

# GEOMETRÍA EN ACCIÓN. MIRAR Y VER CON “OJO MATEMÁTICO”

Norma S. Cotic  
Institutos de Formación Docente de la Pcia. de Buenos Aires  
(Argentina)  
[ncotic@uolsinectis.com.ar](mailto:ncotic@uolsinectis.com.ar)

## RESUMEN

Para poder diseñar ambientes de aprendizaje con actividades geométricas en distintas dimensiones, los futuros docentes de matemática deben antes experimentar para construir el pensamiento matemático que les permita elegir las estrategias didácticas adecuadas para transformar la enseñanza en un verdadero aprendizaje.

Para desarrollar en los futuros docentes las competencias que queremos que adquieran, como por ejemplo disponer de *visión espacial*, que se manifiesta, entre otras cosas, en que sean hábiles detectando e identificando formas y transformándolas para generar nuevas, es necesario situar al sujeto ante un laboratorio o taller de matemática, que ofrezca materiales específicos y secuencias de aprendizaje que comiencen por ensayo libre, y se complementen con estrategias sistemáticas, en las que se comparta, discuta, explique y argumente.

La experiencia que se describe a continuación, surge del proyecto : Taller de Geometría que tuvo como objetivo revisar contenidos esenciales que por heterogeneidad del grupo o falta de tiempo no fueron desarrollados durante el curso inicial de la carrera de Formación de Docentes de Matemática para ESB de la Provincia de Buenos Aires.

Todas las actividades que se diseñaron trataron de fomentar el razonamiento matemático, la comunicación, la resolución de problemas y de establecer conexiones entre los conceptos matemáticos con la realidad circundante.

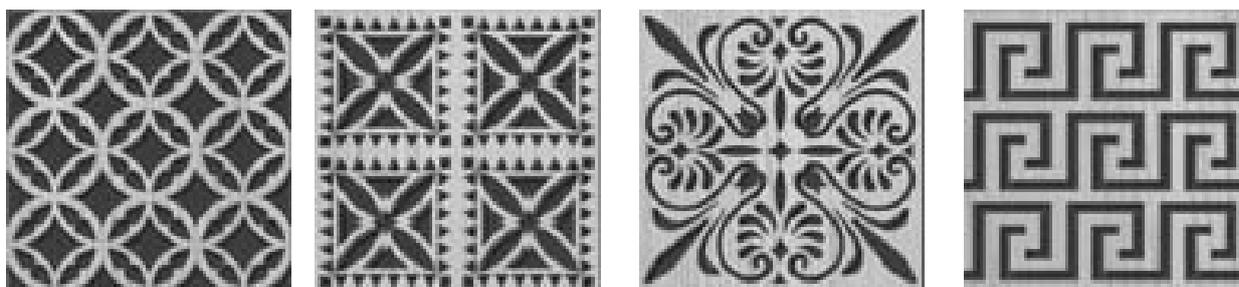
## INICIO DE LA ACTIVIDAD

Las actividades propuestas tienen en cuenta los conocimientos previos de los alumnos en cuanto a reconocimiento de polígonos y sus propiedades esenciales.

Para efectuar una revisión de conceptos sobre Movimientos en el plano, propiedades e isometrías de diferentes figuras, se forman grupos de dos o tres alumnos.

A cada grupo se le entrega una figura al azar, (según el diagnóstico del grupo de asistentes se puede comenzar con polígonos regulares: cuadrado, rombo, triángulo equilátero, hexágono o formas diversas).

En este caso se entregaron las siguientes figuras.



Se reparten de modo que por lo menos dos grupos distintos trabajen con la misma figura para luego comparar resultados.

Se solicita que determinen:

- 1- El Centro de simetría
- 2- Los Ejes de simetría
- 3- Las Isometrías

Se realiza la puesta en común de lo registrado y visualizado, se aclaran conceptos previos erróneos y se complementan los aportes de cada grupo realizando una síntesis integradora.

### **Observación:**

En todos los grupos los ejes de simetría se obtuvieron mediante dobleces o giros, las dificultades mayores se observaron cuando no coincidían las figuras representadas. Muy pocos reconocieron isometrías por lo tanto se revisaron conceptos y aclararon dudas con otros ejemplos.

### **CONTINUACIÓN DE LA ACTIVIDAD**

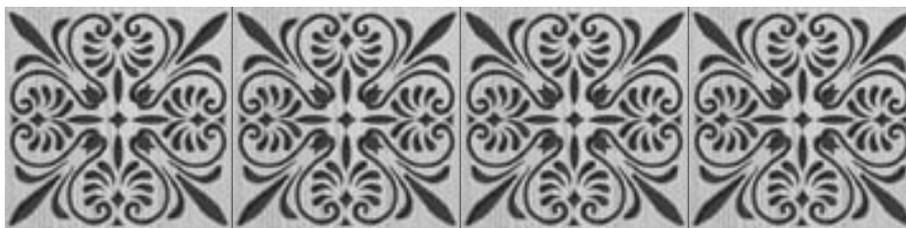
Se solicita que confeccionen frisos con la figura base entregada, detallando los movimientos aplicados para obtenerlos.

*Los frisos ornamentales obtenidos por la repetición indefinida de una figura en una sola dirección se hallan en el arte en todas las épocas y en todos los pueblos. Los podemos encontrar en la decoración de mosaicos romanos, en las bandas de templos Griegos, en los adornos geométricos del arte hispano-musulmán.*

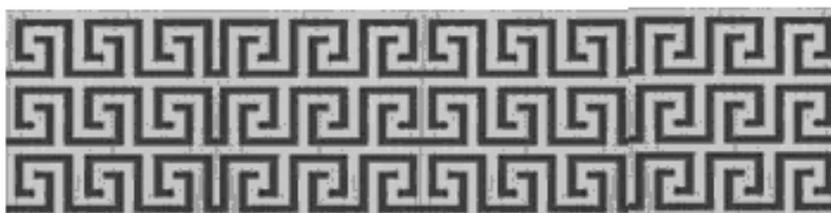
*En la actualidad reconocemos frisos en muchas telas, en azulejos, en pisos, en edificios, en cuadros, etc. La idea básica que subyace en cualquier friso es la repetición.*

*El motivo inicial de un friso puede ser muy variado lo que lleva a pensar en infinidad de modelos de frisos. Sin embargo, desde un punto de vista matemático, basado en el estudio de los movimientos del plano, **sólo existen siete modelos o tipos de frisos**. Todos ellos parten de una figura a la que se le aplican traslaciones, simetrías, giros o deslizamientos, obteniéndose un módulo mínimo que es el que se repite indefinidamente en una sola dirección.*

Algunos ejemplos presentados por los participantes son:



**Traslación**

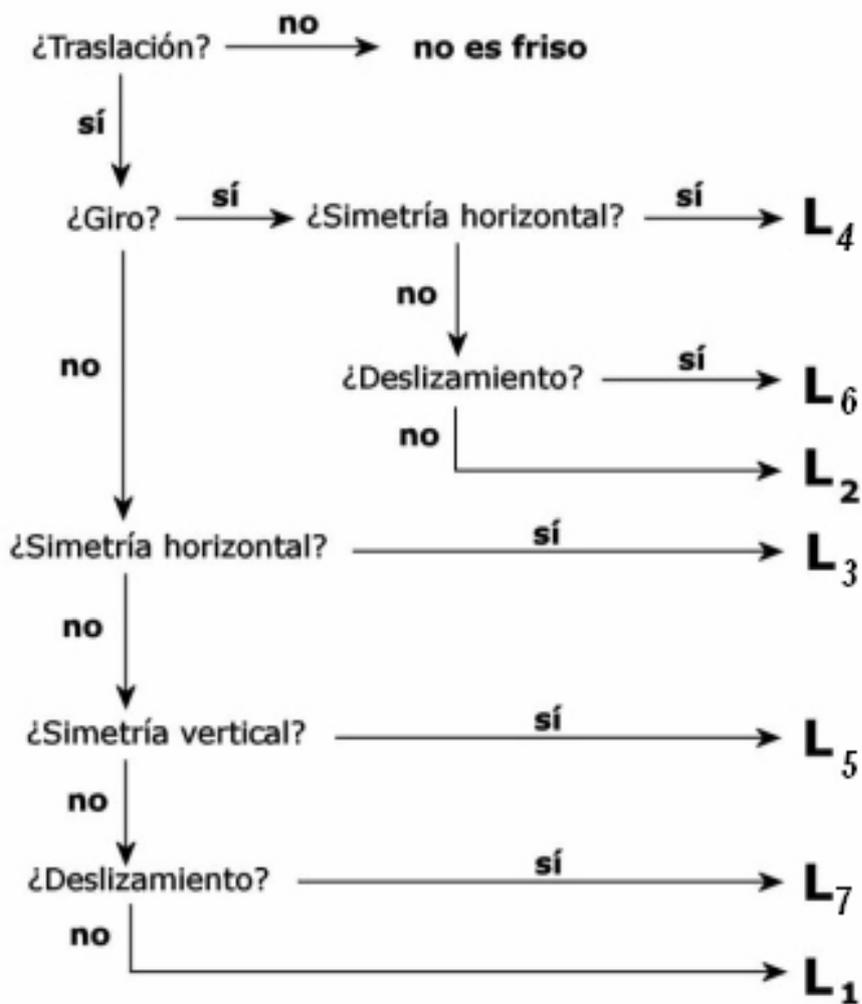


**Simetría y traslación**

En la puesta en común los grupos pudieron comparar frisos diferentes con la misma figura base, consolidar los conceptos adquiridos en la actividad anterior y visualizar los movimientos incorporados en cada friso

El análisis de las diferentes propuestas de combinaciones de movimientos invita a la incorporación de una clasificación de los frisos para efectuar un reordenamiento más generalizado, para ello se introduce el siguiente algoritmo:

## CLASIFICACIÓN - ALGORITMO DE ROSE-STAFFORD<sup>1</sup>



A partir de esta clasificación se amplía la visualización de frisos para reconocer a que grupo pertenece cada uno de ellos.

<sup>1</sup> [http://descartes.cnice.mecd.es/taller\\_de\\_matematicas](http://descartes.cnice.mecd.es/taller_de_matematicas)

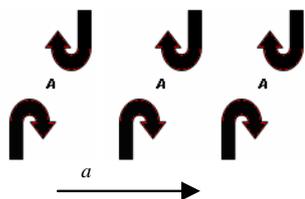
**L1 : Friso de las traslaciones**



*Grupo formado sólo por Traslaciones  $Tna$*

Una determinada figura se traslada hacia la derecha varias veces, sin ninguna otra transformación.

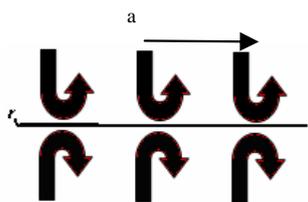
**L2: Friso de las traslaciones y los giros**



*Grupo formado por el Giro  $G_A^{180^\circ}$  y Traslaciones  $Tna$*

Una figura gira  $180^\circ$  y se traslada hacia la derecha

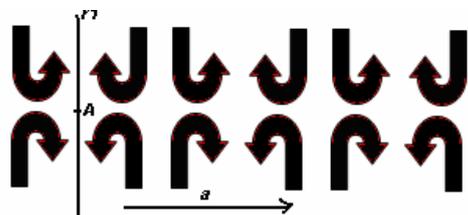
**L3: Friso de las traslaciones y la reflexión horizontal**



*Grupo formado por la Simetría Horizontal  $Sr$  y las Traslaciones  $Tna$*

A una figura se le traza un eje horizontal (eje de simetría) para obtener la figura simétrica, luego se trasladan ambas figuras.

**L4: Friso de las traslaciones, los giros y las simetrías**

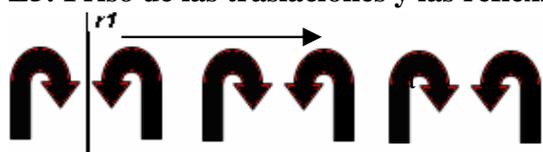


Grupo formado por el Giro  $G_A^{180^\circ}$ , la Simetría Vertical  $Sr_1$  y las Traslaciones  $Tna$

Una figura gira  $180^\circ$ . Luego se les aplica una simetría vertical, y se traslada la figura compuesta hacia la derecha.

Es el friso más completo, ya que combina traslaciones, giros, reflexiones y deslizamientos

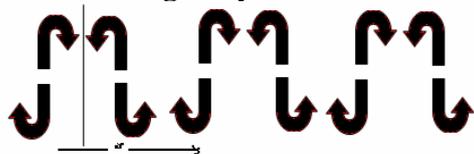
**L5: Friso de las traslaciones y las reflexiones verticales**



Grupo formado por la Simetría de eje Vertical  $Sr_1$  y las Traslaciones  $Tna$

A una figura se le traza a su derecha un eje vertical (eje de simetría) para obtener la figura simétrica, luego se trasladan ambas figuras.

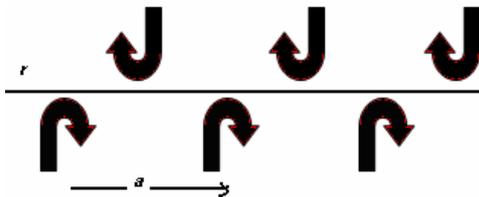
**L6: Friso de los giros y los deslizamientos.**



Grupo formado por Giro con Simetría y las Traslaciones  $Tna$

Es una combinación de giro, simetría y traslación; así surgen reflexiones verticales

### L7: Friso de simetrías con deslizamiento y traslaciones



Grupo formado por la **Simetría Horizontal  $S_r$**  y **deslizamiento con las Traslaciones  $T_a$**

Una figura se le aplica una simetría horizontal y una traslación (deslizamiento) con lo que se consigue el módulo básico que luego se repite.

Para consolidar las características que identifican cada modelo y realizar una actividad integradora, los grupos de alumnos presentaron con la figura base, los siete tipos de frisos.

### VALOR DIDÁCTICO

El material utilizado, figuras base y frisos, posee un conjunto ilimitado de aplicaciones que dependen de la creatividad y experiencia del docente y del grupo de alumnos.

Entre los temas sugeridos para ampliar o profundizar se propone:

- ✓ Cálculo de perímetro y área de las figuras base y de los frisos obtenidos a través de parcelamientos, aproximaciones, etc.
- ✓ Grupos de isometrías de figuras (cuadrado, rectángulo, rombo, formas diversas, etc.)
- ✓ Cambios de escala para dibujar (ampliación o disminución)
- ✓ Componer movimientos para obtener una generalización de resultados, por ejemplo: examinar el resultado de someter una figura a sucesivas reflexiones mediante dos rectas paralelas, dos rectas que se cortan o rectas perpendiculares.

## ACTIVIDAD COMPLEMENTARIA

Se propone al grupo de asistentes “un paseo por los alrededores, tratando de descubrir con “ojo matemático”, posibles ejemplos de los siete grupos de frisos. Se observa, dibuja o se fotografían los frisos que luego serán analizados para descubrir las simetrías, giros, traslaciones y deslizamientos. Se utiliza el algoritmo de Rose-Stanford para clasificar los modelos presentados.

## CONCLUSIONES

*Las actividades que se han realizado con los asistentes al Taller de Geometría han abierto un abanico de temas relacionados y posibles de desarrollar dentro del currículo actual de ESB. Aunque el taller se ha propuesto con especial incidencia en el aspecto geométrico es evidente que su tratamiento puede tener un enfoque más amplio desde el dibujo, ciencias naturales, ciencias sociales, etc.*

*La tecnología no puede estar ausente por eso se realizaron también actividades complementarias con Cabri y GAP, produciendo hermosos frisos en colores que fueron expuestos en una muestra pública donde cada grupo expuso las características particulares de cada modelo.*

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J.M. (1988). *Materiales para construir la geometría*. Madrid: Síntesis.
- Álvarez, A. (1996). *Actividades matemáticas con materiales didácticos*. Madrid: Narcea-MEC.
- Antón, J. L. y otros (1996). *Taller de matemáticas*. Madrid, Narcea-MEC.
- Cascallana, M.T. (1988). *Iniciación a la matemática. Materiales y recursos didácticos*. Madrid: Santillana.
- Charnay, R (1997). *Aprender por medio de la resolución de problemas* en C. Parra e I. Sainz (Comps) *Didáctica de matemáticas*. Buenos Aires: Paidós.
- Flores, P. (2006). *Los materiales y recursos didácticos en la formación de profesores de matemáticas*. UNO Barcelona: Grao.
- García, A. y otros (1999). *Nuevas tecnologías y enseñanza de las matemáticas*. Madrid: Síntesis.
- Pasto Jaime R. y otros (1996): *El grupo de las isometrías del plano*. Madrid: Síntesis
- Serio, A. y otros (1998) *Geometría hoy. Divertimetría del geoespacio*. Homo Rosario: Sapiens
- [http://descartes.cnice.mecd.es/taller\\_de\\_matematicas/celosias/index.htm](http://descartes.cnice.mecd.es/taller_de_matematicas/celosias/index.htm)
- <http://www.gap-system.org/>