

# METODOLOGÍA PARA EL TRATAMIENTO DE LOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS

J. M. Sigarreta<sup>1</sup>, Edgardo Locia<sup>1</sup>, S. Bermudo<sup>2</sup>

[josemariasigarretaalmira@hotmail.com](mailto:josemariasigarretaalmira@hotmail.com), [lociae999@hotmail.com](mailto:lociae999@hotmail.com), [sbermudo@upo.es](mailto:sbermudo@upo.es)

1. Universidad Autónoma de Guerrero, México.

2. Universidad pablo de Olavide, España

## RESUMEN

Partiendo de la premisa de que la resolución de problemas analizada como un proceso repercute directamente en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y constatando que las potencialidades de la heurística se encuentran raramente presentes en las prácticas de enseñanza, proponemos en este artículo una estrategia metodológica de carácter heurístico que favorezca los procesos de resolución de problemas Matemáticos.

**Palabras clave:** Problemas, Metodología, Estrategia.

## INTRODUCCIÓN

En todos los niveles de enseñanza, podemos apreciar que se ha perdido el uso de la heurística como método de enseñanza, y los estudiantes, por sí mismos, es difícil que encuentren vías de este carácter para satisfacer las necesidades de aprender. Una de las características que existe actualmente en el aula es la mecanización del discurso matemático, donde los estudiantes no descubren el conocimiento, no crean hipótesis, conjeturas o generan ideas originales y creativas de los objetos matemáticos. Una vertiente de esta mecanización, es la algoritmización de los procedimientos para resolver problemas.

En relación con la resolución de problemas, existen investigaciones que avalan la importancia de ésta como uno de los aspectos fundamentales a los que debe de estar orientado el trabajo del profesor en el proceso enseñanza-aprendizaje. Podemos mencionar, entre otros, a Polya (1976), Labarrere (1988), Rodríguez (1991), Schoenfeld (1991), Campistrous y Rizo (1996), Sigarreta et al. (2003-2008). Enfocándonos en el nivel superior existen trabajos (Rodríguez et al. (2008) y Sigarreta et al. (2008)) que demuestran que la enseñanza de la Matemática se limita a la enseñanza de procedimientos carentes de la esencia, que no le dan significado al concepto. Además, la utilización de libros de texto, de manera mecánica y directa, se hace cómplice de la generación de deficiencias en el alumnado, aunado a la creencia arcana de que las matemáticas se pueden enseñar con sólo tener el dominio profundo del contenido, llegando al punto de confundir la resolución de problemas como un fin, y considerar que la forma en que se consiga un determinado resultado es lo menos importante. Nuestra meta es la transformación de este modo arcaico de la enseñanza de la Matemática a uno basado en el descubrimiento, el pensamiento

creativo y original del concepto sustentado en la resolución de problemas como medio privilegiado de generación de saber y no como un fin desarticulado y vacío de significados.

La heurística como método de descubrimiento fue uno de los recursos fundamentales que durante siglos fue utilizado por los grandes matemáticos. Razón, por la cual debe ser una parte privilegiada del proceso enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas. La importancia de la resolución de problemas y en particular el uso de los recursos heurísticos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, se pone de manifiesto en los trabajos de Muller(1987), Polya(1981), Rodríguez(1991), Bermudo et al. (2009), Shoenfeld(1985), y Torres(1993); no sólo como actividad complementaria o como vía última de validación del concepto u objeto matemático, sino como una actividad que rija dicho proceso.

En función de lo anteriormente planteado y entendiendo que la resolución de problemas analizada como un proceso tiene una afectación directa en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y en función de utilizar las potencialidades de la heurística en la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas nos planteamos: Elaborar una estrategia metodológica de carácter heurístico para favorecer los procesos de resolución de problemas en Matemática.

### **ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN MATEMÁTICA.**

El enfoque histórico-cultural, encabezado por Vigotsky, concibe las estrategias didácticas como mediadores externos que se modelan en el curso de las interacciones entre los que aprenden y los que enseñan. Así, una estrategia didáctica está diseñada para su aplicación en el marco del aula, es decir, desde la perspectiva del profesor, o del estudiante, o del plan de estudios, o de la misma escuela. Las estrategias didácticas tienen características de implementación general y sus objetivos son la enseñanza-aprendizaje de todos los elementos asociados con el tema que se esté estudiando.

Desde nuestra posición entendemos por estrategia metodológica una concepción sistémica que en el plano de la enseñanza y del aprendizaje estructura una determinada práctica dentro del proceso enseñanza-aprendizaje para incidir en el desarrollo de alguna habilidad, proceso o conocimiento de manera general. Así, nuestra estrategia es de carácter metodológico, y sus características son las de proveer un método de aplicación para la enseñanza y/o aprendizaje de algún tema. En nuestro caso se pretende proveer un método al profesor para incidir en el proceso de resolución de problemas de Matemáticas mediante el uso de recursos heurísticos.

### **ETAPA DE ORIENTACIÓN PARA LA ESTRATEGIA METODOLÓGICA**

El objetivo de este segmento es la explicación-descripción de la estrategia metodológica para favorecer los procesos de resolución de problemas. En él se explican las acciones a realizar por los profesores en cada una de sus etapas. En un primer momento el profesor debe conocer y prepararse en relación con los elementos teóricos (entiéndanse fundamentos psicológicos,

pedagógicos y filosóficos) que permitan garantizar la puesta en práctica y ejecución de la estrategia propuesta.

Esta etapa sirve de guía para que el profesor conozca los principios tenidos en cuenta para dirigir el proceso de resolución de problemas. El trabajo del docente estará matizado por la comprensión de la importancia de los principios heurísticos y didácticos, así como de las relaciones que se establecen entre ellos en aras de garantizar el éxito de la aplicación de la estrategia propuesta. En este instante es importante que conozca que aquí es donde se deben cubrir ambos tipos de principios y que en estos se integran todos los elementos teóricos analizados.

Los **procedimientos heurísticos** en el trabajo son divididos en:

**Analogía:** Consiste en la utilización de semejanzas de contenido y/o forma. El uso de analogías permite que los estudiantes descubran una proposición nueva para ellos, y que sugieran el método y/o el procedimiento para su demostración.

**Reducción:** Este principio puede ser utilizado de cuatro formas distintas:

1. A un problema ya resuelto. Es el más utilizado de los cuatro debido a la amplitud que tiene para su implementación. Es de las cosas más naturales, buscar la solución de un problema en otro del que ya se conoce la respuesta.
2. Recursión. Consiste en transformar lo desconocido en algo ya conocido.
3. Demostración de teoremas. La cual puede ser de distintas formas: descomposición en problemas parciales (aplicando la recursión), diferenciación de casos, reducción al absurdo, contra-recíproco y contra-ejemplo.
4. Modelación.

**Inducción:** Consiste en llegar a la suposición de que existe una relación general, a partir del análisis de una serie de resultados particulares o viceversa.

**Generalización:** Permite obtener suposiciones para un conjunto de objetos, fenómenos o relaciones, a partir del análisis de un caso especial o particular.

Las **reglas heurísticas** tienen el carácter de impulsos dentro del proceso de búsqueda de nuevos conocimientos y resolución de problemas. Algunas reglas heurísticas generales son: separa lo dado de lo buscado, recuerda los conocimientos relacionados con lo dado y lo buscado y busca relaciones entre las partes. Las **estrategias heurísticas** constituyen los procedimientos principales para buscar los medios matemáticos concretos. Existen dos tipos:

1. Método sintético: Partir de los datos y deducir de ellos lo que se busca, apoyándose en los conocimientos que se tienen, y así elaborar una cadena de ideas.
2. Método analítico: Partir de lo que se busca, apoyándose en los conocimientos que se tienen, analizar posibles datos de los que se puedan deducir posibles resultados.

Además, el profesor debe tratar de hacer consciente al estudiante del uso de **recursos heurísticos** tales como: diagramas, figuras de análisis, cambio de dominio del problema, reducción a problemas conocidos, trabajo hacia atrás, realizar una construcción auxiliar, trabajo en ambas direcciones y descomposición del problema en otros más sencillos. El uso de los recursos hay que verlo como la concreción de un momento del pensamiento, como la materialización de un esquema, diagrama, tabla, etc. de la representación mental, que surge en el proceso de solución de

un problema y que estará asociado al marco referencial del individuo, a sus vivencias, a sus experiencias y a su propia personalidad.

Es importante que el profesor reconozca que el uso de los recursos heurísticos está relacionado con el desarrollo del pensamiento lógico, situación que se pone de manifiesto cuando los estudiantes realizan operaciones mentales tales como: analizar, sintetizar, comparar, clasificar, generalizar, concretar, abstraer y particularizar. Para poder desarrollar la interrelación anterior el docente debe saber cómo proceder para ello. En tal sentido, para poder dirigir el proceso de desarrollo de sus estudiantes, debe conocer bien la técnica de preguntar y debe saber cómo formular los impulsos que estén en la zona de desarrollo próximo de sus alumnos, teniendo en cuenta que la enseñanza debe ser diferenciada.

Los principios didácticos en los que se sustenta la estrategia son los siguientes:

- Relación entre lo afectivo y lo cognitivo. En la estrategia se pondera la implementación de situaciones problémicas que sean agradables para el estudiante, es decir, que estén en relación con sus intereses cognitivos. Los intereses cognitivos representan su campo afectivo, y lo cognitivo son precisamente los problemas que se deben resolver.
- Relación entre la actividad y la comunicación. En la actividad (que es la resolución de problemas), en primera instancia existirá una estrecha comunicación profesor-estudiante, y después estudiante-estudiante y por último estudiante-problema.
- Relación entre lo instructivo y lo educativo. La estrategia instruye al estudiante en los recursos heurísticos, así como lo educa para implementar sus conocimientos adquiridos en diversas áreas de su interés.

La interacción y fusión de los principios es concebida como la regla fundamental de organización de esta estrategia, que asegura la correspondencia de la estrategia con sus funciones. Como lo expresan Sigarreta y Laborde (2003), la aplicación de ellos garantiza trabajar con la individualidad de los estudiantes, teniendo en cuenta sus conocimientos, habilidades y valores. Dentro de las clases dedicadas al tratamiento de problemas, al aplicar los principios didácticos y heurísticos de manera simultánea, se rompe con el esquema tradicional en el que se presentan las ideas ya formadas por el profesor, acerca de la resolución de problemas y el mundo. Así la Matemática se erige como un elemento sociocultural imprescindible en la formación del estudiante.

En la dirección metodológica, el profesor debe proceder de la siguiente manera: en un primer momento selecciona los principios y técnicas heurísticas a trabajar en función del contenido; posteriormente analiza qué tipos de problemas presentará al estudiante; en un tercer momento, determina cuáles indicadores, de los analizados, aparecen con más frecuencia en los problemas planteados y, por último, declara los criterios para controlar el proceso.

Después de la comprensión, por parte del maestro, de los elementos anteriores se está en condiciones para pasar al DIAGNÓSTICO, que se sustenta en un conjunto de acciones encomendadas al profesor. La primera de ellas exige un diagnóstico mucho más amplio que los que realiza la escuela en la actualidad, al partir del estudio de los elementos relacionados con los

recursos heurísticos que poseen los estudiantes. También en esta etapa se deben tener en cuenta los conocimientos matemáticos que poseen los estudiantes. Otro elemento que demuestra la amplitud de la propuesta de diagnóstico es contener dentro de él otra dirección más: la referente a los intereses cognitivos.

En el diagnóstico de los conocimientos matemáticos, como en cualquier asignatura, es donde se deben evidenciar carencias y fortalezas de los estudiantes, para así decidir el punto de partida y si necesitan tiempo de regularización de temas básicos o necesarios. Para el desarrollo de este diagnóstico el profesor debe apoyarse, en lo fundamental, en un análisis detallado del expediente del estudiante y en las valoraciones del colectivo pedagógico que incide sobre el estudiante. Una segunda dirección, mucho más específica, es donde se debe tener en cuenta los elementos relacionados con el proceso de resolución de problemas y los recursos heurísticos con los que se trabajará. Otro elemento que refuerza su especificidad radica en que las técnicas utilizadas para ello están puramente basadas en los problemas matemáticos. En este caso, el profesor debe apoyarse en problemas tipos que deben estar en relación directa con los procedimientos heurísticos. El estudio de los intereses cognitivos de los estudiantes debe verse como una vía que permite estratificar el grupo en función de sus intereses, actitudes y aspiraciones, y desde esa posición concentrar el trabajo de resolución de problemas. Constatamos que existen trabajos como Mitjás (1995), Silvestre (1997), Sigarreta y Torres (2003) que señalan como una de las dificultades fundamentales en el aprendizaje de los estudiantes, la disminución del interés por el aprendizaje.

Otro de los elementos a tener en cuenta en la metodología, está relacionado con el estudio de los intereses cognitivos como base para la organización de todas las actividades desarrolladas por la escuela de forma general y para la enseñanza de las Matemáticas en particular, elemento éste enlazado de manera directa con el principio didáctico que enfatiza en el vínculo de lo afectivo y lo cognitivo. Es conveniente que los profesores presenten en todas las clases un problema con un texto relevante y que resulte interesante y significativo para sus estudiantes, como un elemento importante para el logro de los objetivos y de favorecer la eficacia a la hora de la aplicación de la estrategia heurística propuesta para el tratamiento de los problemas matemáticos.

Es natural que lo que se estudia o presenta al estudiante tendrá valor para él en la medida en que el contenido tratado le resulte significativo, es decir, en la medida en que responda a lo que desee conocer, a la satisfacción de sus intereses cognitivos y se pueda relacionar con lo que él ya conoce. Los intereses dependen de múltiples factores, tales como, el desarrollo físico y mental, experiencia en el área de análisis, el concepto que se tenga de sí mismo, las capacidades individuales, etc. Por tanto, los intereses no son posiciones eternas, sino que existe la posibilidad real de actuar sobre dichos factores y cambiarlos de acuerdo con los objetivos formulados.

Darle salida a cada uno de los intereses cognitivos de los estudiantes a través de los problemas matemáticos, es teóricamente posible por la cantidad de situaciones que pueden relacionarse en el texto de un determinado problema. Pero resulta claro que este proceso no puede dar salida a la diversidad y complejidad de la totalidad de éstos en el marco escolar, por razones obvias. No

obstante, el conocimiento de ellos debe conducir a regularidades que permitan la planificación de actividades y tareas que sean realmente atractivas para la mayoría de los estudiantes.

En la actualidad, las técnicas más utilizadas para el diagnóstico y estudio de las formaciones psicológicas de la personalidad son los denominados productos de la actividad desarrollados por Mitjás (1995). En este método se estudian los productos, en lugar del desarrollo directo de la actividad, a fin de deducir indirectamente de ellos, las particularidades psíquicas de la actividad y del sujeto activo. Así, uno de los elementos de obligada presencia en la actividad pedagógica de los profesores, a la hora de organizar el proceso docente educativo, es conocer que los intereses cognitivos responden, en gran medida, a las experiencias recogidas por el individuo en el transcurso de su vida, las cuales después de establecerse devienen en propiedades psíquicas. De las posiciones anteriores se deduce que un estudiante que rechaza la Matemática, expresa, en primer lugar, que la experiencia que tiene respecto a la Matemática (entiéndase matemática escolar) es negativa.

La etapa del diagnóstico inicial, está entonces comprendida en tres grandes rubros, que son: los intereses cognitivos, los conocimientos, y los recursos heurísticos. Por lo tanto, es importante destacar que cada uno de estos rubros debe ser ampliamente revisado por el profesor, ya que en base a éstos es como se irán determinando los objetivos generales y particulares del trabajo del aula. Estamos en posición de aseverar que un diagnóstico de estas características proveerá al profesor de la información necesaria para iniciar adecuadamente el curso. Dentro del marco de la Heurística se puede preguntar:

1. Cuando resuelves un problema ¿Qué tan a menudo recurre a dar el problema por resuelto?
2. ¿Conoces los beneficios del trabajo hacia atrás, o sea, el método analítico?
3. ¿El uso de diagramas y bosquejos que expliciten toda la información de un problema es usual en tu trabajo?
4. ¿Conoces o te han instruido en el trabajo heurístico?
5. Cuando vas a resolver un problema ¿Ejecutas algún plan de acción que posiblemente te lleve a la solución requerida?
6. ¿Estás familiarizado con el uso de estrategias particulares y generales para la resolución de problemas?
7. Según tu perspectiva, ¿Qué tan hábil eres en la resolución de problemas?
8. El reto de resolver problemas, ¿Te hace buscar métodos de solución o simplemente deseas llegar a la solución?
9. ¿Qué entiendes por la heurística?
10. ¿Conoces o has trabajado con recursos heurísticos?
11. ¿Tus profesores utilizan la heurística como recurso para la enseñanza?

#### **ETAPA DE EJECUCIÓN DE LA ESTRATEGIA METODOLÓGICA**

Después del tránsito por la etapa del diagnóstico, el profesor está en condiciones de pasar a la nueva etapa, que es donde se trabaja con mayor profundidad en los elementos esenciales del

tratamiento de los problemas matemáticos y las relaciones entre ellos. Aquí aparece el objetivo (que es parcial, al ser derivado del objetivo principal), dependiente del diagnóstico y del recurso heurístico que se pretenda trabajar. El profesor debe hacer partícipe al estudiante de su proceso de desarrollo, permitiendo que conozca lo que se espera de él y cuál debe ser el producto de la actividad que va a realizar. Por tanto, habrá una declaración a los estudiantes sobre la importancia de la actividad que realizarán, tanto para ellos en su crecimiento personal, como para la sociedad en general.

Los objetivos se deben formular sobre la base del diagnóstico realizado y tendrán en cuenta los siguientes elementos:

1. Clasificación de los Problemas. Se propone una clasificación de los problemas en Estructurales (aquellos que pueden resolverse según sean análogos en cuanto a su estructura o en cuanto al proceso de solución con otros problemas ya resueltos) y Reductivos (que pueden resolverse transformándolos a nuevos problemas en donde se pueda vislumbrar mejor una vía de solución o reducirlos a problemas ya resueltos)
2. Recurso Heurístico a utilizar. Se debe tener en cuenta cuál va a ser el recurso que se quiera fortalecer o enseñar.
3. Momento del desarrollo del contenido. Cuáles son los temas que los estudiantes necesitan o están en posición de aprender.
4. Nivel de profundidad. Donde en función del objetivo aparecen además los diferentes tipos de problemas (Sigarreta J. M. y Torres. J. (2003)). A título de ejemplo mencionamos algunos.
  - Problemas abiertos con varias soluciones
  - Problemas con datos contradictorios
  - Entre otros.
5. Habilidad Matemática.

Dentro de los objetivos, claramente están comprendidos los objetivos básicos de cualquier curso, como lo son: conocimientos, habilidades y valores.

Después de establecido el objetivo y ya en el quehacer de su cumplimiento, el profesor debe apoyarse, en un primer momento, en los tipos de problemas y en los elementos fundamentales a tener en cuenta dentro de su tratamiento, tales como la presencia permanente de la valoración crítica de los elementos que lo estructuran, de su formulación y de cada uno de los esfuerzos realizados para obtener la solución. Dentro de las indicaciones metodológicas que permiten desarrollar con éxito la estrategia propuesta se tienen:

- Seleccionar ejemplos apropiados para mostrar el empleo de la estrategia heurística.
- Explicar con precisión en qué consiste la estrategia heurística y mostrar cuándo conviene aplicarla, de manera que sea completamente comprensible su empleo.
- Resaltar las ventajas que ofrece el empleo de los recursos heurísticos para propiciar la generalización de su uso.
- Enfrentar a los estudiantes a la solución de problemas y exigir su participación activa en emplear independientemente los recursos heurísticos trabajados.

- Propiciar en las clases que utilicen conscientemente las estrategias y se argumente su empleo en la búsqueda de los medios matemáticos y en el plan de solución del problema.

En este sentido, el docente, no debe descartar la posibilidad de que un sistema utilizado para desarrollar un determinado recurso heurístico pueda favorecer el desarrollo de otro, y no perder de vista las dimensiones que pueden influir en el proceso de resolución de problemas:

- Dominio del conocimiento.
- Estrategia cognoscitiva: Recursos heurísticos.
- Estrategia metacognitiva: Control y evaluación permanente empleado por el estudiante a la hora resolver problemas.
- Sistema de creencias: Concepciones de los estudiantes acerca de la matemática en general y de la resolución de problemas en particular.
- Actividades de enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas.

En esta dirección resulta necesario precisar algunos puntos esenciales que el profesor seguirá para alcanzar el éxito en la actividad propuesta. Debe asegurarse, antes de proponer un determinado problema, que se satisfacen las condiciones previas para el trabajo estudiantil, entiéndase conocimientos aplicados en el problema, estrategias para la resolución de problemas, vocabulario formal y matemático, etcétera. Obviamente, al iniciar esta labor, que permite la categorización de los estudiantes en relación con los recursos heurísticos analizados, es preciso comenzar sólo cuando estemos convencidos de que la información brindada es suficiente, comprensible y que ha sido captada; así ayudamos a los estudiantes en las tareas propuestas. La prueba palmaria de esta comprensión está cuando los estudiantes pueden decir de qué trata el problema, los datos fundamentales, tanto implícitos como explícitos, y la(s) interrogante(s) esencial(es) del problema. En este momento debe orientarse a los estudiantes a que realicen una lectura analítica del problema y parafraseen; así tienen un incentivo para que formulen preguntas para aclarar lo que se quiere en el problema, busquen las relaciones que existen entre los datos y analicen si el problema en cuestión posee relación directa o indirecta con los contenidos que se están impartiendo.

La etapa de desarrollar, seleccionar o reformular un conjunto de problemas evidentemente estará dirigida por los objetivos, es decir, con las características que ya explicitamos anteriormente que deben de tener los problemas en base a su clasificación. Claramente, el momento del desarrollo del contenido es importante, ya que se deben utilizar problemas que estén a la altura de lo que los estudiantes puedan realizar. Para la selección de los problemas el profesor debe considerar no sólo su posible contribución al conocimiento matemático del estudiante sino que se aprecie su relación con el desarrollo de los recursos heurísticos. La selección realizada debe contener problemas que admitan riqueza de preguntas complementarias, tanto matemáticas como sociales, donde el profesor entronice las exigencias específicas de la asignatura y a su vez favorezca la formación de técnicas y estrategias de carácter heurístico.

Es conveniente proponer en las primeras clases, al menos un problema que exija en lo fundamental un análisis lógico, liberado dentro de lo posible de un profundo conocimiento

matemático. Después se debe aumentar el número de ellos y ser utilizados con la finalidad de asegurar las condiciones previas, motivar, introducir un nuevo contenido y fijar la nueva materia. Al final de todo el proceso se emprenderán clases destinadas a la resolución de problemas, en las que sea considerado como punto de partida, un conjunto de problemas con las características analizadas, con el fin de acceder e incidir en los recursos heurísticos desarrollados, lo que garantizará el éxito de la actividad. En esta etapa aparece la selección o elaboración de problemas. La misma permite al profesor realizar la selección de los problemas, fundamentalmente, reformulados en función de los resultados del control realizado, de las características de los problemas y del recurso heurístico que se pretende potenciar con mayor fuerza. En esta etapa es fundamental propiciar el intercambio entre estudiantes a la hora de resolver problemas en clase. Esto es con la finalidad de discutir la destreza y deficiencias mostradas por los estudiantes en el proceso de resolver problemas. El profesor debe actuar como moderador mientras discuten problemas en las clases. Aun cuando los estudiantes son motivados a seleccionar y tratar ideas que ellos consideren plausibles, el profesor debe proveer algunas direcciones que son de valor para la discusión. Debe también dividir la clase en pequeños grupos que discutan problemas matemáticos. El papel de coordinador es elaborar preguntas que ayuden a los estudiantes a reflexionar en lo que están haciendo.

Esta etapa fortalece los recursos heurísticos seleccionados y abordados en las etapas anteriores y actúa de manera directa sobre el resto de los recursos no trabajados de forma explícita. Además, contribuye a asegurar una verdadera sistematización de los contenidos dentro de cada unidad y a lo largo del nivel, así como dejar cimientos, en lo fundamental, dentro del trabajo con todos los componentes de la Heurística. La estratificación de los problemas en los términos antes descritos, está basada en una adecuada estructuración de las diferentes actividades a realizar; por tanto, es necesidad plantear que un determinado problema utilizado con un fin pudiera emplearse con otro. Esto dependerá de la dirección en que el profesor oriente la actividad y de las preguntas que formule. Lo que resta dentro de esta etapa, es la estrategia heurística para potenciar los procedimientos de solución a través del tratamiento de los recursos heurísticos. Esta estrategia consta de las siguientes acciones:

**ACCION 1: Orientación. OPERACIONES:** ¿Qué problema vas a enfrentar? ¿Has visto alguno formulado de manera parecida? ¿Es un problema real? ¿Está relacionado con tu entorno sociocultural? ¿Qué relaciones reales son expresadas en el texto del problema? ¿Qué elementos conoces sobre la actividad abordada en el texto del problema? ¿Son familiares para ti todos los términos que intervienen en la formulación del problema? ¿En qué campo de conocimientos se mueve el problema planteado?

**ACCION 2: Ejecución. OPERACIONES:** Clasifica el problema: estructurales o reductivos, en su debida subclasificación. Elabora un esquema, diagrama, tabla, etc. ¿Son suficientes los datos? ¿Existen datos contradictorios? Delimita qué conocimientos se relacionan con los elementos del problema. Realiza transformaciones equivalentes en la premisa y/o la tesis. ¿Has resuelto un problema parecido o relacionado con éste? Escoge un lenguaje apropiado o una notación adecuada.

**ACCION 3: Control. OPERACIONES:** ¿Todas las soluciones halladas son soluciones del problema? Explica con tus palabras cómo arribaste a la solución. ¿Puede ser generalizado el método de solución encontrado?

### **ETAPA DE CONTROL**

Al finalizar, se debe desarrollar una etapa de control donde el estudiante y/o el profesor sean capaces de retroalimentarse, analizar, observar, etc., todo el procedimiento que se ha llevado hasta el momento. Aunque la etapa de control se encuentra hacia el final de la estrategia, está prevista para aplicarse en cualquier momento de la aplicación de la estrategia. Ejemplificando: el profesor puede darse cuenta de que el diagnóstico inicial no fue el adecuado en la etapa de la profundización, entonces, puede volverse a la parte donde apareció y corregirlo, o corregirlo sobre la marcha. Así mismo, el control que se haga en las etapas de las acciones es indudablemente el centro del logro del proceso metacognitivo del estudiante, éste debe ser instruido a realizar controles parciales durante cada una de las acciones que realice.

La etapa será continua y controlará, en lo fundamental, el nivel alcanzado por los estudiantes en las técnicas para la resolución de problemas y el cumplimiento de los objetivos parciales, ya que éstas son un elemento esencial para el logro del objetivo final y el nivel de desarrollo alcanzado en la utilización de los recursos heurísticos trabajados de manera explícita. Aunque el profesor debe estar convencido de que no se incide de manera fraccionada sobre la heurística y que desde el punto de vista teórico se puede incidir en todos los recursos heurísticos y tipos de problemas seleccionados al mismo tiempo, en la práctica tal situación no resulta viable si se pretende dirigir y controlar el proceso de trabajo heurístico.

En esta etapa el profesor debe sustentar el criterio de qué recursos heurísticos potenciados explícitamente alcanzan o no la posición esperada y en función de la decisión determinar qué actividades debe desarrollar para permitir fortalecer el logro del objetivo propuesto. Para completar la acción sobre los recursos heurísticos trabajados de forma explícita, y el resto de los recursos no abordado hasta ahora, deben tenerse en cuenta todas las etapas explicadas con anterioridad. Teniendo en cuenta que la estrategia metodológica permite la apropiación y buen desempeño de los estudiantes en cuanto al uso de la heurística en la solución de problemas, estamos convencidos de que la instrucción heurística sirve para todos los ámbitos donde se desempeña el estudiante, razón por la cual en todas las etapas se deben analizar los elementos de forma tanto cualitativa como cuantitativa. Nos referimos a que las deficiencias se deben solventar, pero también las destrezas se deben fortalecer, es decir, se debe ir de la mano de evaluaciones constantes para determinar el desarrollo alcanzado respecto al uso apropiado de los recursos heurísticos.

### **CONCLUSIONES**

Durante la realización de esta investigación pusimos en evidencia que los métodos utilizados por diversos autores para la enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución de problemas

en matemáticas han carecido de la utilización explícita de la heurística como recurso, y por tanto, las relaciones que existen entre los procedimientos de solución y la heurística no aparecen integrados en ninguna propuesta didáctica. Así, el reto fundamental ha sido establecer estas relaciones en una estrategia metodológica completa, donde la ganancia no sólo es la enseñanza-aprendizaje de conocimientos matemáticos, sino la instrucción de habilidades heurísticas para su aplicación en todos los aspectos profesionales y personales, la habilidad de resolver problemas, y el mejoramiento de los procesos metacognitivos de los estudiantes.

Por otro lado, los beneficios de la implementación de esta estrategia por los profesores abre el panorama a utilizarla como un parteaguas en la calidad de los cursos que se ofrecen, para tener como resultado cursos más completos y llenos de actividades que propicien un ambiente de estudio consciente. El mejoramiento de los procesos metacognitivos también es parte del trabajo de los profesores; donde, con el paso del tiempo, se evidenciará un mejoramiento sustancial en la naturalidad del manejo de la estrategia, así como de los recursos heurísticos. Aunque no hay una sistematización sobre la implementación de los recursos heurísticos en la enseñanza de la Matemática, la incorporación de técnicas asociadas con el trabajo heurístico en los procedimientos de solución de problemas gana cada día más adeptos y su incorporación a la práctica de la docencia es cada vez más necesaria.

Aunque la estrategia propuesta no ha sido experimentada directamente con estudiantes, es notable la aceptación que hemos tenido por parte de colegas expertos, de distintas universidades del mundo, léase Universidad Carlos III de Madrid (España), Universidad de Aveiro (Portugal) y Universidad Popular autónoma del Estado de Puebla (México), específicamente en el área de la resolución de problemas al exponerles nuestro trabajo. Para ellos, la implementación de esta estrategia en un curso de Matemáticas es completamente factible y así mismo expresaron la necesidad apremiante de un cambio en la metodología de la enseñanza de dicha asignatura. Están convencidos de que nuestra estrategia puede tener más amplitud en lo que se refiere a posibilidades de implementación en diversos cursos de otras asignaturas de ciencia. Así pues, la aplicación de la estrategia metodológica permite: la independencia cognoscitiva de los alumnos; la integración de los conocimientos nuevos que asimilan los alumnos con los ya existentes; el desarrollo de operaciones intelectuales y de las formas fundamentales de trabajo y pensamiento científico; la formación de capacidades mentales, tales como: la intuición, la productividad, la originalidad de las soluciones, la creatividad, etc.

El significado de esta investigación está en las posibilidades para aplicar sus resultados a la docencia, por lo que se recomienda en un primer momento la preparación de los maestros en los elementos importantes de la Heurística, proporcionando elementos a los docentes que les guíen en la consecución de sus objetivos, aspecto que llenará un vacío sensible en la concepción didáctica y metodológica actual de la Matemática.

## **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Bermudo S., Sigarreta J. M. & Dolores C. (2009). On the Klein Group and Application. Applied

- Mathematical Sciences 2, 213-221
- Campitrous, L y C. Rizo (1996). *Aprende a resolver problemas aritméticos*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.
- Labarrere, A. F. (1988). *Bases Psicológicas de la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos en la escuela primaria*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.
- Levontiev, N. (1976). *Actividad, Conciencia, Personalidad*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.
- Majmutov, M. (1983). *Enseñanza Problémica*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.
- Mitjás, A. (1995). Como desarrollar la creatividad en la escuela. *Pensar y crear. Estrategias, métodos y programas*, 156–208.
- Müller, H. (1987). Aspectos metodológicos acerca del trabajo con ejercicios en la Enseñanza de la Matemática. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación
- Polya, G. (1976). *Cómo plantear y resolver problemas*. DF, México: Trillas.
- Polya, G. (1981). *Mathematical Discovery: On Understanding, Learning and Teaching Problem Solving*. New York, USA: Combined edition.
- Rodríguez, A. (1991). Un esquema para la solución de problemas en Matemáticas. *Boletín SCMC* 13, 10-20.
- J. M. Rodríguez, P. Ruesga and J. M. Sigarreta (2008). On the teaching of Geometry. International Conference of Education, Research and Innovation. ICERI, 12-22. Madrid.
- Shoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. New York, USA: Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (1991) *Learning to think mathematically. Problem Solving, metacognition and sense making in mathematics*. California, USA: University of California.
- Sigarreta J. M. y Arias L. R. (2003). La resolución de problemas: Un recurso para el desarrollo de la formación de la personalidad. *Premisa* 20, 13-22.
- Sigarreta J. M. y Laborde J. M. (2004). Estrategias para la Resolución de Problemas como recurso para la interacción sociocultural. *Premisa* 20, 17-29.
- Sigarreta J. M., Ruesga P. y Valls F. (2007). Diagrams of logical relations in transformational tasks. *Far East Journal of Mathematical Education* 1(2), 95-124.
- Sigarreta J. M. y Ruesga P. (2004). Estrategia para la Resolución de Problemas, utilizando las Funciones. *Docencia Universitaria* 5 (1-2), 75-95.
- Sigarreta J. M., Ruesga P. y Rodríguez J. M. (2006). Recurso para la enseñanza del concepto de límite. *Boletín "Puig Adams"* 73, 79-92.
- Sigarreta J. M., Ruesga P. and Rodríguez J. M. (2008). Analogies in Differential Equations. *Far East Journal of Mathematical Education* 2(1), 31-48.
- Sigarreta J. M. y Torres. J. (2003). Utilización de los problemas Matemáticos en la formación de valores. *EMA* 8, 35-45.
- Silvestre, M. (1997). Reflexiones acerca de la necesidad de buscar una concepción didáctica del desarrollo intelectual. Proyecto Cubano TEDI. Curso de Pedagogía 97, La Habana
- Torres, P. (1993). *La Enseñanza Problémica de la Matemática en el nivel Medio General*. Tesis para la opción al grado de Doctor en Ciencias Pedagógicas. ISPEJV, La Habana, Cuba.
- Vigotsky, L. (1982). *Pensamiento y Lenguaje*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.
- Zillmer, W. (1981). *Complementos de Metodología de la Enseñanza de la Matemática*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.