

HAZAÑAS MATEMÁTICAS EN EL PRINCIPIO DEL FIN DE UN IMPERIO: CONSTANTINO MIHAIL PSELLOS (1018-1096).

Kyriakos Petakos
Rhodes Tourism Academy (Grecia)
kpetakos@aster.edu.gr, kyrpet73@otenet.gr

RESUMEN

Un gran imperio, que ocupa dos continentes y cinco mares, está a punto de conocer su decadencia. Sin embargo aún en su última etapa de existencia, el desarrollo cultural y científico no para, por el contrario se esta reviviendo gracias a personalidades, cuyo amplio talento matemático está conectado inexorablemente con su papel en la sociedad: la diplomacia y el arte de convencer.

Palabras clave: Matemáticas en Bizancio, el símbolo de la infinidad, la secuencia de Fibonacci, Constantino Psellos

INTRODUCCIÓN

En una época que los historiadores caracterizan como el principio del fin del imperio bizantino (Karalis, 1993; Krumbacher, 1897), el espíritu científico siguió floreciendo contra las adversidades que se le presentaron. Especialmente en el sector matemático, una fuerza tradicionalmente opuesta a su desarrollo, la iglesia del Oriente, formada por hombres que sobrepasan su papel eclesiástico habitual sirviendo maravillosamente a la ciencia y a la vez, a la diplomacia. Entre ellos se destaca el maestro de los filósofos, el *maestro de los maestros* si queremos traducir letra por letra el título otorgado a esta fisonomía científica-matemática: Constantino Mihail Psellos.

En este artículo intentaremos describir la ingenuidad de ese tan malinterpretado diplomático bizantino, cuya obra, como surge de sus manuscritos inéditos y mal conservados por el tiempo, puede considerarse pionera en el simbolismo del infinito, en la constitución de la secuencia de Fibonacci y finalmente en la enseñanza de la matemática como campo de estudio y, consecuentemente de investigación.

LA VIDA DE PSELLOS

En el año 1018 nace en Estambul (Constantinopla), en el seno de una familia de buen nivel económico. Sin embargo, su talento para aprender reconocido aún desde la primera etapa de su educación le asegura una serie de becas estatales para poder estudiar no sólo en Constantinopla sino también en la ciudad de Atenas.

Se sabe que su pensamiento matemático fue influenciado por Diofanto y sus ecuaciones (Tannery, 1892) así como por la escuela de Pitágoras cuya familia en conjunto, su mujer, Theano y su hija Damo le impactaron, según consta en su correspondencia inédita, parte de la cual se conserva, gracias al interés científico de los herederos de algunas familias de Estambul de hoy en día y a la que hemos accedido. Entre otras cosas, a Psellos se le atribuye la determinación matemática de la Pascua ortodoxa, la que hasta la actualidad representa la base de la fiesta más importante en la iglesia del Oriente.

En su famosa obra **Didaskalia pantodapi**, es decir *Enseñar para todos*, en la que se puede ver el modelo científico alemán, se presentan unas doscientas proposiciones sobre las cuatro ciencias matemáticas bizantinas: aritmética, geometría, música y astronomía, las que ocupan un lugar destacado y con argumentos tan bien contruidos que provocarían los celos de cualquier matemático de la actualidad. Este texto se considera el primer libro griego impreso en el año 1532, partes del cual se conservan desde 1860 en las colecciones privadas que mencionaremos más abajo.

En otra obra de Psellos, **Hronografia**, que nos llega a través del libro de Karalis (1993) se refleja una vez más tanto su predisposición filosófica inestricamente conectada con las ciencias naturales, como su lealtad al espíritu platónico, razón de sus numerosos conflictos con el poder bizantino, tanto eclesiástico como administrativo. Sin embargo, debido a sus capacidades diplomáticas y su vasta educación, Psellos fue nombrado Embajador del estado Bizantino y por siete años ocupó el puesto de Primer Ministro (1071-1078). Como él mismo lo describe *la intriga tiene una estructura matemática pura*, y por eso consiguió mantenerse en el poder a pesar de revoluciones, conflictos y horribles venganzas. No es injusta la caracterización que Krumbacher (1897) hiciera de él, escribiendo que su figura diplomática sobresale entre las de Bacon y Alberto el Grande.

Psellos muere en la época en que se organiza la primera cruzada. Es penoso que un partidario de la unión de las Iglesias, como él lo fuera, no estuviera vivo para poder desempeñar un papel importante en ese proceso.

RASGOS MATEMÁTICOS DEL PENSAMIENTO DE PSELLOS

Leyendo cuidadosamente los manuscritos del maestro en los suburbios del Estambul actual: Bebek, Uskudar y Kuzguncuk (Bektas, 2003), surge naturalmente el término etnomatemática. Se observa en ellos, la participación activa de cuatro culturas: griega, turca, judía y albanesa, con lo que Psellos ha conseguido cumplir un sueño que teníamos desde el primer año de nuestros estudios universitarios. El famoso probabilista D. Kapos (Calculus, introducción 1960), partidario de la importancia del concepto de la infinidad, se refería a algún cura-ministro bizantino que debería haber pensado primero su símbolo, muchos siglos antes que Wallis (Wallace, 2004) lo estableciera en el mundo occidental.

Lo que Psellos nombra como *inalcanzable* es definitivamente el concepto de la infinidad, siglos antes de que Bolzano (*Paradoxien des unendlichen*) lo describiera a su manera única para el uso del cálculo. Según los escritos de Psellos:

La naturaleza humana tiene la tendencia de enamorarse del inalcanzable. Cada uno de nosotros lo traduce según sus propios objetos, sus propósitos e inclinaciones. Es el inalcanzable, al que nunca se pondrá fin, al que estamos seguros que las generaciones que vengan le estarán más cerca, le sentirán mejor. Conocemos muy bien que se puede llegar, se acerca, pero el camino a ello es lo más importante, no es la meta en sí misma. Y no hay ninguna representación mejor que la secuencia de los números naturales

1, 2, 3.....

Así jugamos con éste como si fuera un número más definitivo que los otros que vemos o experimentamos cada día. No puedo sobrepasar tan fácilmente la magia del pensamiento de los iraníes, cuya afición por el inalcanzable es fundamental y aún usan un símbolo muy extraño para denotarlo.

Ese símbolo desafortunadamente no se puede ver en sus manuscritos, pero seguro que ha afectado profundamente al filósofo y diplomático griego bizantino. La continuación del texto mal conservado es muy difícil, casi imposible de leer, sin embargo, se destaca un párrafo que nos conduce verdaderamente a un escenario para el simbolismo de la infinidad.

Si hubiera un símbolo así, tendría que extender el número de la creación. Lo he discutido tanto con el Patriarca, que indudablemente posee una mente matemática, y me apoya definitivamente en esta dirección.

Si pensamos que el número de la creación según la patología Cristiana es el siete, y ocho sigue naturalmente, un ocho rotado ¿no forma el símbolo internacional de la infinidad? Además, una justificación pionera del profesor de matemática A. Cotsoglu (Konstantinidis, 1992), que había estudiado con mucho interés la obra matemática de Psellos, nos lleva más cerca al simbolismo de la infinidad y su origen.

Cuando Ierotheo (Glavinas, 1981) nos enseñaba el escrito caligráfico se propuso un basilisco, cuando los compañeros de la clase a causa de la velocidad escribiendo omega - la última letra del alfabeto griego - lo presentaban como un ocho enfermo, como Ierotheo lo caracterizaba. Y siempre solía decir que sólo el maestro Mihail tenía el derecho de usarlo así.

El interés por ese cura griego y su trabajo hacia el concepto de la infinidad, me resurgió a causa del matemático padre de la teoría de caminos fortuitos, F. Spitzer (1976) habiéndome ya graduado en la Universidad Estadounidense de Cornell. Allí Spitzer, admirador de Bolzano y de la contribución que éste hiciera a la caracterización matemática del concepto de la infinidad, me dijo que, según sus discusiones con el probabilista alemán, D. Kapos, de ascendencia griega, se dio cuenta de que un cura bizantino, un malinterpretado diplomático del Imperio Bizantino, había conceptualizado el símbolo de la infinidad. La dificultad estaba en el hecho de que los manuscritos atribuidos al monje formaban parte de una biblioteca privada de Estambul, cuyo propietario era muy celoso de compartirla, aún a los científicos dedicados a esto. En el suburbio elegante de Bebek, el profesor Naim Terzioglu, amigo de Kapos desde su juventud de estudiante en Erlangen, los había visto y necesitó la aparición de Kapos para convencer al propietario de la colección de que les permitiera estudiar los escritos. Luego, usando nuestras propias conexiones en la minoridad griega de Estambul conseguimos contactarnos con esa familia y consultar los arriba mencionados manuscritos. Lo que nos atrajo aún más es que la interpretación de la infinidad de Psellos, que pasaría adecuadamente a un uso estadístico-probabilístico, siglos antes que la teoría de las probabilidades se estableciera como conocimiento matemático, mucho menos como conocimiento científico.

Si tenemos en cuenta que la paciencia caracteriza únicamente a los santos de la iglesia, de ninguna manera a los seres humanos, el inalcanzable está por llegar mucho más rápidamente que lo anticipado. Cuando intento presentar un proyecto en el parlamento - el convenio del emperador - que también me interesa y me atañe tanto, los días esperando su decisión, aún cuatro, cinco, una semana son el inalcanzable para mí. Y hasta tocarlo me llena de angustia. Alcanzar a la meta no es lo único que consume mi energía espiritual, mucho menos me preocupa lo rápido que este proceso se puede llevar a cabo.

Aquí tenemos el uso probabilístico de la infinidad como se usa en la distribución normal ($n > 30$) o en las muestras pequeñas, donde el concepto de la infinidad toma una forma especial desempeñando un papel muy importante para extraer conclusiones y decisiones breves y a la vez importantes. Además, su frase *lo rápido* ¿no nos conduce a la velocidad de convergencia, un concepto tan delicado y manejado siglos después por los padres del Cálculo? Es muy importante referirse a la importancia que Psellos atribuye a esta velocidad –para él limitada en el concepto del tiempo- usando en sus notas las dos secuencias siguientes

$$1, 2, 3, \dots$$
$$1^2, 2^2, 3^2, \dots$$

para enfatizar como rápido se tienen que afrontar las situaciones imprevistas y repentinas que la política tiene como su realidad diaria.

EL LENGUAJE DE SILBAR Y SU MATEMATICIDAD

En este párrafo tengo que desviarme un poco del tema fundamental para hablar de las islas Canarias y su lenguaje antiguo silbado, la última pieza del continente de la Atlántida según el pensamiento platónico, que ejerciera una fuerza mágica en la mente del partidario de Platón, el diplomático y gran ministro, M. Psellos.

Como él lo describe con sus propias palabras

En las islas se encarna el inalcanzable porque hasta allí se ponía el fin del mundo, pero seguro que hay más, más allá del horizonte...

Estas islas tienen una conexión especial con el antiguo espíritu griego. Según los escritos de Psellos, Theano (Beard, 1946), la mujer del famoso Pitágoras estaba encantada con el lenguaje existente en estas islas a causa de su ritmo matemático.

Esa maravillosa mujer, a mi entender, la fuente de inspiración de Pitágoras, poseía un talento matemático muy especial. Le encantaba el lenguaje de la Atlántida, cuyos vocales aparecían formar un proceso musical, es decir matemático, con una duración proporcional al sentido que expresaban.

La idea de proporcionalidad en comparación con un lenguaje perdido (Trujillo, 2005) demuestra una vez más el amplio espíritu matemático de un cura y a la vez gran diplomático. Muchos siglos después un matemático ruso leyendo la alternación entre las vocales y las consonantes del famoso poema de Eugenio Onegin de Puskin descubriría un concepto tan dinámico e importante para la evolución de la teoría moderna de las probabilidades, el concepto de proceso estocástico en su culminación científica la cadena Markov.

Pero la mezcla de las nacionalidades no acaba en este punto. Los judíos hispanoparlantes, que desde la época de Psellos visitaban Constantinopla para aumentar su riqueza mercantil, como intelectuales y siempre interesados en la política internacional, se acercaban a ese cura extraño que dedicó casi toda su vida al juego político y a mantenerse siempre en el poder contemporáneo. Esos judíos debían haber informado a Psellos sobre el lenguaje de los habitantes de las islas durante las fiestas de primavera (Reyes, 2008), ya que aquella época coincidía con la celebración de la Pascua ortodoxa, la primera fiesta eclesiástica del Oriente. El ministro lo describe de la siguiente manera:

Esa gente viajante me ha atraído por el interés que manifiestan en aprender independientemente de culturas, orígenes u otra cosa. Llevaron a mi oficina junto con sus experiencias sobre los movimientos del occidente del Mediterráneo, un aire cultural diferente en cuanto a los herederos de la Atlántida y sus costumbres. Los habitantes de hoy en día llevando un nombre

extraño que recuerda al árabe, algo parecido al benar (que es el nombre antiguo de La Palma, Benahoare), festejan el venir de primavera en un ritual eclesiástico. Esto pasa cuando nosotros festejamos la resurrección de Cristo crucificado, algo que me hace sentir aún más la verdad de que somos criaturas del mismo Dios. Según sus palabras, los indígenas recitan por recibir quizás la bendición de sus Dioses. En este proceso las vocales desempeñan un papel fundamental, cuya duración es dependiente de la culminación del ritual.

Cada dos etapas, la nueva que viene suma las dos antecedentes, incorpora como es su palabra exacta. La situación es indudablemente comparable con la construcción de mis argumentos en el convenio del Emperador. La gente habitualmente aburrída o casi predestinada a algún propósito no está dispuesta a escuchar lo que genera la mente humana, que consiste en el arte de convencer. He notificado entonces que usando solamente dos argumentos básicos y siguiendo con su conglomerado me basta para que llegue al deseado, en otras palabras disuadirlos o por lo menos evitar que estén tan en mi contra. Esto se repita hasta que mi objetivo haya sido alcanzado.

Por lo que se menciona arriba no es difícil reconocer el concepto de la secuencia de Fibonacci, es decir

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$$

El uso del término *conglomerado* según el destacado filólogo griego D. Siamaris (2007) se usa muchas veces en lugar de la palabra *suma* en el lenguaje griego bizantino. Es necesario mencionar en este punto la fuente de inspiración que ha conducido dos mentes excepcionales, en tiempos tan distanciados, a descubrir uno de los mejores momentos de la matemática. Se trata del sabio musulmán Al Kwarizmi (Sezgin, 1974), cuya obra afectara tanto a ambos hombres, Psellos y Fibonacci (Horadam, 1975). Además en el mismo texto, Psellos compara su modelo puramente matemático con aquel de los iraníes, donde se usó el triple en el lugar de los dos antecedentes.

Me parece mucho más práctico y a la vez útil empeñarme en sumar los dos argumentos, me sale mejor en la retórica diaria. Seguro que la obsesión de los iraníes en los tres consumiría más tiempo de preparación e incrementaría el aburrimiento de los auditores.

Aquí hablamos de una fórmula del estilo

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3}$$

Como vamos a mostrar en la última sección de nuestro artículo, ese contexto histórico al llegar en la clase matemática diaria es capaz de aplacar el aburrimiento tradicional de los desinteresados, a la vez que justificar de una manera irrefutable la necesidad de seguir enseñando ese conocimiento clásico, la matemática, que aún sin ordenadores y el uso excesivo de la tecnología, puede atraer a la juventud, básicamente porque existe de manera innata en la misma mente y naturaleza humana.

LLEVANDO A PSELLOS A LA CLASE: LA HISTORIA Y SU USO DIDÁCTICO

En su correspondencia privada a su prima en la colina de crucifixión, la que hoy forma el suburbio asiático de Estambul Beylerbey, Psellos expresa nuevamente su admiración por Pitágoras y su esposa, Theano. No es por azar que aún hoy en día el nombre Theano se utiliza tan frecuentemente dentro las mujeres de ascendencia griega en los suburbios de Bosfor. Psellos destaca el uso de este paradigma como modelo didáctico, lo que puede conducirnos a denominarlo pionero en la didáctica de la matemática.

Sabes que la maestría para convencer al convenio del emperador me ha sido tan útil para convencer y más efectivamente ganar mi audiencia universitaria. Ojala tuviera más tiempo para dedicarme a la segunda, pero los juegos que se desarrollan en el país no me dejan en paz.

Lo que puedo asegurar aún al más infiel de mis discípulos es el interés suscitado por mencionar la cultura antigua y su relación con la matemática. Siento que me desvío de una cadena teórica de suposiciones y conjeturas y paseo más con los pies en la tierra. A la vez tengo la sensación de que mis estudiantes lo reciben igualmente, siendo que lo que les enseño esta aquí, vivo y verdadero, formando la continuidad de la existencia espiritual humana.

Las últimas palabras son para nosotros la clave para utilizar el aspecto histórico para fortalecer nuestra presencia en la clase diaria. Se trata de una verdad indudable, que en la época del desarrollo del ordenador, el puro espíritu científico como se suele aparecer en ciencias como las nuestras, causa un clima por parte de los estudiantes en contra de éstas. Cada uno de nosotros se enfrenta cada día a preguntas como las de abajo

¿Para qué necesitamos la secuencia de Fibonacci? Tipeamos alguna serie de órdenes y la tenemos ante nosotros sin ninguna dificultad.

Es la misma situación que se presenta cuando se enseña Cálculo y especialmente la cadena de los maravillosos teoremas que siguen el concepto de la continuidad. Entonces los estudiantes no interesados por la matemática sostienen.

¿Por qué tenemos que meternos en algo tan complicado? Hacemos la gráfica y si no hay agujeros la función tiene que ser continua

Son momentos, cuando seguramente un matemático, aún el más apasionado por convencer del valor de su ciencia, se encuentra en apuros. Entonces, refugiarse en el pasado y la evolución histórica de la matemática nos puede salvar, ofreciendo a la vez un aire de movimientos muy alentadores para el profesor. Algunos comentarios de los estudiantes nos hacen darnos cuenta que no estamos del todo perdidos en la ilusión que genera la cadena de conjeturas matemáticas:

Los abuelitos tenían que aprender también matemática, estaban de la misma manera torturados. Sí, pero de una manera divertida. Así aún a mí me gustaría más aprenderlo.

Dentro de nuestra audiencia estudiantil, son pocos los miembros de la comunidad judía, y bastantes los que representan la siempre en aumento comunidad albanesa. Oídos en el aula, como se suele presentar en revistas de la enseñanza universitaria, vienen tan naturalmente durante este proceso de aprendizaje, fortaleciendo a la vez no sólo como estas minoridades, que hoy en día sobran en nuestras clases, se tienen que manejar en cuanto a su tratamiento matemático didáctico, sino también cómo se tiene que evaluar su contribución al éxito de la clase diaria.

Nuestros antepasados, dicen los miembros judíos, han contribuido tanto a mantener la cultura internacional, el espíritu matemático, aunque perteneciera a naciones y religiones tan diferentes y ajenas a su tradición. La sabiduría de verdad no tiene nacionalidad, color, doctrina u otra cosa que le distinga.

Discutiendo así el orgullo sefaradítico llena la clase seguramente de una manera justificatoria de las hazañas espirituales de este pueblo, y no provocando al resto de la clase, donde la mezcla de las naciones con sus diferentes culturas destaca como un camino histórico de la salvación y del resguardo de la ciencia, en general, del poder heredar un patrimonio muy especial en cada sentido.

Según los manuscritos de Psellos se han modificado con comentarios escritos en español de estilo sefaradítico, podemos sentir el crecimiento de su orgullo, y dada la oportunidad comentamos como estar enamorado de la ciencia puede indudablemente sobrepasar prejuicios, unir lados tradicionalmente opuestos - el cristianismo con el judaísmo, aún causar la colaboración de enemigos famosos a través de los siglos, en nuestro caso los Griegos con los Turcos, sin cuya ayuda no podríamos estudiar el tesoro que se oculta en esas maravillosas casas de Estambul.

Finalmente, la minoridad albanesa experimentando ese aire multinacional histórico en la clase se siente aún más dispuesta a participar en las actividades diarias. El líder, a lo mejor, el protagonista de ese grupo, articula con el apoyo del resto

Ese clima basado en el éxito de la diferencia nos atrae, seguramente el interés de formar parte del proceso didáctico presentado. Seguro que queríamos ver otra situación parecida a la de hoy usando lo máximo posible la cultura albanesa. Salvo que usted nos ha prometido la introducción a las raíces de la probabilidad, donde nuestro país ha desempeñado según sus propias palabras un papel importante (Petakos, 2009). En cada caso, cómo la antigüedad se combina con el hoy en este sentido científico no puede dejar indiferente a nadie. Si me lo permite decir, la continuidad del espíritu, es para mí mucho más importante que la continuidad de la función.

Esta última frase nos hacía sentir verdaderamente todo el sentido. Como el famoso escritor argentino E. Sábato (1948) lo defina mágicamente en su obra El Túnel, cada uno de nosotros está casi diariamente entre dos fuerzas muy opuestas una a otra. Para un profesor, esa lucha se declara entre la diferencia de las prioridades nuestras y las de los estudiantes. Es lo que nos hace

apasionados a nosotros y lo que los apasiona a ellos. El sentido de la autoridad, que el papel del profesor impone, nos hace muchas veces confundir tanto como si fuéramos criaturas -nosotros los matemáticos- de un planeta, de un universo diferente (Patronis, 2008). Así podemos, tan fácilmente, perder el contacto con nuestro público, es decir los estudiantes, sin cuya participación activa no tenemos ningún lugar dentro del aula. El diálogo que se puede generar entre ambos lados será el único camino de salvar no sólo nuestra función sino también el interés hacia una ciencia que se puede considerar innata en la naturaleza y existencia humana, las matemáticas. Referencias históricas y las que pertenecen a la llamada etnomatemática seguro que puede resolver esas rivalidades y añadir al prestigio de ser matemático, profesor o estudiante. No olvidemos que para llegar al primero se tiene que pasar con éxito por el segundo.

EPÍLOGO

Concluyendo nuestro artículo tenemos que agradecer en primer lugar a aquellas familias que nos recibieron con puertas abiertas para compartir con nosotros una parte respetada de la verdad científica oculta a lo largo de los siglos. La situación política de la península Balcánica llena de guerras, ocupaciones, revoluciones de independencia y adversidades entre varias naciones y religiones, ha llevado casi a desaparecer un tesoro del patrimonio cultural matemático. La sed maravillosa de dos imperios, Estambul, capital de Bizancio y del estado Otomano, sirve una vez más como fuente imprescindible de la considerada ciencia-matemática perdida y lo más importante es que esta ciudad puede unir y llevar a la mesa de estudio a los tradicionalmente considerados oponentes, una mezcla muy extraña de nacionalidades, convicciones y doctrinas religiosas.

Constantino Mihail (como cura) Psellos es un diplomático, filósofo y matemático. Su primer papel como ministro en una época turbulenta causa los celos a la sociedad bizantina, que malentendiendo su ambición (Krumbacher, 1897) y lo condena después de su muerte. Una condena inmoral porque se destina contra su maravillosa obra científica. Después de la toma de Constantinopla, el espíritu occidental tendrá que refugiarse en esa mente grande, pero una parte de su obra a causa de prejuicios y fuerzas no manejables por la propia voluntad de sus herederos, quedara en la oscuridad hasta hoy.

En el ambiente asiático de Bosfor, el establecimiento masivo de los Judíos sefaraditas en el suburbio de Kuzguncuk y sus alrededores, otorga la oportunidad del contacto con la abundante comunidad griega ortodoxa de la época. Además, un general con inclinación hacia la educación y sus descendientes, Murat Reis, el conquistador de Lanzarote, una de las Canarias, deja notas que en combinación con las de los descendientes de Psellos echan luz a un aspecto histórico matemático. De esta manera, en la calle que hoy en día en un rincón de Uskudar lleva su nombre, Murat Reis sokak, tuvimos la oportunidad de ponernos en contacto con esa inédita obra del maestro de los maestros, Psellos.

Un fuerte abrazo a las familias de Bebek, Uskudar y Kuzguncuk no sólo porque nos han ayudado tanto a realizar un sueño desde la época de los primeros años estudiantiles, sino también porque han probado con su propia existencia, que la pasión científica, como la que caracteriza a los matemáticos, es capaz de llevar a cabo lo que la política internacional intenta sin conseguir, con un resultado positivo y permanente. Unir a la gente independientemente de su religión, convicción y sentimiento nacional.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Beard, M. (1946). *Woman as a force in History: a study in traditions and realities*. New York: Macmillan.
- Bektas, C. (2003). *Kuzguncuk*. Estambul: Literatür Yayinlari
- Glavinias, A. (1984). *Militupoleos Ierotheo y su actividad para la resolución de crisis eclesiastica albanesa*.
- Horadam, A. I. (1975). Eight hundred years young. *The Australian Mathematics Teacher* 31, 123-134.
- Kapos, D. A. (1960). *Calculus, introduction*. (en griego)
- Karalis, V. (1993). *Chronography 2*. Atenas: Agrostis publications.
- Konstantinidis, I. (1992). *To Chrisokeramo Cengelkoy tou vosporou*. (en griego)
- Krumbacher, K. (1897). *Die Geschichte der Byzantinischen Literatur*. Beck: Munchen.
- Patronis, A. (2008). *Conferencia panhelénica para la didáctica del Cálculo*. Atenas.
- Reyes, D. (2008). *El lenguaje silbado en la isla de El Hierro*, Cabildo Insular de El Hierro, Santa Cruz de Tenerife.
- Sabato, E. (1948). *El túnel*. Madrid: Cátedra, Letra Hispánica.
- Sezgin, F. (1974). *Geschichte des arabischen Schrifttums*. The Netherlands.
- Siamaris, D. (2007). *Traducción de las obras de Homeros* Atenas. (en griego).
- Spitzer, F. L. (1976). *Principles of Random Walks. Graduate Texts in Mathematics 34*. New York: Heidelberg, Springer Verlag.
- Tannery, P. (1892). *Sur les nombres chez Psellos*. Revue des Etudes Grecques
- Trujillo, R., Morera, M., Guarro, A., Padrón, U., Ortiz, I., Botanz, R., Darias, e. (2005). *El silbo gomero. Materiales didácticos*. Consejo de educación, cultura y deportes del gobierno de Canarias.
- Wallace F. D. (2004). *Everything and More: a compact history of infinity*. Norton: W.W & Company.