LAS FIGURAS DE ANÁLISIS EN LA ANTIGÜEDAD

Mónica Lorena Micelli y Cecilia Rita Crespo Crespo
Instituto Superior del Profesorado "Dr. Joaquín V. González".
Buenos Aires, Argentina
monikmathis@gmail.com , crccrespo@gmail.com

RESUMEN

En presente artículo se realiza un recorrido histórico dando registro de la existencia de las figuras de análisis en diferentes documentos matemáticos pertenecientes a variadas culturas. La investigación se enmarca dentro de los lineamientos de la construcción social del conocimiento matemático. En este artículo se realiza el relevamiento de documentos pertenecientes a distintas culturas, entre ellas la cultura egipcia, sumeria, griega, india y por último la china, detallando en cada una las características que poseen las figuras realizadas y destacando la importancia que tenía para cada una de estas culturas tan distintas en su concepción sobre la matemática.

Palabra clave: geometría, figuras de análisis, documentos históricos, antigüedad

"(…) la géométrie est l'art de bien raisonner sur des figures mal faites" Poincaré (1913, p.27)[1]

INTRODUCCIÓN. ORÍGENES DE ESTE TRABAJO

El presente artículo tiene sus antecedentes en una investigación centrada en la utilización en el aula de matemática de las figuras de análisis (Micelli, 2010). En dicha investigación se plantearon distintos interrogantes que surgieron a partir de la observación y detección de dificultades que presentaban los estudiantes de nivel terciario al emplear figuras de análisis en la resolución de problemas de carácter geométrico. Dificultades que los conducían a cometer errores basados en la no representación correcta de los datos dados en los enunciados de los problemas o, también se ha registrado casos en los cuales en la resolución se tomaban figuras que representan casos particulares, obviando, así, situaciones generales llegando a conclusiones erróneas o incompletas.
Pero antes de continuar, es necesario definir qué se entiende por figuras de análisis para la investigación mencionada. Se concibe como figura de análisis a "aquellos dibujos que pueden ser realizados a mano alzada o con el uso de regla pero sin respetar la medida o estar elaborada según una determinada escala numérica. Figuras o bosquejos que no poseen rigurosidad geométrica, en donde se vuelca la información dada como primer paso ya sea para resolver un problema geométrico, una demostración o realizar una construcción geométrica" (Micelli, 2010, p.11).
¿Cuál es el rol que juegan las figuras de análisis en el discurso matemático escolar? Para poder acercarnos a una posible respuesta se plantea, en función de lo observado, que en lugar de ser dichas figuras una herramienta útil para llegar a la solución de un problema se convierten en un

[1] Traducción "La geometría es el arte de razonar bien sobre figuras mal hechas"

obstáculo. Obstáculo que muchos de los alumnos no pueden superar pues no son consientes de la existencia del mismo, en la forma de confeccionar dichas figuras y la forma en que se trabaja con las figuras de análisis.

Con respecto al lugar que ocupan dichas figuras, Alsina plantea que “en nuestros días la imagen ha adquirido en todos los niveles comunicativos una importancia capital, sustituyendo en muchos casos a mensajes de otro tipo. (...) El dibujo tiene en Geometría doble interés: como lenguaje para meditar, ejemplificar o representar conceptos y propiedades, y como finalidad de representación fiel y rigurosa” (citado en Ferragina, Fisichella y Rey, 1999, p.32).

MARCO TEÓRICO

El marco en el cual se encuadra la investigación que aquí se presenta, es la socioepistemología teniendo presente las cuatro dimensiones que atraviesan toda construcción del conocimiento, a saber: la epistemológica, la vía en que ese saber se comunica, la cognitiva y no menos importante la dimensión social. “La visión de la socioepistemología acerca de la matemática considera cada una de las caracterizaciones que surgen en cada escenario, y a partir de ellas, considera que matemática es cada una de ellas, es todas ellas. Cada una, como reflejo del escenario correspondiente, pues la ve como una ciencia que se aprende durante toda la existencia del ser humano de cada sociedad, como producto de las construcciones que realiza en relación con los objetos matemáticos que en ella se construyen socioculturalmente” (Crespo Crespo, 2007, p.40). Por ello, es que se considera de importancia indagar en qué forma aparecen las figuras de análisis y que significado le asignaban otras culturas a las mismas. La investigación en este campo, según las palabras de Castañeda, otorga “un estatus de constructor del conocimiento matemático al sistema social y a sus actores –que no necesariamente pertenecen a la elite erudita-, admitiendo sus prácticas cotidianas y el saber que de ellas se deriva” (2002, p.31).

Uno de los interrogantes que surgieron fue: ¿cómo surge el uso de las figuras de análisis en el ámbito escolar? Se orientó, así, la mirada a otros escenarios realizando un relevamiento bibliográfico con la intención de buscar y registrar la existencia de figuras de análisis en variados documentos de contenido matemático pertenecientes a distintas épocas, intentando analizar cómo dichas figuras se ven influenciadas por la cultura dentro de la cual fueron creadas. En este artículo no se intenta hacer un relevamiento completo y minucioso de la presencia de las figuras de análisis a lo largo de toda la historia de la matemática, sino que se pretende identificar la presencia y analizar el uso de estas figuras en algunas culturas pertenecientes a distintas épocas de la historia. Muchos de los documentos presentan dibujos que acompañan la resolución de un problema matemático (en particular geométrico). Se analizará si estos dibujos pueden considerarse figuras de análisis que se caracterizan por servir de guía en la resolución del problema, exteriorizando el proceso de visualización que el sujeto que se enfrentó al problema debió recorrer. A continuación se presentará lo indagado en varias culturas que datan desde papiros del antiguo Egipto hasta la edad contemporánea.

EN PAPIROS DEL ANTIGUO EGIPTO

Los conocimientos matemáticos que nos han llegado de este pueblo los encontramos, mayormente, en los papiros que se han conservado hasta nuestros días, siendo verdaderos testimonios del desarrollo matemático que el pueblo egipcio poseía. Recordemos que sus problemas matemáticos estaban muchas veces asociados a los problemas de división del terreno a partir de las crecientes del río Nilo, por tal motivo los problemas, en general y más aún los geométricos, eran de carácter práctico.

Uno de estos documentos es el Papiro de Rhind o Ahmes que data aproximadamente del año 1650 a.C. y consta de 87 problemas entre los cuales pueden hallarse dibujos que acompañan la explicación de la resolución. A continuación se han seleccionado uno de ellos, para la selección se tuvo en cuenta la figura que presenta aunque no es el único problema donde se puede observar una figura que acompaña la explicación. El problema número 48 del papiro de Ahmes plantea "Comparar el área de un círculo con la del cuadrado circunscrito" (López, 1997a).

Figura 1. Papiro de Ahmes, problema 48[2]

En la segunda imagen de la figura 1, puede verse nítidamente la figura que no es muy visible en la foto misma del papiro. Se identifica, así, claramente en la parte superior un dibujo que presenta imprecisiones en su traza y que responde a la definición que se ha dado de figura de análisis. Aunque en el dibujo la figura geométrica no coincida con el círculo del cual hace referencia el enunciado, la figura construida, aun con sus imprecisiones es suficiente para dar una idea de la situación planteada y a partir de la figura comenzar un análisis sobre la misma para avanzar en la resolución del problema hasta llegar a la solución correcta.

Existen otros papiros egipcios en los cuales se presentan figuras geométricas, otro ejemplo es el Papiro de Moscú donde en el problema número 14, al respecto dice López (1997b) "En este problema se pide calcular el área de la figura, que parece ser un trapecio isósceles, pero realmente se refiere a un tronco de pirámide cuadrangular" y continúa diciendo" (...) parece ser que lo que se busca es calcular el volumen del tronco de pirámide cuadrangular de altura 6 y bases superior e inferior de 2 y 4".

A pesar de pedirse el volumen de la pirámide truncada, en la imagen puede observarse que la figura que se presenta acompañada de signos hieráticos que corresponden a las dimensiones que se dan como datos del problema, se trata de un trapecio. Figura que se obtiene al realizar un corte transversal de la pirámide de la cual se quiere calcular su volumen con un plano perpendicular al

[2] Imágenes tomadas de www.egiptologia.org/ciencia/matematicas/papiro_rhind.htm

su base. Acción que requiere un grado de abstracción mayor que en el ejemplo anterior y una completa visualización del cuerpo con el que se esta trabajando.

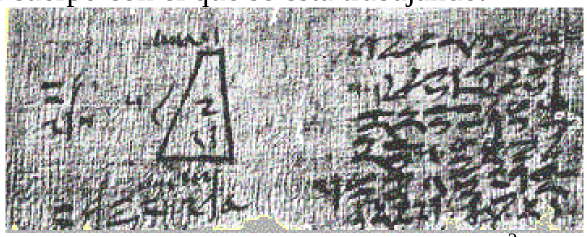


Figura 2. Papiro Moscú, problema 14[3]

Esta representación no es casual pues el pueblo egipcio tenía por costumbre representar los cuerpos de tres dimensiones como figuras planas, siendo particular en esta cultura los bajorrelieves o las pinturas de cuerpos humanos esbozados de frente pero con el rostro de perfil como así también sus piernas, en la mayoría de los casos, aunque sus ojos se encontraban como vistos de frente. Si nos centramos en las figuras de los papiros con problemas matemáticos, puede notarse que las figuras realizadas tienen un alto nivel de imprecisión, dichas irregularidades geométricas darían la impresión que sólo se realizaron como soporte que guiara al escriba que resolvía el problema. Recordemos que para estos tiempos, la matemática que este pueblo desarrolló es solo de orden práctico, no había aún teorizado las ideas geométricas, con lo cual puede llegarse a la conclusión que dichas representaciones corresponden a figuras de análisis de la situación que puntualmente se plantea y no representan una generalización.

TABLILLAS SUMERIAS

Esta civilización ocupó la Mesopotamia Asiática, comprendida entre los ríos Eúfrates y Tigres, hacia 3300 a.C. Esta cultura ha dejado su legado sobre tablillas realizadas en arcilla, en ellas han dejado testimonio de sus conocimientos matemáticos. En muchas de ellas pueden observarse figuras geométricas, a continuación se analizan de estas tablilas donde se presentan figuras consideradas de análisis en la resolución del problema planteado.

En la tablilla YBC 72 que se encuentra fechada entre los años 1900 y 1600 a.C. (figura 3) se presenta una figura que puede asociarse a la representación de un cuadrado pero puede observase la irregularidad que dicha figura presenta, ya que los segmentos internos darían la idea de la diagonal de dicho cuadrado pero es notorio que sus extremos no coinciden con los vértices del cuadrado. Estas irregularidades no se trasladan al diagrama que realizaron Neugeubauer y Sachs de la tablilla mencionada para su estudio, como puede observarse en la figura 4.

[3] Imagen tomada de www.egiptologia.org/ciencia/matematicas/papiro_moscu.htm

Figura 3. Tablilla YBC 72

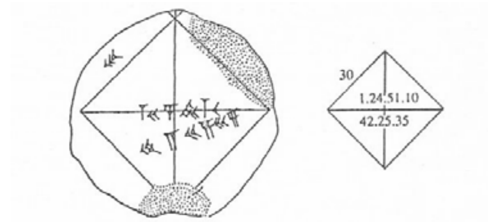


Figura 4. Interpretación de la Tablilla YBC 72 [4]

Un detalle para destacar es que las figuras vistas es que presentan en su interior expresiones cuneiformes correspondientes a su numeración, recordemos que su sistema era en base 60 de ahí las expresiones de la traducción realizada por Neugeubauer y Sachs sobre la tablilla.

A continuación se ha tomado otro ejemplo en el cual se presenta un cuadrado de lado igual a 30 con una de sus diagonales dibujadas y sobre ella los símbolos cuneiformes que corresponden a las expresiones 1.24.51.10 y 42.25.35. En la interpretación que da Maza sobre esta tablilla propone que esta última expresión (42;25.35) es una aproximación de la raíz cuadrada de dos.

Figura 5. Tablilla con una aproximación de $\sqrt{2}$.[5]

Como puede verse en todas las tablillas aquí presentadas, las figuras realizadas presentan poca precisión, puede suponerse que ello se deba a lo rudimentario de escribir sobre barro húmedo pero puede también suponerse que sólo servían de apoyo para la resolución de problemas y que en su construcción no se buscaba la precisión geométrica. Es importante señalar que estas tablillas, estiman varios investigadores tenían una utilidad didáctica y por tal motivo representaban los problemas con el detalle del procedimiento seguido en su resolución y con la presencia, en muchos casos, de una figura que acompañaba la resolución presentada.

LA CULTURA GRIEGA

"Los griegos (...) dibujaban las figuras en la arena, que tenía la ventaja de poder borrar, pero faltaba precisión. Por esto se dijo que la Geometría era el arte de sacar consecuencias de figuras mal hechas" (Santaló, citado en Galina, 2008, p.15). Estas palabras de Santaló nos permiten trasladarnos en el tiempo e imaginar a Arquímedes garabateando figuras en la arena y sobre ellas, a pesar de su gran imprecisión, obteniendo afirmaciones tan válidas como abstractas. Estas figuras no serían otra cosa que figuras de análisis.

---

[4] Imagen tomada de www.fisicamente.net/FISICA/index-1540.htm, perteneciente a Da Pichot.
[5] Imagen tomada de http://personal.us.es/cmaza/mesopotamia/plimpton.htm

Para analizar el papel que jugaban estas figuras en la cultura griega no se tomará un documento donde se las encuentre sino que se ha seleccionado un documento del cual puede inferirse el rol que ellas juegan en el proceso de enseñanza y aprendizaje. El documento elegido para tal fin pertenece a una de las obras de Platón, "Menón" donde puede leerse el diálogo entre Sócrates y el servidor de Menón. Platón ha dicho sobre las figuras que "los razonamientos que hacemos en geometría no se refieren a las figuras visibles que dibujamos, sino a las ideas absolutas que ellas representan" (Boyer, 1999, p.66), pero es a través del diálogo donde se hace uso de dibujos donde Sócrates intenta que el servidor comprenda estas propiedades ideales del cuadrado. El problema del cual parte Sócrates para mostrarle a Menón que no es lo mismo aprender que recordar es: "construir un cuadrado que tenga como área el doble de la de un cuadrado conocido, que tiene como lado dos pies". El diálogo continúa así:

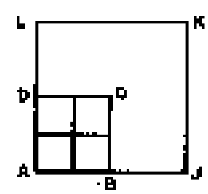
> "SÓCRATES — (Al servidor.) Dime entonces, muchacho, ¿conoces que una superficie cuadrada es una figura así? (La dibuja.)
> SERVIDOR — Yo sí.
> SÓCRATES — ¿Es, pues, el cuadrado, una superficie que tiene todas estas líneas iguales, que son cuatro?
> SERVIDOR. — Perfectamente.
> (...)
> SÓCRATES — Si este lado fuera de dos pies y este otro también de dos, ¿cuántos pies tendría el todo[6]? Míralo así: si fuera por aquí de dos pies, y por allí de uno solo, ¿no sería la superficie de una vez dos pies[7]?
> SERVIDOR. — Sí.
> SÓCRATES — Pero puesto que es de dos pies también aquí, ¿qué otra cosa que dos veces dos resulta?
> SERVIDOR. — Así es" (Platón, 1999, p.6).

Se puede considerar que este dibujo se trata de una figura de análisis pues todas las preguntas que va realizando Sócrates están basadas en la observación de este dibujo, realizado por él, para que el servidor pudiera razonar sobre ella y hallar la respuesta correcta. Luego de calcular el área del cuadrado dibujado, Sócrates presenta el problema de esta manera:

> "SÓCRATES — ¿Y podría haber otra superficie, el doble de ésta, pero con una figura similar, es decir, teniendo todas las líneas iguales como ésta?" (Platón, 1999, p.16).

Las primeras respuestas dadas por el servidor de Menón, son en un principio incorrectas ya que el lado del cuadrado que tendrá como área el doble del área dada (ocho pies) responde que debe tener cuatro pies, es decir el doble del lado del cuadrado conocido. Sócrates le muestra que su respuesta es incorrecta con otra figura sobre la cual seguirán el análisis.

> "SÓCRATES — Dibujemos, pues, a partir de ella, cuatro iguales. ¿No sería ésa la superficie de ocho pies que tú afirmas?
> (...)
> SÓCRATES —¿Cuántas veces entonces?
> SERVIDOR — El cuádruple
> SÓCRATES — Entonces, de la línea doble, muchacho, no resulta una superficie doble sino cuádruple" (Platón, 1999, pp.17-18).



[6] Los griegos no disponían de un término para referirse a pies cuadrados.
[7] Es decir, dos pies cuadrados.

Luego al notar que no es correcta su respuesta y siendo guiado por las preguntas de Sócrates analizan que la respuesta buscada debe estar comprendida entre dos y cuatro por lo cual responde tres. Por último, el servidor ya no sabe qué responder pero son las preguntas de Sócrates sobre la figura del cuadrado dibujado originalmente, lo que lo guían a encontrar la respuesta correcta, a poder concluir que el lado del cuadrado que tiene área igual al doble del cuadrado dado en un principio debe tener como lado una medida igual a la diagonal del primer cuadrado.

Se ha tomado este fragmento para poder extraer del mismo la importancia y utilidad que presenta la imagen y la visualización de la misma en la correcta resolución del problema planteado. Es cierto que sin las preguntas de Sócrates, tal vez, el servidor hubiese seguido pensando que su primera respuesta era la correcta, pero dichas preguntas no podían haber sido respondidas sin un dibujo que sirviera de soporte para el análisis de los interrogantes que se le planteaban al servidor. Luego sería el discípulo de Platón, Aristóteles quien consideraría el papel de las imágenes mentales sosteniendo que "el pensamiento es imposible sin una imagen" (Aristóteles, citado por Plasencia, 2000, p.30). Las figuras de análisis no son otra cosa que la exteriorización en concreto de estas imágenes mentales, pues sobre ellas no solo se vuelcan los datos dados en el enunciado sino que se trabaja sobre ellas agregando las deducciones a las cuales se va arribando. En este pueblo, las figuras de análisis son un apoyo para el razonar, como pudo observarse en los fragmentos tomados del libro de Platón, a diferencia de otros pueblos, como se verá a continuación, donde lo visual era suficiente para dar como verdadero una afirmación.

LAS FIGURAS EN LA INDIA

Como representante de la matemática india se ha elegido a Bhaskara I (600-680) pues sus manuscritos son de utilidad para estudiar la presencia de las figuras de análisis en esta cultura. Sus manuscritos originales se ha perdido pero existen seis copias pertenecientes al siglo XI. Una de sus obras es Aryabhatiyabhasya, en ella el autor presenta, además de definiciones matemáticas, diferentes problemas donde se plantea el cálculo del área de figuras geométricas como triángulo, trapecio, círculo y el volumen del tetraedro y de la esfera, entre otros problemas de aritmética. Bhaskara I fue un matemático perteneciente a una etapa de la matemática de la India, en donde ya se teorizaban los conceptos matemáticos, en cambio en una etapa anterior los problemas matemáticos eran de orden práctico donde puede hallarse los Sulvasutras o "regla de las cuerdas", definidos por Boyer (1999, p.270) como "un cuerpo de conocimientos" primitivos donde los problemas estaban asociados a la construcción de altares y templos.

A continuación se presenta varios de estos problemas que se presentan en forma de verso en la obra de Bhaskara los cuales son acompañados por figuras realizadas con gran falta de precisión, tratándose de un escrito geométrico. Se supone que estas figuras solo hayan servido de análisis para la interpretación del problema planteado y no intentaran ser una solución geométrica.
Verso 8: Área de un trapecio y longitud de los segmentos interiores.

> Que la base [mayor] sea catorce, y la faz (base menor) cuatro unidades. Los dos lados deben medir trece, calcular las líneas que se intersecan (longitud de las diagonales) y el área (Traducción hecha de Lagarto, 2008).

Los números veinte aumentado en uno [21], diez y nueve, son mencionados, como, respectivamente, la base [mayor], los lados y la faz (base más pequeña). Calcular el campo (área) y las líneas que encalen por sí (altura) (Traducción hecha de Lagarto, 2008).

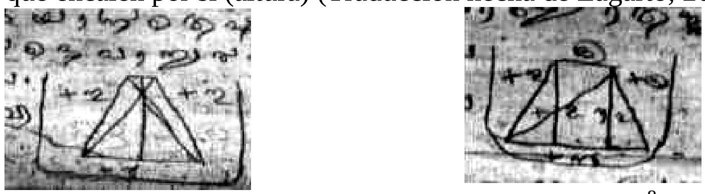


Figura 6: Representación de Bhaskara I: el trapecio[8]

Verso 22: El sólido hecho por una pila de cuadrados y los sólidos hechos por una pila de cubos.

Los números veinte aumentado en uno [21], diez y nueve, son mencionados, como, respectivamente, la base [mayor], los lados y la faz (base más pequeña). Calcular el campo (área) y las líneas que encalen por sí (altura) (Traducción hecha de Lagarto, 2008).

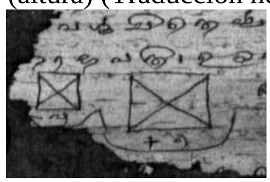


Figura 7. Problema de los números cuadrados, dibujo de Bhaskara I [9]

Pila de cubos: Hay pilas de sólidos (cubos), teniendo cinco, cuatro y nueve capas. Debe ser dicho, por orden el número de los ladrillos cúbicos partidos en unidades.
Solución: 225, 100 y 2025" (Traducción hecha de Lagarto, 2008).

Figura 8. Problema de la pila de cubos, dibujo de Bhaskara I[10]

Y para terminar se ha elegido un tema que fue conocido por varias civilizaciones hoy conocido bajo el nombre de Teorema de Pitágoras. Bhaskara I presenta un diagrama en el cual puede concluirse que podría tratarse de una figura de análisis pues los cuatro triángulos rectángulos que tienen sus lados incluidos en los lados del cuadrado, deberían ser congruentes, cosa que puede observase que no se cumple, al igual que los otros cuatro triángulos rectángulos del interior (figura 9).

Figura 9: Bhaskara I: diagrama del Teorema de Pitágoras[11]

---

[8] Imagen tomada de www.malhatlantica.pt/mathis/India/BhaskaraI1.htm#Verso_6
[9] Imagen tomada de www.malhatlantica.pt/mathis/India/bhaskaraI4.htm
[10] Imagen tomada de www.malhatlantica.pt/mathis/India/bhaskaraI4.htm

Esta importancia que le daban los matemáticos de la India a lo visual donde lo gráfico era suficiente para demostrar un enunciado y determinar su valor de veracidad, sería transmitido a los árabes y, es así, como se encuentra, en el libro de Al-Khawarizmi, un procedimiento geométrico, de resolución gráfica, para hallar la solución de la ecuación $x^2 + 10x = 39$. Dicho procedimiento consiste en completar el cuadrado que representa el termino cuadrático, agregando por un lado, rectángulos sobre los lados de dicho cuadrado, con un ancho igual a 2,5, que equivalen la suma de los cuatro al término lineal (10x); además de los cuatro cuadrados de lado menor que se incorporan en los vértices del cuadrado original, cuya superficie total equivale a 25. Es así que se obtiene un cuadrado de 64 unidades en total, por lo tanto el lado de cuadrado obtenido tiene un lado igual a 8 unidades, deducción que permite calcular correctamente que el primer cuadrado debe tener como lado 3 unidades, luego de restar dos veces 2,5. Este problema es resuelto gráficamente, como se observa en la figura 34, en el capítulo IV del libro de Al-Khowarizmi.

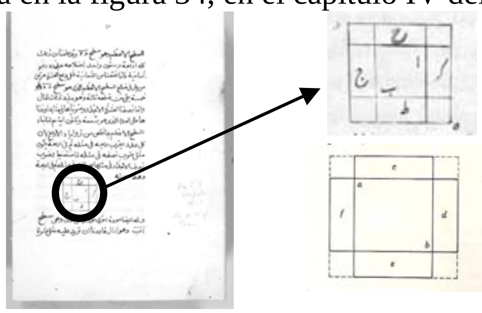


Figura 10. Resolución geométrica, de Al-Khowarizmi, de una ecuación cuadrática[12]

En comparación puede observarse en el manuscrito de Al-Khowarizmi la gran precisión en las figuras realizadas, detalle que no puede verse en los manuscritos anteriores de Bhaskara I donde los trazos son irregulares. De ellos puede suponerse que dichas figuras solo servían de guía para el razonamiento. Pero cabe destacar que para ambas culturas lo visual era de suma importancia al momento de resolver un problema.

EN LA CHINA

Para esta cultura las demostraciones tenían un carácter visual, lo cual se contrapone al legado que nos llega a nosotros de la cultura occidental, más precisamente de la cultura griega con sus demostraciones hipotético-deductivas. Pero estas demostraciones chinas estaban basadas primordialmente en la disección geométrica de la figura y el posterior movimiento de sus partes y reubicación construyendo una figura nueva, ejemplo claro de ello es el rompecabezas del Tangram, donde se confeccionan diferentes figuras pero todas ellas de igual área (Maza, 2002). Este tipo de trabajo reflejará el empleo y la importancia que les daba en la China a las figuras de análisis, tal era su importancia que no hacía falta palabras para avalar las propiedades que se ponían en juego en el proceso de seccionar la figura y recomponerla de forma distinta a la dada.

[11] Imagen tomada de www.malhatlantica.pt/mathis/India/bhaskaraI.htm

[12] Imagen tomada de http://mathdl.maa.org/mathDL/?pa=content&sa=viewDocument&nodeId=2591&pf=1 y de (Boyer, 1999, 300)

Este procedimiento de seccionar figuras y reacomodarlas permite hallar una demostración del Teorema de Pitágoras, como se lo conoce en occidente pero que en China sería conocido con el nombre de teorema del “Gou gu” debido a que los términos “gou” y “gu” hacen referencia a la base del triángulo rectángulo y la altura respectivamente, mientras que la hipotenusa era denominada “el xian” (Maza, 2002).

Las figuras que se pueden observar pertenece a uno de los primeros escrito chinos de matemática y astronomía, llamado “Zhou bi suan ping” (o “Chou Pei Suan Ching”). El libro fue vuelto a escribir durante la dinastía Han (200 a.C. a 220 d.C.). Estos temas están desarrollados entre las líneas de un diálogo llevado a cabo entre un sabio, Shang Gao, y el duque de Zhou (Lagarto, 2008), a continuación se cita parte de dicho diálogo:

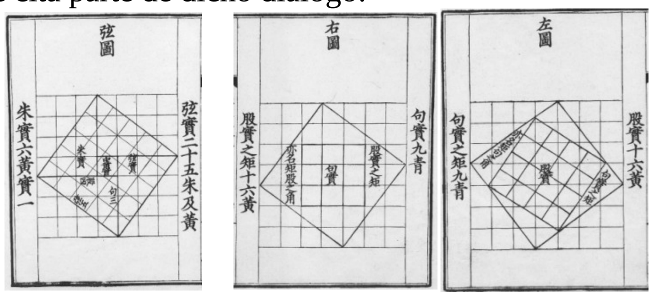


Figura 11. Demostración visual del Teorema del “gou gu”[13]

> Zhou Kung dirigiéndose a Shang Gao dice: ‘Oí decir que el grande perfecto (Shang Gao) es versado en el arte de la cuenta. ¿Me puedo aventurar a preguntarle cómo es que Fu-Hsi estableció accidentalmente los grados de la esfera celeste? No existen escalones a través de los cuales se pueda ascender a los cielos, y la tierra no es mensurable por una regla. Me gustaba de preguntarle ¿cuál es el origen de estos números?’
>
> Shang Gao responde: ‘El arte de la cuenta provienen del círculo y del cuadrado. El círculo viene del cuadrado y el cuadrado viene del rectángulo (en el original, la escuadra del carpintero). El rectángulo viene de nueve un que son 81 [$9 \times 9 = 81$, o sea de las propiedades de los números]. Por eso, cortamos el rectángulo [por la diagonal] y hacemos 3 de ancho y 4 de largo. La diagonal entre los dos vértices tendrá 5 de largo. Ahora después de diseñar un cuadrado en la diagonal, circunscribámoslo por mitades de rectángulos, como lo que quedó fuera, para formar un cuadrado. Así, los [cuatro] medios rectángulos de afuera de ancho 3, largo 4 y diagonal 5, juntos hacen dos rectángulos [de área 24]; entonces [cuando estos son sustraídos del cuadrado de área 49] lo que sobra tiene una área de 25. Este [proceso] es llamado ‘apilar los rectángulos’ (chi chu) (Traducción hecha de Lagarto, 2008).

Otro material que se incluirá en la presente selección es un manuscrito conocido como los “Nueve capítulos del arte de la Matemática” de autor desconocido, dicha obra fue utilizado como manual de enseñanza más allá de las fronteras de China por más de 1600 años. Consta de 246 problemas que son acompañados con la correspondiente explicación para su resolución o en otros casos solo

[13] Imágenes tomadas de www.malhatlantica.pt/mathis/china/Chou.htm

se presenta la respuesta. El ejemplo que se ha tomado es el problema 13 que pertenece al Capítulo IX donde se estudian los triángulos rectángulos y la regla que se menciona es la siguiente: "Regla Gougu: Adiciona el cuadrado de gou y de gu, quita la raíz cuadrada [de la suma] dando la xian [hipotenusa]" (Traducido de Lagarto, 2008).

> Problema 13: "Hay un bambú con 1 zhang de altura, se partió y la parte de la cima toca el suelo a 3 chih de la base del bambú. ¿A qué altura se quiebra? Solución: 4 +11/20 chi[14]" (Traducción hecha de Lagarto, 2008).

Figura 12: Ilustración de Yang Hui del problema 13 (1261)[15]

Como se ha dicho, los escritos aun siendo de matemática, están teñidos de sus ideas filosóficas, donde se respeta la sabiduría que transmiten los mayores o sabios. En esta cultura se puede notar la existencia de una mirada estática de la matemática ya que como se dijo esta cultura prioriza la contemplación del mundo que los rodea, por lo tanto desarrollaron una matemática en donde lo visual es fundamental para el desarrollo del razonamiento y es suficiente para validar una demostración, como es el caso del Teorema del "gou gu", donde el procedimiento se basa en un procedimiento visual, como es agregar o mover.

ALGUNAS CONCLUSIONES

Este recorrido histórico tiene como fin presentar distintos escenarios socioculturales en donde la matemática se desarrolló. Ideas que "por su carácter sociocultural, son el reflejo y producto de un determinado escenario" (Crespo Crespo, 2007, p.68). La geometría desarrollada tanto en Egipto como en la Mesopotamia Asiática se caracteriza por tener un carácter utilitario porque se la empleaba como herramienta para distintos fines, limitándose a ser una matemática aplicada. En los documentos analizados se ha dejado registro del uso que le daban a las figuras que ejemplificaban la situación planteada en el enunciado del problema y sobre la cual se basará el cálculo aritmético. Por lo tanto, estas figuras de análisis hacen a la práctica, como herramientas de trabajo, mientras que en el caso de la geometría griega toma su "aspecto filosófico como mejor modelo para conocer e interpretar la naturaleza" según las palabras de Santaló (1962, p.5). Desde la matemática y más precisamente la geometría, puede verse el surgimiento del método deductivo entre los matemáticos griegos, de un razonamiento lógico que en otras culturas no se desarrolló pero a pesar de ello el diálogo en la obra de Platón da evidencia de la necesidad de razonar sobre una figura que aún siendo de poca precisión sirve de soporte al razonamiento.

[14] 1 *chih* = 10 *cun*, 1 zhang = 10 chih

[15] Imagen tomada de www.malhatlantica.pt/mathis/china/Nove9.htm#Problema%202

Es interesante notar que aún siendo empleada la geometría para un fin práctico o con un fin en sí misma, en ambos casos puede encontrarse el empleo de figuras de análisis en la resolución de problemas. En el caso de un problema de orden práctico, puede ocurrir que la figura de análisis esté asociada a datos dados en el problema, que no hacen a los conceptos matemáticos que se ponen en juego, ejemplo de ello es la figura 12, donde en el problema de origen chino, se hace mención al quiebre de un bambú y en la figura dada se ha dibujado el tallo del bambú, en lugar de dibujar un triángulo que represente la situación presentada. En cambio, en los problemas presentados por Bhaskara I están asociados con una geometría teórica y no práctica, por lo tanto las figuras no responden a objetos concretos como en el ejemplo del bambú, sino que son representaciones de los entes geométricos como en el caso de los trapecios y cuadrados.

Referencias bibliográficas

Boyer, C. (1999). *Historia de la matemática*. Madrid: Alianza Editorial.

Castañeda, A. (2002). Estudio de la evolución didáctica del punto de inflexión: una aproximación socioepistemológica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 5(1), 27-44.

Crespo Crespo, C. (2007). *Las argumentaciones matemáticas desde la visión de la socioepistemología*. Tesis de Doctorado no publicada, Cicata - IPN, México.

Ferragina, R., Fisichella, L. y Rey, G. (1999). *Matematizando*. Buenos Aires: UPR Un problema resuelto.

Galina, E. (2008). *Medida, geometría y el proceso de medir*. LVIII Reunión Anual de la Unión Matemática Argentina. XXXI Reunión de Educación Matemática. XX Encuentro Nacional de Estudiantes de Matemática. Mendoza.

Lagarto, M. J. (2008). *História da Matemática - história dos problemas Bhaskara I (600-680)*. Recuperado el 10 de febrero de 2009, de http://www.malhatlantica.pt/mathis/India/bhaskaraI.htm.

López, F. (1997a). *Las Matemáticas en el Antiguo Egipto. El papiro de Moscú*. La Tierra de los Faraones. Egiptologia.org. Recuperado el 9 de febrero de 2009, de http://www.egiptologia.org/ciencia/matematicas/papiro_moscu.htm

López, F. (1997b). *Las Matemáticas en el Antiguo Egipto. El papiro Rhind*. La Tierra de los Faraones. Egiptologia.org. Recuperado el 9 de febrero de 2009, de http://www.egiptologia.org/ciencia/matematicas/papiro_rhind.htm

Maza, C. (2002). *Matemáticas en la Antigüedad*. Universidad de Sevilla, España. Recuperado el 9 de febrero de 2009, de http://personal.us.es/cmaza/

Micelli, M. (2010). *Las figuras de análisis en geometría. Su utilización en el aula de matemática*. Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada - IPN, México.

Plasencia, I. (2000). *Análisis del papel de las imágenes en la actividad matemática. Un estudio de casos*. Tesis de Maestría no publicada, Universidad de La Laguna, España.

Platón. (1999). *Menón*. Madrid, España: Biblioteca Nueva.

Santaló, L. (1962). *Nuevas tendencias en la enseñanza de la geometría*. Conferencias pronunciadas en el Instituto Superior del Profesorado. Buenos Aires.