

# FORTALECIENDO LAS HABILIDADES MATEMÁTICAS DE LOS ALUMNOS INGRESANTES DESDE LOS ENTORNOS VIRTUALES

*Malva Alberto; Cristina Rogiano; Gabriela Roldán; Matilde Banchik*  
*Facultad Regional Santa Fe – UTN*  
*Facultad De Ciencias Económicas – UNL*  
*Prov. de Santa Fe (Argentina)*  
*[mtoso@frsf.utn.edu.ar](mailto:mtoso@frsf.utn.edu.ar); [cgroldan@arnet.com.ar](mailto:cgroldan@arnet.com.ar); [mrogiano@fce.unl.edu.ar](mailto:mrogiano@fce.unl.edu.ar)*

## **Introducción**

La práctica académica docente y la implementación de aplicaciones tecnológicas innovadoras llevadas a cabo durante los últimos años en la educación universitaria basada en el paradigma de la educación a distancia, nos instan a afirmar que los alumnos dedican un tiempo insuficiente tanto para el trabajo autónomo como para la revisión de sus propias estrategias de aprendizaje; que los conceptos y habilidades aprendidos durante los cursos de matemática son olvidados al poco tiempo y que es muy baja la solidez de lo asimilado.

El crecimiento exponencial de la información, la masificación que va adquiriendo el acceso a los medios y recursos tecnológicos y lo cambiante de estas tecnologías, unido al impacto cada vez mayor de las potencialidades computacionales señalan la necesidad de formas sistémicas e integradoras del conocimiento soportadas por un pensamiento flexible y basado en estrategias cognitivas y metacognitivas de aplicación en amplias expresiones del saber. Nuestro interés está centrado en la identificación de las habilidades cognitivas que traen, adquieren o están presentes en los pensamientos matemáticos de los alumnos de educación a distancia en carreras de pregrado o en los procesos de articulación disciplinar para el ingreso a la universidad.

## **CONCEPTOS PREVIOS**

Usamos la palabra conocimiento en sentido incluyente de los contenidos conceptuales y procedimentales, las habilidades, los métodos y la algoritmia, la reflexión y el sentido común, la duda, comprensión y la búsqueda de soluciones, la apertura a nuevos desafíos, atendiendo además a su descontextualización, contextualización y recontextualización; no es acumulativo y actúa enriqueciendo las relaciones docente-alumno-objeto del conocimiento y en forma mediata las habilidades cognitivas de los estudiantes (Perkins, 1995).

En sus investigaciones sobre las habilidades cognitivas (Clavero, 2001) establece grupos diferenciados y delimitados, respecto de las definiciones que se encuentran en las investigaciones especializadas, pero también dice que es posible detectar un único núcleo de significado, aunque con algunas diferencias en los niveles denotativos de los términos empleados. Adherimos a las concepciones sobre las habilidades cognitivas entendidas como operaciones y procedimientos que puede usar el estudiante para adquirir, retener y recuperar diferentes tipos de conocimientos y que suponen el logro de capacidades, entre otras, para definir, demostrar, identificar, interpretar, codificar, recodificar, graficar, algoritmizar y calcular, modelar, comparar, resolver, aproximar, optimizar.

La palabra cognición (Gellatly, 1997) se refiere a las actividades de conocer, recoger, organizar y utilizar el conocimiento. La cognición incluye diversos tipos de actividades y particularmente nos centraremos en las actividades ligadas a habilidades cognitivas matemáticas. Toda actividad que involucre percepción, memoria, aprendizaje o pensamiento es parte de la cognición, lo cual significa que cuando el alumnos resuelve problemas y ejercicios, se trate de aquellos que sean rutinarios o innovadores, de alguna manera, la actividad implica un componente cognitivo.

Las habilidades cognitivas son las facilitadoras del conocimiento y operan directamente sobre la información: recogiendo, analizando, comprendiendo, procesando y guardando información en la memoria. Posteriormente deben recuperarla, utilizarla o transferirla dónde, cuándo y cómo sea más conveniente y finalmente retroalimentarla. Siguiendo a Gellatly, (1997) tomamos cinco habilidades principales: fluidez, rapidez, automaticidad, simultaneidad y conocimiento. Una actividad es fluida si sus componentes avanzan juntos en una secuencia integrada e ininterrumpida. Parece probable que la fluidez se origine en dos causas. Una es la superposición en el tiempo de una secuencia de movimientos; es decir, los movimientos preparatorios para la acción B se inician mientras se está desarrollando la acción A. La otra causa es la construcción de un conjunto de acciones al modo de un agrupamiento simple, que se puede controlar y ejecutar como si fuera solo una unidad de conducta. Hay fluidez cuando al hacer una acción se anticipa la siguiente.

La mayoría de las habilidades incluyen la capacidad de ofrecer una respuesta adecuada rápidamente. La capacidad de ofrecer la respuesta correcta casi inmediatamente es característica en todas las habilidades. La habilidad de un maestro no depende simplemente de una percepción superior o de la memoria sino que está vinculada con la detección en el estímulo de esquemas familiares y relevantes.

Una de las características más universales de la automatización es la forma en que se vuelve fácil para quienes las practican. Ya no experimentamos esfuerzo alguno cuando llevamos a cabo alguna habilidad bien aprendida (como resolver una ecuación de primer o segundo grado a coeficientes reales). Sólo se resuelve, sin pensar en ella. Una de las formas de comprobar si una habilidad está automatizada es ver si el ejecutante puede resolver adecuadamente una situación, aún cuando no esté concentrado o no espere que ésta se presente. Otra características de las habilidades automáticas aparece cuando un estímulo desencadena su respuesta automática (por

ejemplo, cuando trabajamos en números y operaciones, asociamos la variable “n” a números naturales; una variable “x” nos remite a una variable real y una variable “z” nos remite a números complejos). La simultaneidad y el conocimiento son otras dos habilidades importantes. Suele suceder que los alumnos en un examen suelen comprender, minutos después de salir del aula, lo que deberían haber escrito. Este ejemplo nos permite decir que la habilidad no es una mera cuestión de posesión del conocimiento. Se necesita que ese conocimiento esté disponible en el momento adecuado, en respuesta a la situación que exige su uso.

## **LAS HABILIDADES COGNITIVAS MATEMÁTICAS**

Para la determinación de las habilidades matemáticas, Hernandez, H. (2001) tuvo en cuenta aquellas que suelen ser usadas frecuentemente en el quehacer matemático; que sean lo suficientemente generales como para que mantengan su presencia a lo largo de la formación de niños, adolescentes y jóvenes; que deben ser imprescindibles para la formación matemática de pregrado en todos aquellos profesionales que hacen un uso destacable de la Matemática. Y ha logrado la siguiente clasificación:

### **Interpretar:**

Interpretar es atribuir significado a las expresiones matemáticas de modo que estas adquieran sentido en función del propio objeto matemático o en función del fenómeno o problemática real de que se trate. Permite adaptar a un marco matemático el lenguaje de las otras disciplinas de estudio, para luego traducirlo de nuevo al lenguaje del usuario. Es importante su formación para lograr en los estudiantes el uso correcto de calculadoras y computadoras en la resolución de problemas, evitándose así los problemas que se presentan cuando el estudiante asume la respuesta calculada sin detenerse a analizar el significado de la misma.

Ponemos en juego esta habilidad con problemas como los siguientes:

### **Problema 1:**

Según una información mencionada en un medio de comunicación televisivo, 10 de cada 30 argentinos adultos (mayores que 30 años) padece de hipertensión.

Indica otras interpretaciones correctas de esta afirmación:

- a) El 33, 33% de la población adulta padece de hipertensión.
- b) De cada 3 argentinos adultos 1 padece hipertensión.
- c) La  $\frac{30}{10}$  parte de la población adulta argentina padece hipertensión

### **Problema 2:**

Una pileta de natación que tiene una capacidad de 20000 litros se llena con una bomba. La siguiente función lineal  $V = f(t) = 600t + 2000$  permite calcular el volumen total de agua que hay en la pileta en cada minuto, siendo t el tiempo (en minutos) que transcurre desde que se encendió la bomba y V el volumen total de agua en la pileta (en m<sup>3</sup>)

a) El punto (0, 2000) pertenece a la recta. ¿Cómo interpretas en el problema esta afirmación?

b) ¿Qué significado tiene en el problema que la pendiente sea 600?

**Problema 3:**

Sin realizar cálculos ¿es verdadera o falsa la siguiente oración?

Una persona tiene 1,60m de altura y, en un determinado momento del día proyecta una sombra de 2m. En ese mismo momento un edificio de 50m proyecta una sombra de 40m

**Identificar:**

Es distinguir el objeto matemático de estudio matemático por sus propiedades, características o rasgos esenciales. Es determinar si el objeto pertenece a una determinada clase de objetos que presentan las mismas características distintivas. Su formación complementa al sujeto con un recurso teórico insustituible para la toma de decisiones y la resolución de problemas. Contribuye a la formación de un pensamiento matemático riguroso, reflexivo y profundo. En la formación de esta habilidad es imprescindible la concepción sistemática de una ejercitación variada donde estén presentes ejercicios de corte teórico donde se utilicen las definiciones, así como el trabajo con otras condiciones necesarias y/o suficientes.

**Problema 1:**

Identifica cuáles de las siguientes relaciones definen funciones

- a) A cada aula le corresponden 65 bancos.
- b) Cada persona tiene una huella digital.
- c) Cada 3 horas un móvil recorre 60 km.
- d) El número x es el valor absoluto del número y

**Problema 2:**

Identifica cuáles de los siguientes números son irracionales (la calculadora puede ayudarte)

- a)  $\frac{1}{17}$
- b)  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
- c) 3,987654321987.....
- d)  $1,24 \times 10^{134}$

**Recodificar:**

Recodificar es transferir la información de un mismo objeto de un lenguaje matemático a otro. Es expresar el mismo tipo de objeto a través de formas diferente, permite la flexibilidad del pensamiento en la resolución de problemas y abordarlo desde otra perspectiva. Esta habilidad distingue perfectamente al experto del novato. El experto no sólo es capaz de ver analogías y formas que permiten la transformación donde otros están desorientados, sino que se persuade primero de que exista un teorema que justifique tal acción y la validez de la interpretación que se pueda dar al resultado hallado. La habilidad de recodificar posee en su sistema operatorio la acción transformar y esta está básicamente ligada al concepto de función. Veamos estos ejemplos:

**Problema 1:**

Si  $f(x) = x + 3$  y  $t = x + 3$ . Expresa a la función  $f$  en términos de  $t$ .

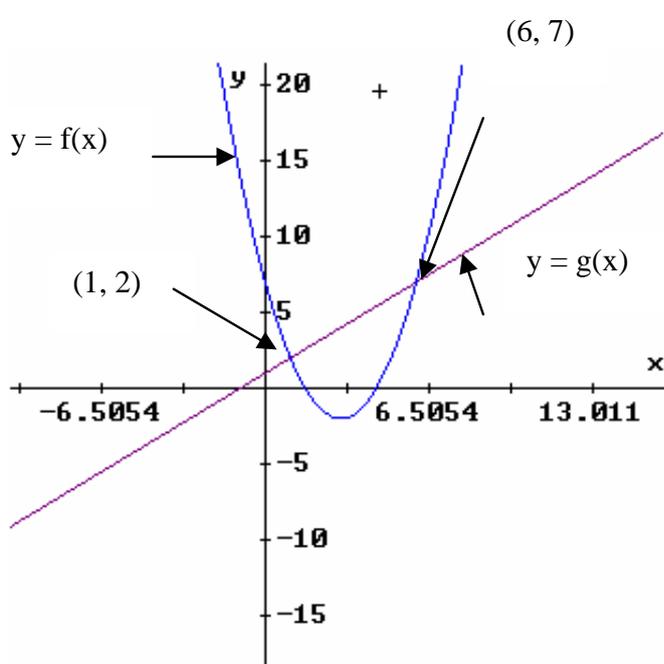
**Problema 2:**

Relaciona secuencias de números de la columna izquierda con secuencias de la columna derecha, siempre que definan la misma colección de números:

- |  |                                       |
|--|---------------------------------------|
| a) 1, 3, 5, 7, .....   | 1) $\{ 2n, n \in \mathbf{N} \}$       |
| b) 1, 2, 4, 8, .....   | 2) $\{ 2n - 1, n \in \mathbf{N} \}$   |
| c) 0, 2, 6, 12, .....  | 3) $\{ n(n - 1), n \in \mathbf{N} \}$ |
| d) $\frac{-1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{-1}{27}, \frac{1}{81}, \dots$ | 4) $\{ (-3)^n, n \in \mathbf{N} \}$   |
| e) 1, 4, 9, 16, .....  | 5) $\{ n^2, n \in \mathbf{N} \}$      |

**Problema 3:**

Observa la figura que corresponde a la gráfica de dos funciones. Luego completa las oraciones de manera que resulten verdaderas



- a) Si  $x < 1 \Rightarrow f(x) - g(x) \dots\dots 0$
- b) Si  $1 < x < 6 \Rightarrow f(x) - g(x) \dots\dots 0$
- c) La función  $g$  es una función  $\dots\dots\dots$  y estrictamente  $\dots\dots\dots$  en todo su dominio
- d) Si  $x > 6 \Rightarrow g(x) - f(x) \dots\dots 0$

**Calcular:**

Su formación debe ser analizada en virtud de automatizar aquellos algoritmos de cálculo que realmente sean necesarios y que reporten desarrollo al estudiante.

**Problema 1:**

Justifica si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas

a)  $\left(\frac{3}{5} + \frac{1}{10}\right)^{-1} : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} = -\frac{7}{10} : \frac{1}{6}$

b) Si  $f(x) = (x+5)^2$  entonces  $f(x) = x^2 + 25$

c)  $\frac{2,6 \cdot 10^{-11}}{4 \cdot 10^{-7}} = 6,5 \cdot 10^{-5}$

d) Si  $y = f(x) = 2^{-x}$  entonces  $f(x) < 0$  para todo  $x$

La autora cita otras habilidades tales como: **algoritmizar; definir; demostrar; modelar; comparar; resolver, optimizar** y en cada caso hemos seleccionado propuestas para favorecer su permanencia y fortalecimiento. Cada problema, ejercicio, pregunta o intervención didáctica no implica el ejercicio de una habilidad en forma aislada. Las habilidades guardan interrelaciones. Por ejemplo: interpretar presupone identificar; comparar se alterna con identificar; demostrar la incluye; algoritmizar, la incorpora con la toma de decisiones; calcular la tiene como mecanismo de control; entre las relaciones más destacables. Resolver puede estar precedida de identificar y con frecuencia también de modelar y graficar.

**Problema:**

Para cada uno de los siguientes enunciados, interpreta el texto, traduce a un modelo matemático y resuelve:

- La suma entre la tercera parte del peso de Pedro y tres kilos es, a lo sumo, 18 kg. ¿Cuál es el peso de Pedro?
- Juan compró un libro. Pagó \$17 porque le hicieron un descuento del 15%. ¿Cuánto costaba el libro?
- Una carrera de motos consiste en dar 55 vueltas a una pista circular de 5320 metros de perímetro. ¿Qué cantidad de kilómetros que deberán recorrer los participantes?.
- Un agricultor ha recolectado 10 toneladas de fruta que se deterioran a razón de 50 kg/ día. Su precio actual de mercado es de 0,2 \$./ Kg, pero el precio de la fruta aumenta 0,002 \$./Kg cada día. Escribe la función que expresa el ingreso en función del tiempo transcurrido y halla para que cantidad de días transcurridos el ingreso es máximo.

## MARCO DE LA ACCIÓN

El marco donde se desarrolla la acción es la Educación a Distancia; esta modalidad está sustentada en las metas sociales de equidad y acceso para favorecer la educación continua y permanente de un amplio sector de la sociedad y pone en práctica un compromiso genuino de la docencia para brindar oportunidades para que el proceso educativo mejore la calidad de vida de los involucrados. Su implementación se caracteriza por una comunicación mediada por tecnologías.

En nuestro caso la mediación se da a través del diálogo didáctico simulado asincrónico a través de materiales (impresos, guías de actividades, video, sitios web) y real diferido por medio de tutorías, vía fax e Internet (correo electrónico, foros). Es, en este contexto de la educación a distancia, donde centramos la indagación sobre las habilidades matemáticas de los estudiantes de Ingreso a la Universidad.

Evaluamos las habilidades cognitivas de los estudiantes en entornos virtuales a través de sus respuestas dadas en foros, tutorías y exámenes finales. Nos centramos en el análisis de un mínimo de tres metas generales estrechamente ligadas a los procesos de enseñanza y aprendizaje: la retención, comprensión y uso activo del conocimiento.

Trabajamos bajo la hipótesis de que los errores pueden constituirse en un indicador y una fuente de información que podemos explotar para mejorar y profundizar nuestras estrategias futuras sobre el diseño de secuencias de aprendizajes que favorezcan el logro y la permanencia de las habilidades matemáticas básicas de los estudiantes. Pensamos el error como un conocimiento deficiente e incompleto, como una posibilidad y una realidad permanente tanto en el aula como en el propio quehacer científico, como una cuestión compleja y delicada que forma parte del aprendizaje. Creemos que si podemos detectar cuáles son los errores que cometen los alumnos, podremos prevenirlos y plantear estrategias para la superación; podemos usarlos como una alternativa para mejorar el intento educativo.

Un registro de los errores más frecuentes nos permiten ubicarlos en actividades referidas a la interpretación de consignas, aplicación de las propiedades algebraicas de las operaciones entre números o matrices, la traducción al lenguaje lógico de un enunciado verbal, traducción al lenguaje algebraico de un problema de programación lineal, resolución de ecuaciones e interpretación de las soluciones, el análisis de las variables, la aplicación de conceptos, propiedades y teoremas en la resolución de situaciones problemáticas, la evasión de la respuesta, la justificación de proposiciones. Estamos convencidos que en los errores existe una fuente inagotable de conocimiento que merece ser investigada y atendida.

El conocimiento frágil (Perkins, 1995) ocurre cuando los estudiantes no recuerdan, no comprenden o no usan activamente gran parte de lo que supuestamente han aprendido. El síndrome del conocimiento frágil es la suma o interacción entre el olvidado, el inerte, el ingenuo y el ritual. Generalmente aparecen entrecruzados; a veces el alumno razona correctamente pero a veces incorrectamente.

En el mismo contexto, un estudiante puede aplicar correctamente un algoritmo o propiedad en un problema mientras que lo aplica incorrectamente en el siguiente: la falsedad del enunciado  $a : (b+c) = a : b + a : c$ , para  $b$  y  $c$  no nulos, se contrapone con la verdad atribuida para el siguiente:

¿Será correcta la siguiente operatoria?  $\frac{2x+1}{4x-1} = \frac{1}{2-1} = 1$  porque 2 y x se pueden cancelar. Su desempeño suele ser despajeo y afecta a los alumnos menos preparados.

Otro aspecto a tener en cuenta es el conocimiento olvidado, es decir, aquel que ha desaparecido de la mente de los alumnos que alguna vez lo tuvieron, es aquel que sencillamente, pareciera que se esfuma. Esta situación es muy compleja porque la mente del estudiante es algo más que una suma de recuerdos de procedimientos, habilidades y algoritmos.

Los siguientes cuestionamientos presentados en el foro nos hablan de habilidades poco permanentes o del conocimiento olvidado, dado que los estudiantes en su mayoría, respondieron como verdadera: La siguiente afirmación: ¿es verdadera o falsa? Si “a” es un número real, entonces “ $-a < 0$ ”. O bien: La siguiente afirmación ¿es verdadera o falsa? Todo número “a” real, tiene un opuesto “-a” que es distinto de “a”. Es decir  $a \neq -a$ , para todo número real a.

Otro hecho relevante se registra con el conocimiento ingenuo, esto es la captación muy superficial de las habilidades matemáticas y a pesar de la revisión y de la práctica permanente emergen ideas ingenuas sobre conceptos o propiedades. Este conocimiento implica una comprensión poco completa o deficiente. En la siguiente propuesta: ¿Cuál de las siguientes expresiones referidas a números naturales identifica a un número impar?  $n$ ,  $2n + 1$ ;  $n^2$ ;  $(n+1)^2$ . La mayor parte de los alumnos, en el foro, aseguraron que era n.

En otros casos los alumnos explican conceptos o demuestran propiedades que no son los pedidos. Hemos encontrado procedimientos raros en las evaluaciones, como muestras de que se quiere recorrer un camino, pero que sus propias posibilidades los hacen detenerse o avanzar más lentamente en cuestiones que quedan poco claras: suman un número a un vector, enuncian propiedades en forma incorrecta para justificar un desarrollo, parten de la tesis para terminar demostrando la misma tesis, utilizan oraciones confusas.

## CONCLUSIONES

Esta comunicación muestra que los conocimientos se construyen de distinta manera, que en nuestras aulas universitarias virtuales coexisten los alumnos con conocimientos inertes, ingenuos, rituales, frágiles, como una síntesis de alumnos con pensamientos pobres. Que es importante anclar las habilidades cognitivas y dar buenos andamiajes que aseguren un mayor ejercicio de las mismas.

Estamos trabajando en producir materiales autoinstructivos para la educación a distancia basados en la revisión de la práctica docente, incluyendo el registro de errores como motivación para mejorar las intervenciones educativas; contemplar la posibilidad de plantear tareas que incorporen los conceptos que puedan ser generadores de conflictos cognitivos; diseñar secuencias didácticas que abarquen diversos sistemas de representación y discusión de los significados asociados.

Creemos que el diseño e implementación de secuencias didácticas basadas en distintas estrategias de revisión, elaboración y organización puede favorecer el encuentro con alumnos comprometidos, resolvedores, innovadores, o alumnos con conocimiento generador.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Clavero, F (2001). *Habilidades Cognitivas*. Notas del Departamento de Psicología Evolutiva y de la educación. Universidad de Granada. España.
- Fainholc, B. (1999). *La interactividad en la educación a distancia*. Buenos Aires: Editorial Paidós.
- García, A. L. (2001). *La educación a distancia: De la teoría a la práctica*. Barcelona, España: Ariel.
- Gellatly, A. (1997). *La inteligencia hábil. El desarrollo de las capacidades cognitivas*. Buenos Aires: Editorial Aique.
- Hernández, H, Delgado, J., Fernández, B. (2001). *Cuestiones de didáctica de la matemática*. Rosario: Homo Sapiens Ediciones.
- Mancera Martínez, E. (1998). *Errar es un placer*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Parcerisa, A. (1998). *Materiales curriculares*. Barcelona: Graó.
- Perkins, D. (1995). *La escuela inteligente*. Editorial Geadisa.
- Perkins, D.;Blythe, T. (1994). *Ante todo la comprensión*. Educational Leadership.