

IDENTIFICACIÓN DE LOS ERRORES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE GEOMETRIA ANALÍTICA Y SU COMPARACIÓN CON EL RENDIMIENTO ACADÉMICO EN ALUMNOS DE INGENIERÍA

Marta S. Golbach, Analía P. Mena, Graciela C. Abraham, Mabel Rodríguez Anido
Facultad Regional Tucumán. Universidad Tecnológica Nacional
San Miguel de Tucumán (Argentina)
mgolbach@tucbbs.com.ar, m-pappalardo@cgcet.org.ar

RESUMEN

El presente trabajo, sustentado en las concepciones constructivistas cognitivas del aprendizaje, tiene por objetivo presentar los resultados obtenidos en la aplicación de un instrumento denominado “Evaluación de los conocimientos sobre Cónicas”. La población bajo estudio estuvo conformada por los alumnos que cursaron la asignatura Álgebra y Geometría Analítica en el ciclo lectivo 2009. Se estudian y analizan los errores cometidos por los alumnos y las estrategias que ponen en juego, para resolver una situación problemática. Para ello se tomó como base la clasificación de los errores realizada por Mosvskovitz - Hadar, N. Taslavsky e Imbar, S.

Palabras clave: errores, resolución de problemas, cónicas, estrategias de aprendizaje.

INTRODUCCIÓN

En los últimos tiempos estamos asistiendo a abruptos cambios culturales y sociales que sacuden seriamente a la formación de los profesionales en general, y a la de los Ingenieros en particular. La Universidad, lugar por excelencia para la diversidad de opiniones, tendencias, criterios y creencias, tiene ante sí una tarea de importancia y responsabilidad, dado que uno de sus fines es la de formar profesionales que se caractericen por la solidez de su formación y que de respuestas al nuevo paradigma educativo signado por las tecnologías de la información y comunicación, configurado por nuevas necesidades de formación y por alumnos con nuevas formas de acceso al conocimiento.

En particular, desde la cátedra de Álgebra y Geometría Analítica de la Carrera de Ingeniería en Sistemas de Información, se observa con preocupación la cantidad de errores que en forma reiterada cometen nuestros estudiantes. Surgió así la necesidad de mejorar el aprendizaje de los alumnos realizando un estudio diagnóstico adecuado que sustente una postura superadora acerca de esta problemática.

Con frecuencia los alumnos construyen explicaciones inadecuadas e incluso erróneas desde el punto de vista matemático y descubren relaciones entre diferentes estructuras del saber matemático, sin que ello haya sido parte explícita de la enseñanza. En este sentido el enfoque constructivista cognitivo basado en el aprendizaje significativo, considera que las “dificultades” en el aprendizaje de la Matemática y los “errores” que comenten los alumnos obstaculizan con frecuencia la construcción significativa de su aprendizaje y, estos obstáculos se manifiestan en la práctica en forma de respuestas equivocadas. El análisis de los mismos permite relevar el estado de conocimiento de los alumnos y comprender las dificultades que evidencian en la adquisición de conceptos y la aplicación de propiedades, imprescindibles a la hora de realimentar el proceso de enseñanza aprendizaje.

Engler, A, et al (2002) sostienen que los errores influyen en el aprendizaje de los nuevos contenidos como en el rendimiento de los alumnos. Por lo tanto es necesario que los alumnos los reconozcan y asuman la necesidad de superarlos a los fines de obtener logros en sus aprendizajes. De igual modo, la resolución de problemas juega un papel central en la enseñanza de la matemática. En el proceso de solución se presentan errores y serias dificultades de aprendizaje que como docentes debemos considerar en su tratamiento. La solución de problemas debe ser objeto específico de aprendizaje. Resulta por ello imprescindible, un adecuado diagnóstico que sustente una postura superadora. Adquieren así, una importancia fundamental las nociones de autoevaluación y autorregulación del aprendizaje que permiten al alumno la autogestión de las dificultades y errores surgidos a lo largo de dicho proceso.

En este trabajo se presentan los resultados obtenidos en la investigación realizada con el fin de precisar y analizar los errores cometidos por los alumnos con mayor frecuencia y reconocer las estrategias que ponen en juego para resolver una situación problemática. Este estudio diagnóstico forma parte de las actividades de investigación en el marco del Proyecto “Actualización Epistémica y Didáctica de la Matemática. Sistema de Autorregulación y Autoevaluación en la Estructuración de Nuevo Material Didáctico”.

MARCO TEÓRICO REFERENCIAL

La presente investigación se sustenta en dos marcos conceptuales. Por un lado, el referido a los errores en el aprendizaje de la Matemática y por otro, en algunas aproximaciones teóricas al análisis de las estrategias de resolución de problemas matemáticos.

Errores y dificultades en el aprendizaje de la Matemática

El estudio de los errores en el aprendizaje de la Matemática ha sido una cuestión de permanente interés en la Educación Matemática y se ha caracterizado por acercamientos e intereses muy disímiles. Han pasado muchos siglos hasta llegar a comprobar la importancia de los errores como instrumento diagnóstico y didáctico del aprendizaje.

Estudios realizados por la Academia de Matemática (DGEP-UAS, 1999) de la Universidad Autónoma de Sinaloa, consideran que el principal aporte de la matemática a la formación del estudiante es su contribución al desarrollo del razonamiento lógico matemático. Para ello el alumno debe enfrentar múltiples obstáculos y errores frecuentes a lo largo de todo su proceso de aprendizaje.

Radatz (1980) afirma que existe una pluralidad de aproximaciones teóricas y de intentos de explicación de las causas de los errores de los estudiantes en el proceso de aprendizaje de la Matemática. Considera que el análisis de los mismos sirve para ayudar al docente a organizar estrategias de enseñanza a los efectos de obtener mayores logros de aprendizaje. Investigadores en educación matemática como Rico (1995), sugieren que se deben diagnosticar los errores, detectarlos, corregirlos y superarlos, mediante actividades que promuevan el ejercicio de la crítica sobre las propias producciones. Asevera además, que los errores no aparecen por azar sino que surgen en un marco conceptual consistente, basado sobre conocimientos adquiridos previamente y constituyen un elemento estable de los procesos de enseñanza aprendizaje.

En el enfoque constructivista el error es parte necesaria de los aprendizajes, y un factor de interés en el proceso de enseñanza aprendizaje, tanto a nivel de diagnóstico, como de proceso (ejecución) y de salida (evaluación). En consecuencia, un proceso de enseñanza-aprendizaje que se base en un enfoque constructivista, debe aceptar y reconocer los errores y extraer de ellos un provecho didáctico.

Clasificación de los errores

En razón de la regularidad con la que suelen presentarse ciertos errores, diversos autores han elaborado clasificaciones de los mismos en el aprendizaje de la matemática, que tienen en cuenta diferentes enfoques ya sea por su naturaleza, su posible origen o su forma de manifestarse.

Algunos autores como Del Puerto, Minnaard, y Seminara (2004) consideran que las categorías que surgen en la clasificación de los errores, no son compartimentos estancos y suelen solaparse unas con otras, ya que rara vez un error obedece a una única causa. No obstante, es posible postular las posibles razones de su aparición, que permitan guiar al docente en la elección de actividades remediales. Sostienen además, que categorizar los errores posibilita centrar la atención hacia los diferentes aspectos y permite una evaluación y diagnóstico más eficaz, a los efectos de ayudar a los estudiantes en sus dificultades cognitivas y carencia de sentido de los objetos matemáticos.

Mosvskovitz, H, Taslavsky, I. (1987 cp. Rico, 1995), realizan una clasificación empírica de los errores, sobre la base de un análisis constructivo de las soluciones de los alumnos realizadas por expertos, determinando seis categorías descriptivas para clasificar los errores encontrados. Ellas son:

- 1-Datos mal utilizados: Esto es, los errores que se producen por alguna discrepancia entre los datos y el tratamiento que le da el alumno. Ya sea porque: se añaden datos extraños; se olvida algún dato necesario para la solución; se asigna a una parte de la información un significado inconsistente con el enunciado; se hace una lectura incorrecta del enunciado, etc.
- 2-Interpretación incorrecta del lenguaje: Son errores debidos a una traducción incorrecta de hechos matemáticos descritos en un lenguaje simbólico a otro lenguaje simbólico distinto.
- 3-Inferencias no válidas lógicamente: Son errores que tienen que ver con fallas en el razonamiento y no se deben al contenido específico.
- 4-Teoremas o definiciones deformados: Errores que se producen por deformación de un principio, reglas, teorema o de definición identificable.
- 5-Falta de verificación en la solución: Son los errores que se presentan cuando cada paso en la realización de la tarea es correcto, pero el resultado final no es la solución de la pregunta planteada.
- 6-Errores técnicos: Se incluyen en esta categoría los errores de cálculo, en la manipulación de símbolos algebraicos y otros derivados de la ejecución de algoritmos.

Tomando como base la clasificación antes mencionada se consideró para el estudio realizado, una adaptación de dichas categorías, en la cual algunas coinciden y otras se suprimieron o se modificaron. Las categorías se seleccionaron buscando constatar la ocurrencia de errores considerados por nosotros como “frecuentes”, de acuerdo con nuestra experiencia docente. Las que se consideraron son:

- E₁: Interpretación incorrecta del lenguaje
- E₂: Errores que tiene su origen en conocimientos previos
- E₂: Deducción incorrecta de la información. Datos mal utilizados
- E₄: Errores lógicos o de razonamiento
- E₅: Errores al operar algebraicamente (errores de cálculo)
- E₆: Errores que se presentan durante el proceso de solución de problemas (identificación de la ó las variables, las relaciones de dependencia y el modelo que conduce a la solución).

Las que se contemplaron en esta investigación son las tres primeras y la última. En cuanto a la resolución de problemas que se menciona en la última categoría agregada, merece un párrafo aparte.

La Resolución de problemas

Uno de los propósitos de la educación es desarrollar las habilidades del pensamiento relacionada con el enseñar a pensar o aprender a aprender. En esta dinámica, una de las capacidades que se debe potenciar en el alumno es, la de resolver problemas. Su importancia es reconocida

internacionalmente como un aspecto central en el proceso de aprendizaje de la matemática y como principal preocupación de educadores e investigadores en Educación Matemática.

En este sentido, el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de los Estados Unidos (NCTM, 1989) establece, para la década de los ochenta, la resolución de problemas, como “slogan” educativo de la Matemática Superior. Proponen como objetivos en términos de los alumnos “Que lleguen a resolver problemas matemáticos”, “Que aprendan a comunicarse mediante la matemática y Que aprendan a razonar matemáticamente” entre otros.

Santos Trigo (1997), considera que en la actualidad, resulta necesario para la construcción del conocimiento matemático la aplicación de actividades que conlleven a la resolución de problemas, puesto que allí es donde la regulación del aprendizaje ocupa un lugar importante.

Cabe destacar que, si bien el consenso alcanzado por numerosos investigadores respecto a que el objetivo central de la Educación Matemática radica en la resolución de problemas, este se contrasta con las numerosas investigaciones que dan cuenta que los estudiantes no dominan, o al menos no suficientemente, las habilidades requeridas para abordar problemas matemáticos.

En estudios realizados por Schoenfeld, A. (1989), se llega a la conclusión que la resolución de problemas debe ser entendida como la capacidad para enfrentarse hábilmente a situaciones percibidas como difíciles o conflictivas, e involucra la iteración de variados procesos cognitivos. Y que comprende las capacidades de formular, plantear y resolver distintos problemas en diversos contextos, además de comprobar e interpretar resultados y generalizar soluciones. Además de implicar la puesta en práctica de diversas habilidades y la activación de los conocimientos previos pertinentes específicos, para la solución de cada problema planteado.

Pero, ¿qué es un problema?, Santos Trigo (1997) afirma que una situación puede concebirse como un problema en la medida en que no se disponga de procedimientos de tipo automático para solucionarla de forma inmediata, sino que requiera de un proceso de reflexión o toma de decisiones sobre los pasos a seguir. Supone para el alumno una demanda cognitiva y motivacional. Por su parte, dentro del ámbito de la didáctica de la matemática, el término problema se refiere a un obstáculo arrojado ante la inteligencia para ser superado, una dificultad que exige ser resuelta, una cuestión que requiere ser aclarada. (Polya, 1979).

Teóricos como (Schoenfeld, 1989, Goldenberg, 2000, Jonassen, 2000) sugieren utilizar *problemas no rutinarios* de manera que le permitan al alumno tomar decisiones, involucrarse y activar conocimientos, habilidades y competencias de mayor relevancia que cuando trabajan con problemas bien definidos.

A menudo los estudiantes de ingeniería, de primer año, se encuentran con múltiples limitaciones y dificultades para enfrentar problemas de su área, de donde resulta preciso atender tanto a los pasos necesarios para llegar a la solución de un problema y al desarrollo de las habilidades

necesarias para conseguirlo, como el aprendizaje de conocimientos. De acuerdo al marco teórico explicitado se llevó a cabo la investigación que se detalla a continuación.

METODOLOGÍA

La población bajo estudio estuvo compuesta por todos los alumnos de primer año de la carrera de Ingeniería en Sistemas de Información que cursaron la asignatura "Álgebra y Geometría Analítica" en la Facultad Regional Tucumán de la Universidad Tecnológica Nacional, en el ciclo lectivo 2009. Para realizar la experiencia se seleccionó, mediante un muestreo aleatorio de comisiones, una muestra de 207 alumnos de un total de 750 de la carrera. La metodología utilizada es la propia de un diseño exploratorio descriptivo y la investigación realizada fue no experimental y de corte transversal (Hernández Sampieri, 1998).

MÉTODOS Y TÉCNICAS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

La información se recolectó a través de un instrumento que se diseñó especialmente para esta investigación y que se denominó, "Evaluación de los conocimientos sobre Cónicas", que se aplicó antes del primer parcial de la asignatura a los estudiantes seleccionados en el muestreo. Estuvo compuesto por tres ejercicios y una situación problemática vinculada a la vida real, presentada en lenguaje coloquial y gráfico (Ver Anexo 1). Los ejercicios fueron seleccionados para detectar los errores del tipo E_1 , E_2 y E_3 según las categorías antes mencionadas y la categoría E_6 , para el problema a los fines de examinar las estrategias que ponen en juego para resolverlo.

La eficiencia del instrumento utilizado en la investigación, fue valorada durante su correspondiente periodo de utilización. Se garantizó la "validez de contenido", sometiéndolo a las opiniones de tres docentes de universitarios (jueces expertos) de matemática abocados a la investigación en educación., cuyas consideraciones se tuvieron en cuenta en el momento de aplicar la prueba. También pudo comprobarse la "validez de construcción" de este instrumento, dado que su elaboración estuvo avalada por el marco teórico.

Para favorecer la confiabilidad de las mediciones, se calificó las pruebas y se las volvió a calificar después de un periodo de tiempo por el mismo evaluador, sin ninguna referencia acerca de los resultados anteriores y sin modificar criterios, obteniéndose muy poca variabilidad entre una observación y otra para el mismo individuo (Mc Millan y Schumacher, 2005).

RESULTADOS

De acuerdo a las calificaciones obtenidas por los alumnos en la evaluación, se definieron intervalos para distribuir los puntajes por categorías de puntajes: $[0,4)$ desaprobados, $[4, 6)$, $[6,8)$ y $[8,10]$.

En el Gráfico N ° 1 se presenta el Rendimiento obtenido por los alumnos en dicha prueba, en el cual se observa que el Rendimiento Académico fue bastante pobre ya que mas de la mitad de los alumnos de la muestra obtuvieron una nota menor a 4 (cuatro) puntos en la evaluación.

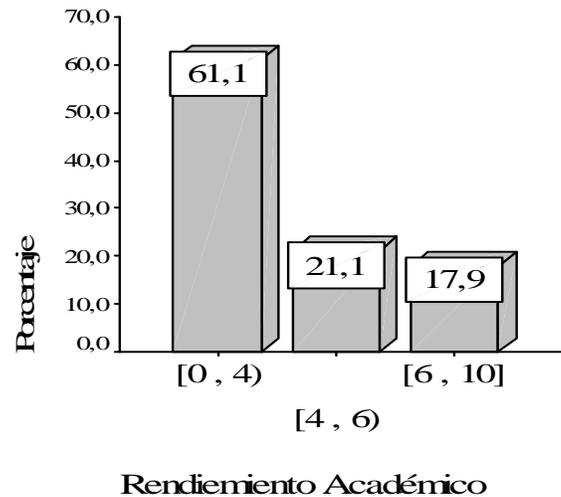


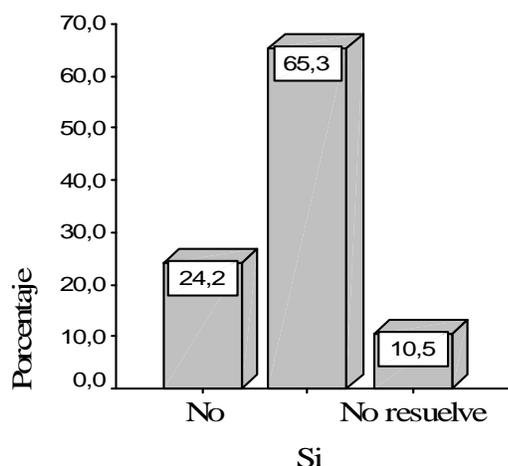
Gráfico N° 1: Distribución porcentual de 207 alumnos según el Rendimiento Académico obtenido en la evaluación.
Fuente: Cátedra de Álgebra y Geometría Analítica. Año 2009

La Tabla N° 1 refleja el análisis descriptivo de la variable “Puntaje Total” obtenida con la prueba aplicada a la muestra seleccionada.

N	Media	Mediana	Moda	Mínimo	Máximo	Desviación Estándar
207	3,59	3,00	2,00	1,00	10,00	1,976

Tabla N° 1: Estadísticos Descriptivos para el Rendimiento Académico obtenido en la evaluación.

Se observa, no sólo una media de 3,59 sino que además la nota mas frecuente es 2,00. Se indagó además, el comportamiento de los alumnos respecto de cada uno de los tipos de errores: E_1 , E_2 , E_3 y E_6 . Las categorías consideradas fueron: No realiza el error, si lo realiza y No resuelve el ejercicio respectivo



Interpretación Incorrecta del Lenguaje o Notación

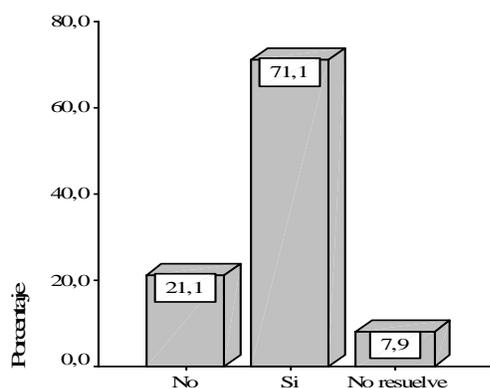
Gráfico N° 2: Distribución porcentual de 207 alumnos según el error “Interpretación incorrecta del lenguaje o notación”.

Fuente: Cátedra de Álgebra y Geometría Analítica. Año 2009

En cuanto al error “Interpretación incorrecta del lenguaje o notación”, se observa en el Gráfico N°2, que más de la mitad de los alumnos de la muestra lo cometieron. Siendo muy bajo el porcentaje de alumnos que no resolvió el ejercicio considerado para medir el mencionado error.

Cabe mencionar que para la resolución de este primer ejercicio, se requerían los conocimientos de elipse y de recta y que si bien correspondían a un nivel de dificultad bajo-medio, es notorio el problema de interpretación del lenguaje de los alumnos en el mismo.

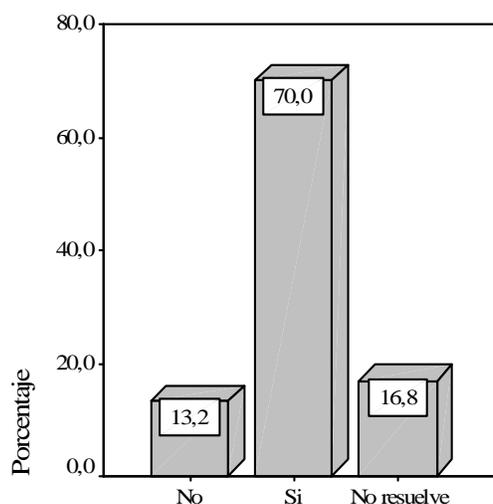
Fue similar el comportamiento respecto a “Errores que tiene su origen en los conocimientos previos” y “Deducción incorrecta de la información. Datos mal utilizados”.



Errores que tiene su origen en conocimientos

Gráfico N° 3: Distribución porcentual de 207 alumnos según “Errores que tienen su origen en conocimientos previos”.

Fuente: Cátedra de Álgebra y Geometría Analítica. Año 2009



Deducción incorrecta de la información. Datos mal utilizados

Gráfico N° 4: Distribución porcentual de 207 alumnos según el error “Deducción incorrecta de la información. Datos mal utilizados”.

Fuente: Cátedra de Álgebra y Geometría Analítica. Año 2009

Resultan altas las proporciones de estudiantes que no contaban con los conocimientos previos suficientes para trabajar en el segundo ejercicio, exhibiendo errores conceptuales en torno a ejes temáticos claves de la matemática previa, como lo son el de “factoro de expresiones algebraicas” y particularmente “completar cuadrados”.

Esto no es casual por cuanto es uno de los contenidos considerados críticos en los cuales, año a año, se detectan mayores falencias, ocasionándoles dificultad en la comprensión de los nuevos contenidos durante el cursado de la asignatura Álgebra y Geometría Analítica.

Es notorio también el alto porcentaje de alumnos que realizaron una lectura incorrecta del enunciado del tercer ejercicio el cual presentaba un dato insuficiente. (Ver Anexo 1).

En cuanto al análisis del comportamiento de los alumnos muestreados con respecto a la resolución del problema planteado, la Tabla N° 2 muestra los indicadores considerados.

	Dimensión	Indicadores	Medida
Resolución del problema	Identificar	Reconocer los datos y las incógnitas	Bien
	Concebir una estrategia	Establecer relaciones entre datos e incógnitas	Regular
	Operar	Soluciona lo planteado	Mal/No hace

Tabla N° 2: Indicadores considerados para examinar las estrategias que ponen en juego en la resolución de problemas.

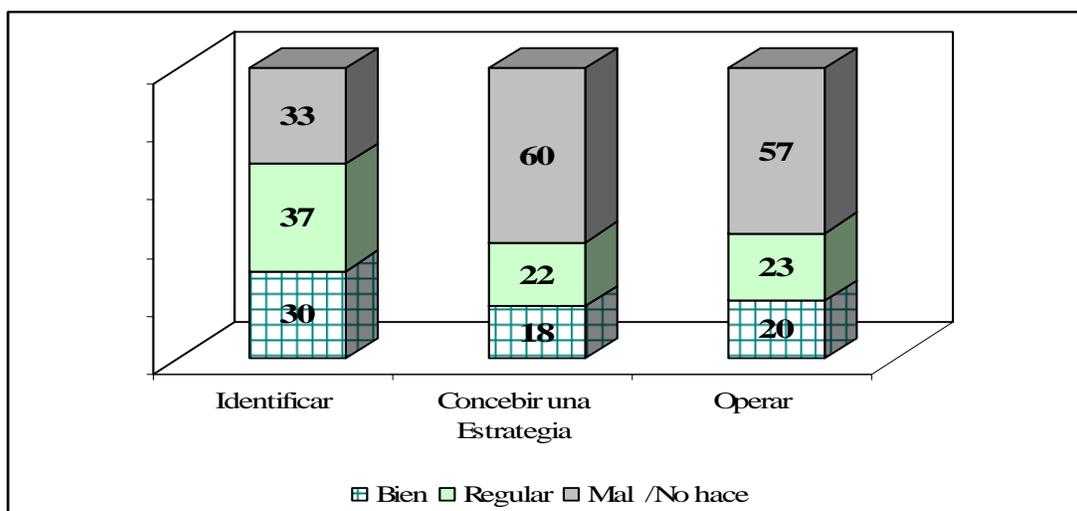


Gráfico N° 5: Distribución porcentual de 207 alumnos según las dimensiones evaluadas en el proceso de resolución del problema dado.

Fuente: Cátedra de Álgebra y Geometría Analítica. Año 2009

Este Gráfico muestra el resultado del análisis realizado para conocer las estrategias que los alumnos utilizaron en la resolución del problema planteado.

Se observa que es muy bajo el porcentaje de alumnos que identificó los datos y las incógnitas, y menor aún el porcentaje de alumnos que logró concebir una estrategia que lo llevó a buen puerto en la resolución del problema. Un comportamiento similar tuvieron al operar, puesto que solo un 20% logró hacerlo correctamente.

De estos resultados se deduce que es necesario enseñar a los estudiantes a usar la metodología para la resolución de problemas, que le permita entender su razonamiento, aumentar la confianza en sus habilidades matemáticas y lograr seguridad para alcanzar un conocimiento más completo.

Resultó de interés analizar también las tres primeras categorías de errores cometidos por los estudiantes de la muestra seleccionada, según el Rendimiento Académico obtenido en la evaluación, los resultados se muestran en los siguientes gráficos.

El Gráfico N° 6 muestra que un alto porcentaje de alumnos que desaprobaron la evaluación cometió el error “Interpretación incorrecta del lenguaje o notación”. Dicho porcentaje disminuye considerablemente en aquellos alumnos que aprobaron con una calificación igual o mayor a 6 (seis) puntos.

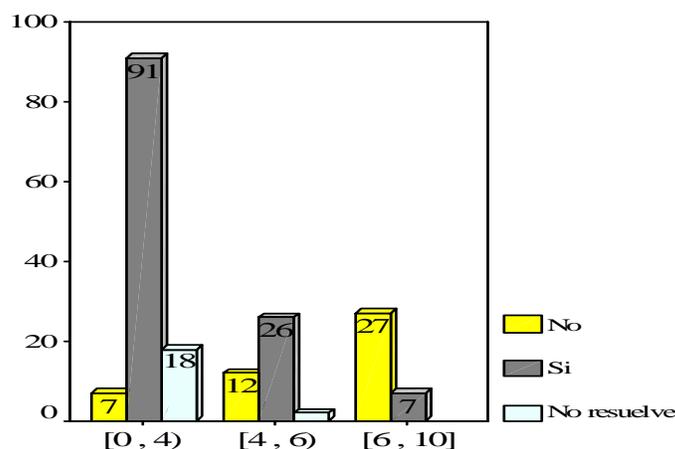


Gráfico N° 6: Distribución porcentual de 207 alumnos que cometieron el error “Interpretación incorrecta del lenguaje o notación” según el Rendimiento Académico.

Fuente: Cátedra de Álgebra y Geometría Analítica. Año 2009

En el Gráfico N° 7 se observan los resultados al comparar el comportamiento de los alumnos que cometieron “Errores que tienen su origen en los conocimientos previos” con el rendimiento académico.

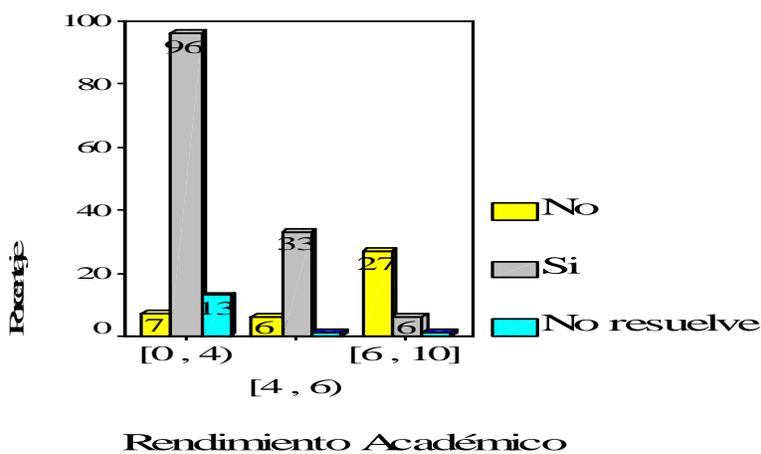


Gráfico N° 7: Distribución porcentual de 207 alumnos que cometieron “Errores que tienen su origen en los conocimientos previos” según el Rendimiento Académico.

Fuente: Cátedra de Álgebra y Geometría Analítica. Año 2009

Se pudo detectar un alto porcentaje de alumnos que cometieron este tipo de error y que desaprobaron la evaluación. Este porcentaje disminuye en el grupo de alumnos que aprobaron con una calificación entre 4(cuatro) puntos y menor que 6(seis) puntos. Siendo menor aún en el grupo de alumnos que aprobaron la evaluación con una nota mayor o igual a 6 (seis) puntos.

En cuanto al error correspondiente a la categoría “Deducción incorrecta de la información. Datos mal utilizados”, respecto al Rendimiento Académico, el Gráfico N° 8 muestra nuevamente un alto porcentaje de alumnos que cometieron el error y desaprobaron la prueba.

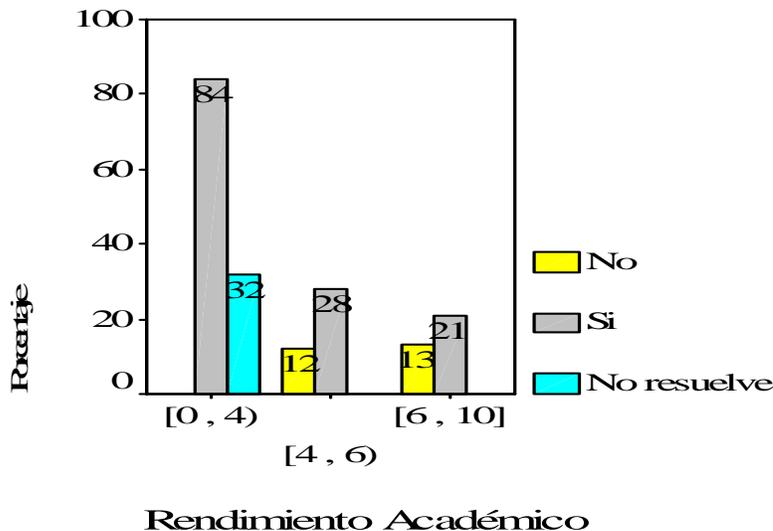


Gráfico N° 8: Distribución porcentual de 207 alumnos que cometieron el error “Deducción incorrecta de la información. Datos mal utilizados” según el Rendimiento Académico.

Fuente: Cátedra de Álgebra y Geometría Analítica. Año 2009

Este porcentaje disminuye notablemente en alumnos que aprobaron la evaluación.

CONCLUSIÓN

El Rendimiento Académico obtenido por los alumnos, en general fue bastante bajo, ya que mas de la mitad de los alumnos de la muestra obtuvo una nota menor a cuatro, en la evaluación.

En cuanto a los errores “Interpretación incorrecta del lenguaje o notación” y “Deducción incorrecta de la información. Datos mal utilizados” es notable el alto porcentaje de alumnos que los cometieron, y desaprobaron la prueba. También se destaca el bajo porcentaje de alumnos que identificó los datos y las incógnitas, que solo realizó parte de esta identificación o bien no logró hacerlo o lo hizo mal.

Con respecto a los resultados de comparar el comportamiento de los alumnos que cometieron “Errores que tienen su origen en los conocimientos previos” con el rendimiento académico, se pudo detectar un alto porcentaje, casi la totalidad de los alumnos, que cometieron este tipo de error desaprobaron la evaluación.

De estos resultados se deduce que es necesario enseñar a cada estudiante a usar la metodología de resolución de problemas, que le permita entender su razonamiento, aumentar la confianza en sus habilidades matemáticas y su seguridad para alcanzar un conocimiento más completo.

Desde nuestra experiencia, con distintos grupos de alumnos, pensamos que los errores pueden emplearse como instrumento de motivación y como punto de partida para exploraciones matemáticas creativas, lo que implicaría que se desarrollen actividades valiosas de planteamiento y resolución de problemas. Para ello, es necesario realizar un diagnóstico adecuado que nos permita plantear nuestra enseñanza más eficazmente, más apegada a lo que necesitan los alumnos, más centrada en sus intereses y sobre todo contribuirá a que le encuentren utilidad a lo que aprenden.

Es vital reconocer que si no detectamos cuales son los conocimientos que los alumnos poseen, estaremos dando pasos en falso, porque no ocurrirá lo que acertadamente plantea Polya, “los problemas deben ser planteados con un nivel de dificultad adecuados”, o resultaran muy fáciles o muy difíciles, o muy probablemente ni siquiera los comprendan.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Del Puerto, S.; Minnaard, C.; Seminara, S. (2004). Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemática, *Revista Iberoamericana de Educación*. OEI.
- Engler, A.; Hecklein, M. y otros (2002). *Los errores en el aprendizaje de Matemática*. Facultad de Ciencias Agrarias. Universidad Nacional del Litoral. Santa Fe. Argentina.
- Goldenberg, P. (2000). *Thinking (And Talking) About Technology in Math Classrooms*. En *Education Development Center, Inc.*
- Hernández Sampieri, R. (1998). *Metodología de la Investigación*. McGraw Hill. Interamericana Editores. S. A de CV .México. D. F.
- Jonassen, D. (2000). *Computers as mindtools for schools*. EE.UU: Prentice-Hall.
- Mc Millan, J.H. y Schumacher, S. (2005). *Investigación Educativa*. España: Pearson Addison Wesley.
- Movshovitz-Hadar, N.; Zaslavksy, O.; Inbar, S. (1987). An empirical classification model for errors in High School Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol 18, 3-14.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA:NCTM.
- Polya, G. (1979). *Cómo plantear y resolver problemas*. Mexico: Trilla. (1ª Edición 1957).
- Radatz, H. (1980). *Error analysis in Mathematics Education. Journal of Research of Mathematics Education*. EE.UU: Prentice-Hall.
- Rico, L. (1995). *Errores en el aprendizaje de la Matemática*. En J. Kilpatrick, P. Gómez y L. Rico. *Educación Matemática* (pp. 69-108). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Santos Trigo, L. (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*, México, Grupo Editorial Iberoamérica.

Schoenfeld, A. (1989). La enseñanza del pensamiento matemático y la resolución de problemas. En L. Resnick y L. Klopfer. (1989). *Curriculum y Cognición*. Buenos Aires: Aique.

Universidad Autónoma de Sinaloa. Academia de Matemáticas, DGEP-UAS (1999). *Concepciones inadecuadas y errores de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática y sus implicaciones didácticas*. En Memorias del Primer Foro sobre métodos alternativos para la enseñanza de las ciencias naturales y exactas. Culiacán.

ANEXO 1

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL - FACULTAD REGIONAL TUCUMÁN
 ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA - AÑO 2009**

Apellido y Nombre:.....
 Comisión:.....
 D.N.I N°:

EVALUACIÓN DE LOS CONOCIMIENTOS SOBRE CÓNICAS

1. Determinar las ordenadas de los puntos de intersección de la elipse de ecuación: $\frac{(x-3)^2}{25} + \frac{(y+2)^2}{9} = 1$, con la recta que contiene al punto (0,0) y al foco de abscisa negativa de la elipse
2. Encontrar los elementos de la siguiente cónica y graficar: $4x^2 - 9y^2 - 16x - 36y - 56 = 0$
3. Determinar la ecuación de la circunferencia que contiene al origen de coordenadas, tiene radio igual a 10 y la abscisa del centro es (-6). ¿Existe única solución? Grafique.
4. En la estructura colgante que se indica, el cable parabólico está suspendido de dos torres de 12 m de altura y la distancia entre ellas es 40 m. Calcule las longitudes de los cables verticales que se indican.

