencia entre registros desde el punto de vista de su función en el trabajo matemático: todos tienen igual valor.

En concordancia con los objetivos del curso y las perspectivas teóricas que mencionamos en relación a ellos, fue que elegimos el software GeoGebra al considerar que permite potenciar la conexión entre los diferentes registros semióticos de una noción matemática y su visualización -colaborando con el aprendizaje de la misma-, realizar un tratamiento interactivo e integrado de distintos conceptos matemáticos, así como facilitar la exploración, el ensayo y la modelización de los problemas planteados.

DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA

El cuadernillo elaborado estuvo organizado en cuatro módulos. El primero referido a nociones preliminares respecto del uso del software GeoGebra, el segundo y tercero a problemas geométricos y de funciones, respectivamente, con dicho entorno y el cuarto al tratamiento analítico de problemas geométricos con este software.

En cuanto a las nociones preliminares sobre GeoGebra desarrolladas en el módulo uno, describimos la utilidad y el uso de las diferentes ventanas que ofrece, incluyendo la descripción de los menús y herramientas disponibles y las principales potencialidades que lo transforman en uno de los software libre e interactivos de matemática que reúne dinámicamente geometría, álgebra y cálculo. En este módulo también planteamos algunos problemas iniciales de Geometría y Funciones y propusimos gran parte del marco teórico didáctico que fundamenta la propuesta.

Un marco que se resaltó en la propuesta fue la resolución de problemas. Este modo de entender el hacer matemática no es nuevo y lo encontramos de manera excluyente en los Documentos Oficiales Nacionales y Jurisdiccionales (Diseños Curriculares Jurisdiccionales, Núcleos de Aprendizajes Prioritarios del 3° Ciclo, etc.). Pero por nuestra experiencia en la formación docente, consideramos que no son prácticas que se viven naturalmente en las aulas como motor para la construcción de conceptos matemáticos. Por lo que consideramos que esta instancia de capacitación se presentaba como una oportunidad más para revisar su presencia.

Esta referencia al trabajo con problemas alude al planteo de situaciones de enseñanza en las que los alumnos pongan en juego los conocimientos que poseen, los cuestionen, los modifiquen o los hagan avanzar, generando nuevos conocimientos.

Así, para que una actividad sea considerada un problema, es necesario que genere incertidumbre en el alumno, que pueda desarrollar distintas estrategias para su resolución, que le permita probar, equivocarse, recomenzar a partir del error, construir modelos, proponer soluciones, defenderlas, discutirlas, comunicar los procedimientos y conclusiones. Y además, construir una nueva (o mejor) imagen respecto a la Matemática, cómo se hace matemática, cómo se aprende, pero fundamentalmente, una mejor imagen de ellos mismos haciendo matemática, por eso nos parece central pensar en la posibilidad de plantear propuestas de enseñanza que les permitan a los alumnos “poder vivirla” en las aulas, como dice Brousseau.

En cuanto a los problemas geométricos y el entorno GeoGebra, focalizamos el trabajo en la geometría sintética, la geometría de la construcción, tan abandonada en la escolaridad secundaria y de tanta riqueza para abordar el establecimiento de relaciones que habiliten el trabajo matemático en relación a la elaboración de conjeturas y su validación, con la intención de que los argumentos esgrimidos por los alumnos pasen de sustentarse en procesos empíricos a procesos deductivos, como modo de avanzar hacia el complejo proceso de demostración.

Sin dudas el uso de software posibilita otros modos de ‘hacer’ en la clase de matemática, ya que los estudiantes pueden enfocar su atención en procesos de análisis de regularidades, que permiten la modelización, la toma de decisiones, el razonamiento y la resolución de problemas, tal como lo plantean Arcavi y Hadas:

> Los ambientes dinámicos no sólo permiten a los estudiantes construir figuras con ciertas propiedades y visualizarlas, sino que también les permite transformar esas construcciones en tiempo real. Este dinamismo puede contribuir en la formación de hábitos para transformar (mentalmente o por medio de una herramienta) una instancia particular, para estudiar variaciones, invariantes visuales, y posiblemente proveer bases intuitivas para justificaciones formales de conjeturas y proposiciones (citado en Santos Trigo, 2007, p. 39).

En este sentido, nos interesó destacar la importancia de la tecnología en los procesos que enfrentan los estudiantes al visualizar, conjeturar, formular y utilizar argumentos matemáticos. Para ello planteamos a los docentes una secuencia en la que se articularon distintos conceptos y propiedades, diferentes tipos de tareas (construir, conjeturar, clasificar, demostrar, argumentar, etc.) y múltiples técnicas o modos de hacer en cada situación, para evaluar profesionalmente el potencial de este tipo de software en la enseñanza de la Matemática, aportando al uso de la tecnología en la escuela (Chevallard, 1997).

Además consideramos importante analizar con los colegas el papel de las representaciones en geometría (más aún en propuestas de actividades mediadas por la presencia de un fuerte instrumento ostensivo) y las dificultades en relación a la elaboración de conjeturas y la demostración. En este sentido, Berté (1999, p. 75), plantea que “para los que se inician en geometría, una gran dificultad es la de evitar la confusión entre los objetos geométricos, que son conceptos, y sus representaciones que son figuras dibujadas materialmente.” Por otra parte la autora advierte sobre el sentido del verbo construir, que no es el mismo para el profesor que para el alumno, ya que para el primero significa hacer una construcción geométrica razonada, mientras que para los alumnos ‘construir’ significa realizar un dibujo.

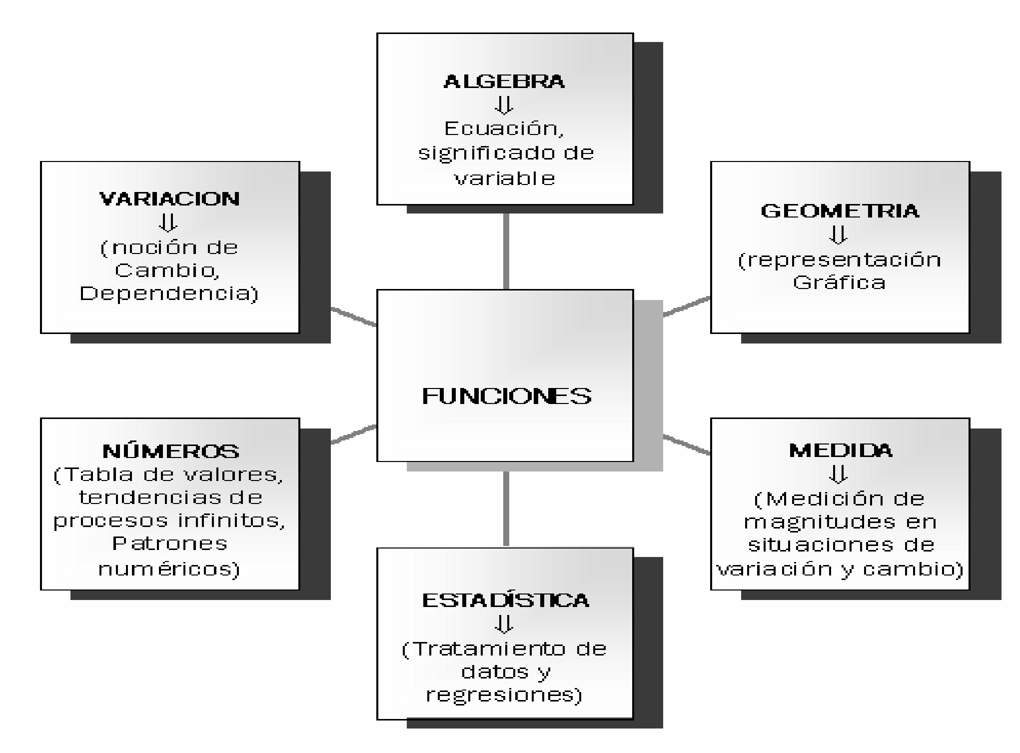
Con respecto a los procesos de validación y demostración en la escuela secundaria, nos interesa enfatizar en los docentes la posibilidad de iniciar al alumno en esta actividad característica de la disciplina, sin pretender desarrollarla tal como se exige en otros niveles de trabajo matemático. Por eso consideramos importante partir de situaciones que provoquen e instalen en la vida del aula de matemática, el planteo de preguntas y conjeturas, su validación (sin recurrir a la constatación empírica), las reglas del debate y la argumentación matemática, para fomentar el pasaje hacia explicaciones basadas en la deducción, así como reflexionar sobre estos procesos, propios del trabajo matemático.

A modo de aclarar y convenir qué entenderemos por validación y demostración en este nivel educativo, consideramos lo propuesto por Itzcovich (2010) y Balacheff (1982). El primero define a la validación como la decisión autónoma del alumno acerca de la verdad o falsedad de su respuesta, que no se establece empíricamente sino que se apoya en las propiedades de los objetos geométricos, considerando la importancia de establecer relaciones y condiciones de validez general. Por su parte, Balacheff define a la demostración como una herramienta explicativa basada en un sistema común de validación construido y aceptado por el alumno y su grupo, que va más allá de la exposición de los pasos realizados para llegar al resultado, sino involucra la explicación de por qué se realizaron esos pasos y de los teoremas e ideas que avalan el procedimiento utilizado.

Una cuestión que nos parece importante en estos procesos de validación y demostración, es la comunicación oral y escrita que debe estar presente en las actividades de los alumnos, que aún incompletas, imprecisas y poco formales, representan un aporte sustancial al proceso alfabetizador, pero además a la constitución de la ciudadanía (porque se ponen en juego las reglas sociales del debate) y a una mirada epistemológica que supere ver este conocimiento como netamente aplicacionista y utilitarista.

En el Módulo tres explicitamos consideraciones didácticas referidas a los procesos variacionales, en los cuales se encuadran las funciones. La potencia de este campo conceptual, a través de los conceptos y procedimientos involucrados permite a los alumnos:

- desarrollar capacidades para analizar, organizar y modelizar matemáticamente problemas relacionados con situaciones propias de la actividad práctica del hombre, de otras ciencias y las propiamente matemáticas, en las que la variación es el sustrato.
- unificar diversos conceptos, superando la fragmentación de la matemática escolar tradicional, planteado a través de esta red de conceptos:
-



Tal como lo expresan Vrancken, Engler y Müller (2009, p. 2):

> La construcción del concepto de función, como tantos otros, es un proceso lento que presenta dificultades ya que supone el dominio e integración de diferentes conceptos (números reales, magnitudes, variables, etc.) debiendo articularlos bajo diferentes contextos de representación (coloquial, gráfico, numérico y analítico) e incluyendo procesos avanzados del pensamiento como abstracción, justificación, visualización, estimación, razonamiento.

A fin de favorecer la construcción procesual del pensamiento variacional consideramos sustancial:

- el tratamiento integrado de las representaciones semióticas del concepto de función (coloquial, gráfico, numérico y analítico) así como el análisis de las ventajas y desventajas de cada forma de representación según el contexto, ya que dará herramientas a los alumnos para decidir cuál utilizar según los aspectos que cada una de ellas pone de relieve.
- la posibilidad de proponer en la clase un trabajo reflexivo sobre los aspectos cualitativos que buscan indagar cómo cambian ciertas magnitudes en relación a la situación inicial y no sólo sobre los aspectos cuantitativos de la variación. Este acercamiento cualitativo al fenómeno les permitirá sacar algunas conclusiones, hacer las primeras predicciones y abrir el camino al análisis cuantitativo. Esta tarea inicial no excluye el trabajo posterior con aquellos fenómenos que se modelizan con variaciones lineales, cuadráticas, etc., atendiendo a un acercamiento sistemático mediante una clasificación de los modelos de acuerdo a la complejidad de su representación algebraica.
- el trabajo reflexivo con los alumnos en relación a situaciones en las que el cambio y la variación se presentan tanto en contextos continuos como en discretos.

En cuanto a los conceptos involucrados en las funciones polinómicas de primer grado, ahondamos en los posibles significados del coeficiente de la variable independiente a fin de que adquiera sentido en cada uno de los contextos de los problemas modelizados con estas funciones así como en las posibilidades que ofrece el software para explorar dichos significados.

Se enfatizó en que una función afín representa un modelo de crecimiento uniforme analizando cómo se manifiesta este crecimiento en una tabla de valores y en un gráfico cartesiano, como puntapié para continuar luego con fenómenos de variación no uniforme.

En relación a la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita del tipo $ax+b=c$ donde $a, b, c \in R$, acordamos con la propuesta del documento ‘Programa de Matemática de Primer Año’ de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, de iniciarla con la representación gráfica de la función y=ax+b como herramienta para la obtención de una solución aproximada, esto es, buscando aquellos valores de la variable independiente donde la función tome un cierto valor predeterminado. Pensar una ecuación como una condición que se impone sobre el dominio de una función pone en juego la idea de variable de una función, por sobre una idea más estática de incógnita de una ecuación.

En este sentido se propone que la resolución de otras ecuaciones del tipo ax+b= cx+d, puede luego abordarse graficando las funciones que aparecen en cada miembro y buscando los puntos de "encuentro" de dichas funciones al tiempo que se ejercita la operatoria algebraica.

Esta opción permite que, en un primer momento, los estudiantes puedan coordinar la información que obtienen gráficamente con la que surge del tratamiento algebraico de la correspondiente ecuación, aprendiendo que un marco (ya sea el gráfico o el algebraico) puede actuar como control del otro.

Este tratamiento permitirá además plantear problemas en los que las ecuaciones que los modelizan tengan única solución, infinitas soluciones o no tengan solución y el debate acerca de las semejanzas y diferencias entre dichas ecuaciones seguramente contribuirá a una mejor conceptualización de la ecuación lineal con una variable.

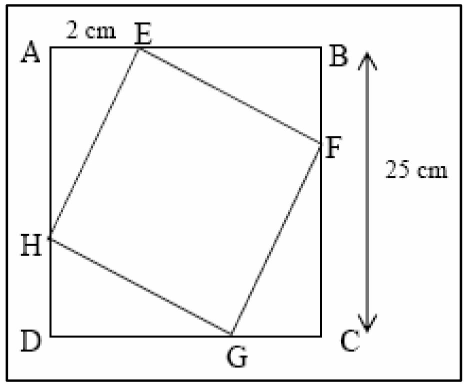
Para el abordaje de la proporcionalidad directa acudimos a Panizza y Sadovsky, en el que las autoras analizan las distintas variables que influyen y se interrelacionan en un conjunto de problemas para la construcción del campo conceptual de la proporcionalidad directa, a saber, los conceptos subordinados, el tipo de tarea, los posibles procedimientos de resolución, las diferentes formas de representación, etc., con el objeto de “de que sirva para que el docente elija un secuencia apropiada para cada situación didáctica particular, que tenga en cuenta las características de su grupo de alumnos” (Panizza y Sadovsky, 1994, p. 19)

El cuarto Módulo presentó situaciones problemáticas que integraran los dos ejes trabajados en el curso: Geometría y Funciones, y cuyo tratamiento se vea favorecida con el uso del entorno GeoGebra.

Se seleccionaron problemas en los que los profesores, apoyados en conocimientos geométricos, pudieran caracterizar el modo de variación de una función cuadrática y la forma de su gráfica, en principio sin la escritura de la expresión algebraica de la función.

Uno de los problemas abordados fue el siguiente:

Dado un cuadrado ABCD de 25 cm. de lado, se considera el cuadrado EFGH cuyos vértices están a una misma distancia de los vértices del cuadrado original, como se indica en la figura.
¿Cuál es el área de EFGH cuando la distancia de E a A es de 2 cm?
¿Habrá algún cuadrado construido de esta forma cuya área sea menor que el del ítem a? Si lo hay, encontrar alguno y decir cuál es la distancia que consideraste para encontrarlo.



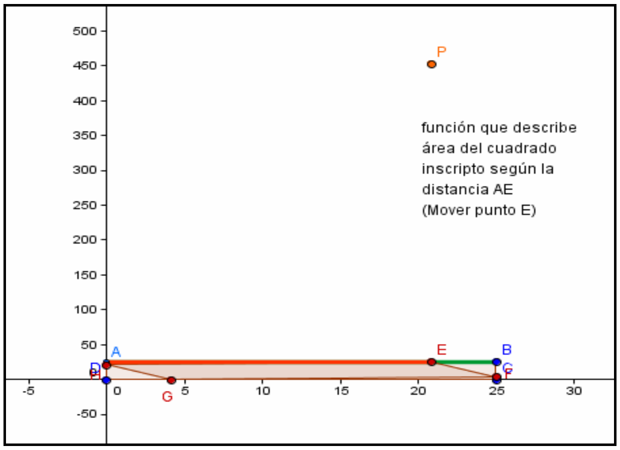
Este problema presenta, entre otras, las siguientes características para ser trabajado en la escuela secundaria:

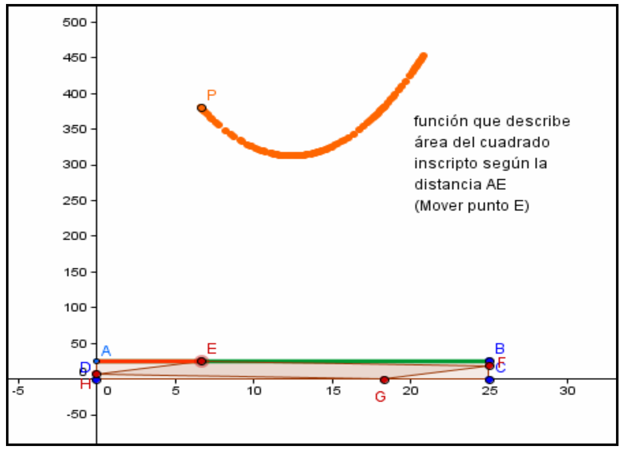
- no es inmediato el cálculo de las dimensiones del cuadrado interno,
- son 25 los valores enteros para intentar hacer una tabla que los incluya a todos.
- habilita la conjetura por parte de los alumnos, que apoyados en la tabla y en el dibujo, arriben a que el área es mínima cuando el valor del segmento AE es la mitad del lado del cuadrado grande.

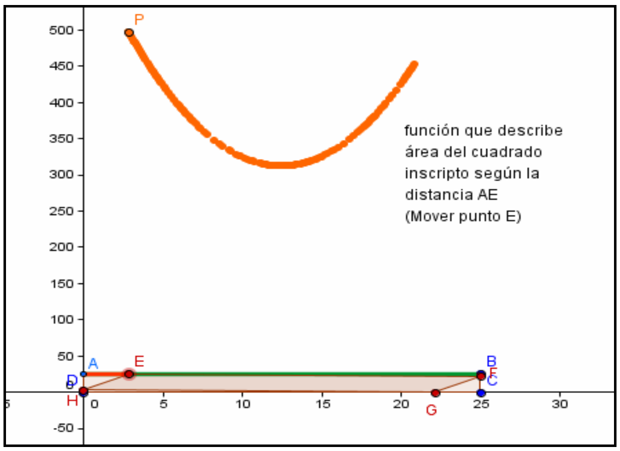
Por otra parte, plantea actividades propias del trabajo matemático, tales como:

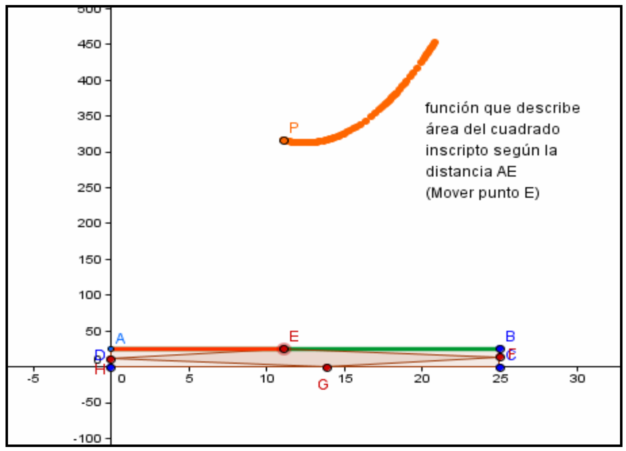
- Discutir y argumentar por qué EFGH es un cuadrado.
- Demostrar que el área es mínima cuando el valor del segmento AE es la mitad del lado del cuadrado grande.
- Encontrar una fórmula que permita calcular el área del cuadrado EFGH cuando la distancia a los vértices del cuadrado mayor es un número real x cualquiera.
- Comparar distintos procedimientos para calcular el área solicitada, etc.

A continuación presentamos imágenes secuenciadas de un documento que elaboró una de las alumnas-docente del curso a partir del problema anterior con las herramientas que ofrece el software trabajadas en el curso:









Por último, queremos comentar que la evaluación del curso se planteó no sólo como una instancia de acreditación sino como la oportunidad de intercambio y producción cooperativa de secuencias de enseñanza entre colegas de distintos lugares del país con el objeto de potenciar la creación de propuestas innovadoras y evitar que el trabajo docente se encapsule en el aula donde se trabaja.

En relación a la instancia virtual, el acompañamiento tutorial del proceso de los alumnos-docentes se focalizó en:

- ✓ Proponer lecturas y ejemplos referidos a otras herramientas del software que no figuraban en el cuadernillo, como la barra de navegación, el protocolo de construcción y la herramienta lugar geométrico.
- ✓ Alentar la participación en foros en relación al sustento matemático y didáctico de las secuencias abordadas.

- ✓ Evaluar los trabajos prácticos y trabajo final de los colegas y realizar las devoluciones con la intención de debatir didáctica y matemáticamente las propuestas.

A MODO DE CONCLUSIÓN

Consideramos que este curso representó una importante instancia de reflexión, revisión y capacitación continua, no sólo para los docentes participantes sino también para quienes propusimos la tarea.

Sabiendo lo complejo que resulta la tarea de enseñar, que no hay recetas para ella, que en las aulas reales se ha fortalecido otro tipo de trabajo y que no es sencillo abordar la enseñanza desde los posicionamientos didáctico-epistemológicos planteados, fue que intentamos brindar herramientas teóricas para la gestión de una clase que priorice el trabajo matemático de los alumnos por sobre la información brindada por el docente y la aplicación por parte de los alumnos, potenciadas con el instrumento tecnológico.

Destacamos como muy valioso y enriquecedor:

- ✓ El fomento de discusiones, intercambio de opiniones y de experiencias en los foros propuestos en cada módulo, tanto desde los sustentos matemáticos como didácticos.
- ✓ Las secuencias de enseñanza propuestas por los profesores con el entorno GeoGebra en relación a los dos trabajos prácticos solicitados oportunamente (uno con contenidos del eje Geometría y el otro con Funciones), así como la evaluación final, realizando actividades relacionadas al análisis didáctico de la propuesta planteada en cada caso, como favorecedora de habilidades propias del trabajo matemático fundado en la bibliografía trabajada.
- ✓ La predisposición de los colegas docentes para construir colaborativamente conocimiento profesional durante el curso y de socializar las secuencias de enseñanza elaboradas como evaluación final.

Si bien los soportes informáticos ofrecen interesantes posibilidades en el ámbito educacional, es indiscutible que deben encararse investigaciones profundas abocadas a la descripción y análisis de situaciones de enseñanza y aprendizaje generadas en ámbitos computacionales, de modo que vayan "constituyendo un cuerpo de resultados que aporten evidencias que respalden y den sentido a posibles propuestas curriculares que pretendan integrar nuevas tecnologías en las clases de Matemática" (Villareal, 2004, p. 54).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Agrasar, M. y Chemello, G. (2007) *Apoyo al último año de la secundaria para la articulación con el Nivel Superior. Resolución de Problemas, Matemática.* Ministerio de Educación de la Nación.

Artigue M. (2007). *Tecnología y enseñanza de las matemáticas: desarrollo y aportes de la aproximación instrumental*. Conferencia en la XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Julio, México.

Acosta Gempeler, M. Taller: C*abri, construcción y demostración, para la formación del profesorado.* Jornadas de Geometría con Cabri. UNAM. 09/05/2012.

Acosta Gempeler, M. (2005). *La Teoría Antropológica de lo Didáctico y las Nuevas Tecnologías*. Propuesta de comunicación para el Primer Congreso Internacional de Teoría Antopológica de la Didáctico, Octubre, España. Disponible en la web
http://www4.ujaen.es/~aestepa/TAD/Comunicaciones/Acosta.pdf.

Arcavi, A y Hadas, N. (2000). *El computador como medio de aprendizaje: ejemplo de un enfoque.* International Journal of Computers for Mathematical Learning 5: 25-15. Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands.

Balacheff, N. (1982). *Preuve et démonstration en mathématiques au collège*. En *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 3, 261-304.

Balacheff, N. (2000). Entornos informáticos para la enseñanza de las matemáticas: complejidad didáctica y expectativas. En N. Gorgorió, J. Deulofeu y A. Bishop (coords.), *Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional* (pp. 93-108). Barcelona: Graó.

Brousseau, G. (1993) *Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática*. N° 19. Facultad de Matemática, Astronomía y Física. Universidad Nacional de Córdoba.

Berté A. (1999) *Matemática dinâmica*. Buenos Aires: Editorial A-Z.

Blazquez, S., Ortega, T., Gatica, S., Benegas, J. (2006). Una conceptualización de límite para el aprendizaje inicial de análisis matemático en la Universidad. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 9 (2), 189-209.

Bosch, M. (2001). Un punto de vista antropológico: la evolución de los 'instrumentos de representación' en la actividad matemática, En L. Contreras, [et al.] (eds.), *Cuatro Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación*, 15-28. Universidad de Huelva.

Cantoral, R. y Montiel, G. (2002). Desarrollo del pensamiento matemático: el caso de la visualización de funciones. En C. Crespo Crespo (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. 15. 430-438. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Castro, E. y Castro, E. (1997). Representaciones y Modelización. Cap. IV. En: Rico, L. *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria.* Barcelona: Horsori.

Chevallard, Y., Bosch, M., y Gascón, J. (1997). *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: ICE/Horsori.

Douady, R.; Perrin, M. IREM de Paris Sud. 'Investigaciones en Didáctica de Matemáticas'. *Revista Hacer Escuela*, 9 (9). Buenos Aires.

Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hitt (Ed), *Investigaciones en Matemática Educativa II.* México: Grupo Editorial Iberoamericana.

Itzcovich, H. (2010). Mimeo del Encuentro con profesores. Proyecto de Mejora. Escuela Normal

Superior Nº 32 “General San Martín”.
Panizza, M. y Sadovsky, P. (1994). *El papel del problema en la construcción de conceptos matemáticos.* Flacso. Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe.
Panizza, M. y Sadovsky, P. (2002). *Programa para primero año de las Escuelas Medias de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires*: Secretaría de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.
Santos Trigo, L. (2007). La Educación Matemática, resolución de problemas, y el empleo de herramientas computacionales. Trabajo presentado en la XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Querétaro. México. p. 39.
Segal, S. y Giuliani, D. (2008). *Modelización matemática en el aula*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
Trouche, L. (2009). Recursos para procesar, aprender, enseñar el cálculo: nuevos modos de concepción y difusión”. *Tercer Encuentro Internacional sobre la Enseñanza del Cálculo.*, Saltillo (CUA) Disponible en:
http://www.unsam.edu.ar/escuelas/humanidades/escuela_invierno_2011/PROGRAMA.htm
Trouche, L. (2011). De los libros de texto a los recursos en línea: evoluciones tecnológicas, evolución de los acercamientos/enfoques didácticos. Mimeo de Escuela de Invierno en Didáctica de la Matemática. Buenos Aires.
Vrancken, S., Engler, A., Müller, D. *La variación y el cambio: tópicos para el desarrollo del pensamiento matemático*. Facultad de Ciencias Agrarias. Universidad Nacional del Litoral.
Villareal, M. (2004). *Transformaciones que las tecnologías de la información y comunicación traen para la educación matemática*. Yupana, Revista de Educación Matemática de la Universidad Nacional del Litoral 1, 41-55.