VALORES PRÁCTICOS Y EPISTÉMICOS DE LOS PRODUCTOS NOTABLES

Juan Gabriel Molina Zavaleta, Esteban Martos Michaca, Apolo Castañeda Alonso Instituto Politécnico Nacional (México)

<u>jmolinaz@ipn.mx</u>

RESUMEN

En el documento discutimos una investigación que analiza la importancia que un grupo de profesores asignan a los Productos Notables. Tal importancia la discutimos utilizando términos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico. En este artículo, una de las preguntas que orientan la investigación y a la cual se aporta una respuesta es: Según profesores de matemáticas, ¿cuál es el valor de los productos notables en la escuela?

Palabras clave: valores prácticos, valores epistémicos, productos notables, TAD

OBJETIVO DE LA INVESTIGACIÓN

Por Producto Notable (PN) entendemos a "ciertos productos que cumplen reglas fijas y cuyo resultado puede ser escrito por simple inspección, es decir, sin verificar la multiplicación" (Baldor, 2000, p.97), sólo por poner algunos ejemplos de Productos Notables (PNS) mostramos expresiones algebraicas tales como (a + b)(a - b) o (a + b)(a + b), para los cuales su resultado es a + b y a + 2ab + b respectivamente.

Existen varias evidencias de que se invierte mucho tiempo preparando materiales para que los estudiantes aprendan tal contenido. Evidencia de la importancia¹ asignada a este tema se puede comprobar haciendo una búsqueda en Internet del término "Productos notables", se encontrará que arroja gran cantidad de resultados en los que se aborda, por lo menos en México; muchos de estos trabajos, que son respaldados por instituciones educativas, reflejan el propósito de promover el aprendizaje del tema en cuestión. En su momento profundizaremos en ese asunto. Como profesores de matemáticas nos resultan importantes, sin embargo tal creencia podría ser efecto del pertenecer a la cultura escolar, por ello nos preguntamos ¿según profesores de matemáticas, cuál es el valor de los *productos notables* en la escuela? ¿Cuál es el valor de los PNS que se puede desprender del análisis de materiales en línea? Para discutir sobre ello hemos elegido elementos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) de Chevallard (1999) como marco teórico, los elementos que retomamos se discuten en el siguiente apartado. En el trabajo analizamos el discurso del profesor², y lo que observamos en este análisis fueron los tipos de tareas en que el

¹ Por *importancia* nos referimos al interés que hay en el tema entre profesores de matemáticas.

² El discurso del profesor lo entendemos como una serie de las palabras y frases empleadas por él para comunicar lo que piensa.

profesor implica los productos notables. Entonces consideramos a los PNS una *técnica* para acometer tales *tipos de tareas*, y con base en ello discutir sobre la importancia que profesores perciben de estos productos en la escuela; esta importancia la clasificamos en dos categorías, los valores prácticos y los valores epistémicos de la técnica. El *tipo de tareas* que permite acometer la *técnica*, le llamamos *valor práctico* de la técnica, y a las ideas a las cuales lleva el empleo de dicha técnica, le llamamos *valor epistémico*³ de la técnica.

ELEMENTOS TEÓRICOS

A continuación explicaremos algunas ideas de la Teoría Antropológica de lo Didáctico que retomamos para nuestra investigación. De acuerdo con Chevallard (1999) la praxeología está formada por las siguientes nociones: tipos de tareas, técnicas, tecnologías y teorías. A continuación explicamos cada una de ellas en el contexto de nuestro trabajo.

TAREAS Y TIPOS DE TAREAS

Las tareas (y los tipos de tareas) en el contexto de la escuela, son trabajos o ejercicios que se le encargan al alumno, y estas se expresan mediante un verbo. Por ejemplo, una $tarea\ t$ es la siguiente: Factorizar la expresión x + x - x - 1. Es un trabajo concreto que un profesor puede asignar a algún estudiante. Por otra parte, un $tipo\ de\ tarea\ T$ es un trabajo no tan específico como la $tarea\ t$ y se expresa también con un verbo, "factorizar algún polinomio de grado tres".

La tarea t tiene cabida en el tipo de tarea T y se puede decir que $\mathbb{S} = \mathbb{T}$. Por otra parte, la expresión "Factorizar" se consideran un género de tareas.

Por último, tareas, tipos de tareas, géneros de tareas *no son* datos de la naturaleza, son "artefactos", "obras", *construcciones institucionales*, cuya reconstrucción en tal institución, por ejemplo en tal clase, es un problema completo, *que es el objeto mismo de la didáctica*. Chevallard (1999. p.224⁴).

LAS TÉCNICAS

Un trabajo o un ejercicio para ser realizado requiere de una manera de hacerlo, a esto se le llama técnica. Por ejemplo, la tarea simplificar la expresión $x^{\frac{a}{2}} + 1$ podría ser resuelta utilizando la diferencia de cuadrados para factorizar el numerador $\frac{[(x)^2 + 1)(x^2 - 1)}{x^2 + 1}$, posteriormente cancelar el

⁴ Todas las citas incluidas en este trabajo son nuestra traducción.

³ Esta idea es retomada del trabajo de Lagrange (2005, p.118).

factor $(x)^2 + 1$ pues multiplica y divide, así $\frac{x^4 - 1}{x^2 + 1} = x^2 - 1$. Dado el planteamiento, aquí los productos notables son parte de una técnica para resolver ciertos tipos de tareas, esta consideración conduce a plantear las siguientes preguntas:

- a) ¿Qué tipos de tareas asignan profesores de matemáticas a sus estudiantes en donde la técnica de solución involucra PNS?
- b) ¿Los profesores involucrados en el estudio perciben importantes a los Productos Notables por los tipos de tareas que con éstos se resuelven?

LAS TECNOLOGÍAS

"Se entiende por tecnología, y se indica generalmente por θ , un discurso racional –el logos- sobre la técnica -la tekhnê- τ , discurso cuyo primer objetivo es justificar "racionalmente" la técnica τ , para asegurarse de que permite realizar las tareas del tipo T, es decir, realizar lo que se pretende. El estilo de racionalidad puesto en juego varía por supuesto en el espacio institucional y, en una institución dada, al filo de la historia de esta institución, de manera que una racionalidad institucionalmente dada podrá aparecer... como poco racional en otra institución" (Chevallard,1999, p. 226). Por ejemplo, consideremos la técnica de utilizar la diferencia de cuadrados para factorizar la expresión $\frac{1}{2}$, una tecnología para explicar por qué tal técnica funciona es el siguiente discurso del profesor:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$
 porque, se sabe que: $2^2 - 3^2 = 4 - 9 = -5$ y por otra parte $(2 + 3)(2 - 3) = 5(-1) = -5$

Por tanto $2^{2} - 3^{2} = (2 \div 3)(2 - 3)$

LAS TEORÍAS

Por esta noción entendemos una explicación detallada de las afirmaciones hechas en el discurso tecnológico, una demostración matemática formal de la afirmación de que se trate.

Por ejemplo la demostración formal de la expresión a bacerse utilizando propiedades asociativas y distributivas de los números reales. Aquí el elemento *Teoría* tal como lo entendemos de la TAD está prácticamente ausente, quedando a nivel de tecnologías. En relación a este asunto en el trabajo de Bosch, Fonseca y Gascón (2004, p. 220) explican cómo en España en este nivel educativo existe una restricción institucional que concentra la actividad matemática en el bloque práctico-técnico.

MÉTODO

A continuación exponemos el método por el cual se condujo la investigación⁵. Se explica en términos generales en qué consistió cada etapa:

1. Diseño de una entrevista-foro para profesores

Con base en las consideraciones teóricas se formuló una entrevista para analizar el discurso de profesores de matemáticas en relación a los productos notables. El dispositivo se formó con las siguientes tres preguntas:

¿Qué entiendes por los Productos Notables?

¿Es necesario enseñar los Productos Notables?

¿Qué pasaría si omitiéramos enseñar los Productos Notables?

El propósito de estas preguntas fue identificar en los argumentos del profesor praxeologías matemáticas o elementos de éstas en que involucren a los productos notables, para con base en ellos observar el estatus que asignan a estas técnicas.

2. Aplicación de la entrevista-foro

Acerca de los profesores

Los participantes estaban en un curso propedéutico en línea. Ellos eran candidatos a ser admitidos como estudiantes de un posgrado en Matemática Educativa⁶ que opera en tal modalidad. Participaron profesores de matemáticas en servicio, de nacionalidad argentina, chilena, colombiana y mexicana. El nivel en que trabajan va desde nivel básico hasta el superior.

Foro a-sincrónico de discusión

El curso propedéutico tenía la intención de que los participantes se familiarizaran con las herramientas de la plataforma Moodle que es en la que opera el posgrado. Una de las prácticas fue utilizar la herramienta Foro, es en este espacio en el que se plantearon las preguntas, por ello el nombre "entrevista-foro", allí se fueron discutiendo en el orden presentado. En el análisis a priori de la entrevista se consideró que posiblemente los productos notables sean una técnica *institucionalmente reconocida*, por lo cual el cuestionar a los profesores en tiempo real podría dificultar que manifestaran sus argumentos, por otra parte el foro asincrónico permitiría que los participantes expongan argumentos detallados. En el trabajo sólo se consideraron las respuestas de 6 profesores, porque sus explicaciones fueron detalladas.

3. Diseño de un método para analizar materiales publicados en WEB relativos a los productos notables.

El propósito de este método para analizar los materiales publicados en web es básicamente aportar evidencia de la importancia que se le asigna a los *productos notables*. El método que utilizamos es simple: utilizando la herramienta Google, se realizaron tres tipos de búsqueda del término "Productos notables", se analizaron los 10 primeros resultados arrojados de tal búsqueda,

-

⁵ Este trabajo fue realizado en el año 2008.

⁶ http://www.matedu.cicata.ipn.mx/

y finalmente se presentó un informe de lo encontrado en tal análisis. A continuación explicamos en detalle estos asuntos.

Acerca de los tres tipos de búsqueda

Búsqueda libre⁷. Esta búsqueda deja ver cualquier tipo de material creado que se relacione con los PNS, puede ser video, animaciones flash, java, diapositivas, archivos de texto, etc. Consiste en que se escriba en la barra del buscador la palabra: "Productos notables". Los otros dos tipos de búsqueda, uno se define sólo para encontrar documentos con extención PDF y el la otra busqueda se enfoca en documentos con extención DOC.

Análisis de los 10 primeros resultados

El asunto aquí es ¿qué se analiza, cómo y para qué? Interesa conocer el valor que los autores de los materiales asignan a los productos notables, entonces las cosas que observamos en los trabajos son:

- a. Dirección Web y fecha de consulta.
- b. ¿Cuál es el propósito del documento o sitio? ¿Es para enseñar los PNS?
 - ¿Es una investigación al respecto de Matemática Educativa?
- c. ¿Quien presenta el documento?
 - ¿El documento lo publica una institución educativa?
- d. ¿Manifiesta argumentos del por qué son importantes? ¿Cuáles son? ¿Dan argumentos sobre la razón de ser de éstos? Si es así, ¿cuáles?
- e. Elementos de la praxeología.

¿Qué función desempeñan, son planteados como tareas, tipos de tareas, técnicas, cuál es la tecnología implicada?

Si en el hipervínculo a la página Web que lleva el resultado del buscador falta información para responder los cuestionamientos, se recurre a la página principal en donde está publicado el documento.

4. Aplicación del método de análisis de materiales WEB

En esta etapa se visitó cada uno de los sitios Web y se realizó el análisis planeado. Después de analizar todo el material, se resumió la información y se plantearon las conclusiones, mismas que se discutirán en el siguiente apartado.

DOS EJEMPLOS

A continuación presentamos dos ejemplos en los que analizamos las respuestas de los estudiantes y uno de los materiales disponibles en la Web.

44

⁷ Busqueda libre en el sentido de que no se plantean criterios de búsqueda en las configuración de Google.

Entrevista-foro

Tabla 1

NOMBRE DE LA PROFESORA: Gloría

¿QUÉ ENTIENDEN POR PRODUCTOS NOTABLES?8

Estos productos notables están vinculados, mayormente, con la factorización de polinomios. Agrego, también, que se definen como "algoritmos algebraicos cuyo uso y aplicación sistematiza y simplifica la resolución de operaciones polinómicas" (apunte casi apócrifo, digamos)

Me surgen, como aporte a nuestra discusión grupal, varias preguntas:

- ¿Se denominan así (productos notables) en todos lados? En Argentina (tanto en propuestas curriculares como en propuestas editoriales) no suele usarse esta denominación. ¿Qué pasa en los otros países?
- Solemos emplear modelos geométricos para abordarlos o para que los alumnos los reconsideren desde una mirada "menos algebraica". ¿Existe un orden para ese abordaje? ¿Todos los productos notables que menciona Cesiah merecen el abordaje desde el modelo geométrico?

Observaciones del investigador: que profesores empleen dispositivos auxiliares para estudiarlos dan evidencia de la pertinencia que ellos perciben de los PNS. Las intervenciones no cuestionan si se deben enseñar o no, se asume que debe hacerse, este es un rasgo de algo que está institucionalizado.

- Evidentemente, para que su trabajo en la escuela secundaria (12-17) sea el adecuado deben abordarse otras cuestiones en la escuela primaria (6-12). ¿Cuáles son esas cuestiones? Sería interesante pensar en la previa de las cuestiones algebraicas tanto como en la previa de las geométricas.
- Sabemos que **el interés de su enseñanza es la simplificación de ciertas operaciones.** ¿Y en contexto? Esta pregunta nos la hacen siempre nuestros alumnos del secundario, seguro. Sería ésta una buena oportunidad para poner en claro y organizar las respuestas que tenemos disponibles y, por ahí, generar algunas más.

Observaciones del investigador: en la intervención anterior, el profesor manifiesta un tipo de tarea en que involucra a los productos notables, cuando dice "el interés de su enseñanza es la simplificación de ciertas operaciones".

Hola de nuevo: podríamos, entonces, entender que el polinomio factorizado es el producto notable o seria mas adecuado afirmar que el producto notable es la igualdad que se plantea entre la versión factorizada y el polinomio? Se entiende lo que digo? A que llamamos producto notable a (a+b)(a-b) (1)

o a la expresión $(a+b)(a-b)=a^2-b^2? (3)$

Por otra parte, el "pasaje" de (2) a (1), es el que conocemos como **factorización de polinomio**. ¿Podríamos llamar "empleo del producto notable" al paso de la expresión (1) a la expresión (2)? En ese caso, ¿no sería la expresión (2) el verdadero producto notable?

⁸ Las negritas puestas en los enunciados son nuestro énfasis. Los textos mostrados como respuesta del profesor fueron copiados de los foros.

EL CORDINADOR DEL FORO PREGUNTA

-En relación a su abordaje, ¿debemos hacerlo?, ¿por qué?, por ello pregunto en otra intervención ¿es necesario enseñar los Productos Notables? ¿Qué opinas?

En relación al punto tres, ¿cuál crees que es el trabajo adecuado de los Productos Notables? ¿Qué características tiene? Y finalmente, por qué consideras que el interés de su enseñanza es la simplificación de operaciones

En otra participación, comenté que me parecía interesante el abordaje con diferentes entradas: geométrica, algebraica, aritmética, y cualquier otra que pudiera surgir. Ahora, ¿es necesario el abordaje? Creo que en mi país y entre los docentes y padres de alumnos de 8º año (13 años) el tema del cuadrado de binomio o de la diferencia de cuadrados tiene la misma carga que la división en 3º año (8 años): si el profesor decide no tratar el tema, se lo tildará de desconocedor, poco ilustrado, en fin, se lo tildará de mal profesor. Creo que el tema tiene una fuerte carga en ese sentido: junto con ecuaciones, es EL tema de 8º año. Entonces, a la pregunta de por qué abordarlo, la respuesta es "por la carga social que tiene en los grupos vinculados con el Octavo año". Creo que no es poca cosa.

Observaciones del investigador: en la intervención anterior, se manifiesta claramente el carácter institucional del tema en cuestión.

Por otro lado, es **una precuela al factoreo**. Como bien decían las colegas en sus participaciones, el factoreo de polinomios y los productos notables, están emparentados: **un alumno que domina los productos notables en 8º año, dominará el factoreo dos años después**. Entonces, pensando en la organización de los contenidos de la Escuela Secundaria, sería interesante trabajar los productos notables, con el fin de ofrecer al alumno una posible entrada a otros conocimientos algebraicos.

Estas dos cuestiones (relevancia social y precuela) me parecen dos aspectos importantes a la hora de definir la incoporación de un conocimiento matemático a los contenidos de enseñanza.

Con respecto a cuál creo que es el trabajo adecuado con los productos notables, creo que comenté algo en otra intervención. Si a las dos cuestiones anteriores, le agregamos la fuerte relación con la operatoria algebraica, la cosa queda hecha: si el alumno reconoce algoritmos que le simplifiquen la tarea, sentirá mayor confianza en sus conocimientos y avanzará con paso más firme en la resolución de situaciones y planteos matemáticos.

Observaciones del investigador:

Resultan interesantes los cuestionamientos de la profesora, cuestiona sobre cómo deben tratarse en la escuela, no su pertinencia, lo cual muestra que son aceptados como algo que los estudiantes deben dominar. Los tipos de tarea con los que asocia a los PN es la simplificación de expresiones algebraicas y la factorización de las mismas. En esta intervención el profesor muestra con claridad el carácter de técnica institucionalizada de los PN.

El valor epistémico que el profesor asocia a los PN , es que son necesarios para entender la factorización, un tema importante en el álgebra y también en el aspecto motivacional, pues comenta que si los domina "sentirá mayor confianza en sus conocimientos y avanzará con paso más firme en la resolución de situaciones y planteos matemáticos". También le asigna valor práctico al relacionarlo con la operatoria.

BUSQUEDA LIBRE

Una vez realizada la busqueda en Internet , al obtener el resultado, se procedió a leer el documento y contestar las preguntas definidas para su análisis. A continuación mostramos un ejemplo de ello en la tabla 2.

Tabla 2

DIRECCIÓN DE LA PÁGINA

[Resultado google]: http://www.youtube.com/watch?v=AEAedJ7Jc8I

¿CUÁL ES EL PROPÓSITO DEL DOCUMENTO O SITIO?

Para enseñar productos notables.

¿QUIEN PRESENTA EL DOCUMENTO?

Un usuario de Youtube.

¿MANIFIESTA ARGUMENTOS DEL POR QUÉ SON IMPORTANTES? ¿CUÁLES SON?

No. Sin embargo, es un video con una animación geométrica, la explicación ha sido reproducida 23924 veces a la fecha.

ELEMENTOS DE LA PRAXEOLOGÍA

Los productos notables son presentados como un tipo de tarea.

La tecnología es la explicación geométrica que incorpora en forma de animación geométrica.

CONCLUSIONES

Con base en los análisis realizados, presentamos las conclusiones, las cuales no pretenden ser generales, limitándose a los profesores participantes y a los documentos considerados:

Los productos notables son una *técnica* institucionalizada (27 de 30 de los documentos revisados fueron propuestos por instituciones educativas). Su elaboración implica tiempo y esfuerzo. Tales documentos pocas veces están acompañados de argumentos explícitos que expongan el motivo del interés en que los estudiantes los identifiquen y los puedan aplicar. Cuando preguntamos a profesores si es necesario enseñarlos, contestan afirmativamente e incluso dan argumentos sobre cómo podrían enseñarse, es decir, se convierten en el saber a aprender. Es posible que el interés en que los estudiantes los aprendan son una manifestación de un *modelo docente*⁹ implícito en su institución educativa, el *teoricismo* o el *tecnicismo*. Lo anterior, siguiendo la idea de Gascón (2001a y 2001b), donde se sugiere que el modelo epistemológico de las matemáticas implícitamente influye en las características del modelo docente.

El valor que profesores asignan a los productos notables en su institución es práctico en su mayor parte, por el *tipo de tareas* que les permite resolver a los estudiantes. Parece que el profesor percibe que los productos notables son parte importante en la *técnica* para resolver varios *tipos de*

⁹ Modelo docente se entiende "como conjunto de prácticas docentes compartidas que permiten organizar y gestionar el proceso de enseñanza de las matemáticas en una institución determinada" (Gascón, 2001a, p.131).

tareas. Al parecer el profesor nota que si esta técnica es dominada, con ello garantizará el éxito del estudiante en su institución (no reprobará). Por ejemplo, si un estudiante de álgebra en secundaria domina los productos notables, podrá simplificar expresiones algebraicas, factorizar expresiones algebraicas y resolver ecuaciones de segundo grado (tipos de tareas del proceso de estudio del álgebra en tal institución). Si estos tipos de tareas fueron escogidos de tal manera que la técnica que implica PNS sea efectiva, el dominar esta técnica garantizaría aprobar la materia. Según nuestro análisis, los tipos de tareas en los que los productos notables son una técnica para su resolución son al menos los siguientes:

- Calcular productos de expresiones algebraicas.
- Simplificar expresiones algebraicas.
- Factorizar una expresión algebraica.
- Desarrollar una expresión algebraica.
- Hallar el valor de una variable.
- Encontrar las raíces de una ecuación determinada.
- Hallar intersecciones de una gráfica con los ejes.
- Calcular la distancia entre dos puntos.
- Determinar la forma general de la ecuación de una cónica.
- Determinar la posición de la curva de cónicas, si van sobre el eje X o sobre el Y.
- Encontrar asíntotas verticales de una función.
- Integrar con el método de fracciones parciales.

El valor epistémico de los productos notables parece no ser reflexionado por los profesores, como lo es el valor práctico de éstos. Utilizar representaciones geométricas para explicar con áreas cierto producto notable, es uno de los significados que debe tener esa técnica. Es decir, hay más preocupación por que los estudiantes den significado a la técnica, que por los significados a que pudiera generar el estudiante con tal técnica (lo que llamamos valor epistémico de la técnica). En la institución, al producto notable parece que se le da estatus de concepto matemático, y no de técnica.

Dos valores epistémicos detectados de los productos notables:

Podrían ser un "puente" para que estudiantes aprendan la idea de factorización, la cual es fundamental en el álgebra porque el teorema fundamental del álgebra la involucra. Si bien la factorización también tienen asociado un carácter práctico¹⁰, es también un objeto de saber "auxiliar" necesario para la enseñanza y el aprendizaje de objetos matemáticos, por ello le asociamos un carácter epistémico. Estos objetos son denominados paramatemáticoaticos (Chevallard, 1998, p. 59).

El otro valor epistémico es extra matemático, motivacional. Dado que hay evidencia del énfasis puesto en que estudiantes dominen PNS, ya que estos están presentes en distintos tipos de tareas en la institución, si el estudiante domina los PNS podrá acometer varios de

48

¹⁰ Esta importante observación no había sido considerada, la miramos gracias a los señalamientos de los árbitros del presente documento.

estos *tipos de tareas*, ganará buenas experiencias por saber hacer las tareas, situación que podría ser favorable para su aprendizaje de la matemática y posiblemente tendrá éxito en la institución. Phkonen y Törner (1999) citado en Vila y Callejo (1999) comentan "las experiencias de aprendizaje del alumnado influyen en sus creencias, y a su vez, éstas mediatizan su manera de abordar y realizar actividades matemáticas".

En los casos analizados, la *teoría* no se detectó. Predominaron las *tecnologías* que explican con figuras geométricas la veracidad.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Baldor, A. (2000). Algebra. México: Grupo Patria Cultural.
- Bosch, M., Fonseca, C., y Gascón, J. (2004). Incompletitud de las organizaciones matemáticas locales en las instituciones escolares. *Recherches en didactique des mathématiques* 24 (2-3), 205-250.
- Chevallard, Y. (1999). L'Anályse des practiques enseignantes en théorie antrhopologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 19(2), 221-266.
- Chevallard, Y. (1998). *La transposición didáctica. Del Saber Sabio al Saber Enseñado* (C. Gilman, Trad.). Argentina: AIQUE. (Trabajo original publicado en 1991).
- Gascón, J. (2001a). Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 4(2), 129-160.
- Gascón, J. (2001b). Algunos problemas de investigación relacionados con la práctica docente del profesor de matemáticas. *Ponencia presentada en las XVI jornadas del SI-IDM celebradas en Huesca (30-31 de marzo y primero de abril del año 2001)*. Recuperado en abril de 2007 de http://servidor
 - opsu.tach.ula.ve/profeso/guerr_o/praticamatema/referencias/prac_investigaci5/Gascon_Proble mas de%20 nvesti.pdf
- Lagrange, J.B. (2005). Using symbolic calculators to study mathematics. The case of tasks and techniques. En D. Guin, K. Ruthven y L. Trouche (Eds.), The Didactical Challenge of Symbolic Calculators. Turning a Computational Device into a Mathematical Instrument (pp.113-135). E.U.A.: Springer.
- Vila, A., y Callejo, Ma. L. (1999). Matemáticas para aprender a pensar. España: Narcea.