

DOS EXPERIENCIAS DE CLASE CON RECURSOS INFORMÁTICOS. TEMAS: LÍMITES Y APLICACIONES DE FUNCIÓN LINEAL

María Josefina Clausse

Instituto Ntra Sra del Socorro, Escuela Media 204,

Instituto. Superior de Formación Docente nº 119

San Pedro. Prov de Buenos Aires. (Argentina)

deigarzabal@redsp.com.ar

RESUMEN

En este trabajo se presentan dos experiencias de clase en las que se buscó lograr que a través del uso de recursos informáticos los alumnos participaran activamente en la construcción de su propio conocimiento.

La primera experiencia fue realizada en un 3º año de Polimodal y en un 2º año del Profesorado de Química con el tema “Límites de funciones”. A través del uso del graficador Winplot los alumnos fueron analizando las tendencias de las variables en la gráfica de diferentes funciones . A través de la observación de las gráficas y de la utilización de la tabla de valores, pudieron construir una definición intuitiva de límite.

La observación de las gráficas les permitió deducir las condiciones necesarias y suficientes para la existencia de asíntotas verticales y horizontales y comprobar las fórmulas correspondientes a las asíntotas oblicuas.

La otra experiencia se realizó con alumnos de 1º año de Polimodal, utilizando simuladores, que presentan la gráfica de un cuatriciclo con Movimiento Rectilíneo Uniforme, al que se le puede variar tanto la velocidad como el punto de partida. Con la observación del movimiento del cuatriciclo pudieron relacionar los temas de Física con función lineal y analizar los significados de los signos tanto de la velocidad como del espacio inicial.

Finalmente con el trabajo con otro applet donde aparecían dos autos a los que se les podía variar las velocidades y los puntos de partida, pudieron sacar conclusiones relacionadas con el tema encuentro y los sistemas de ecuaciones lineales.

PRIMERA EXPERIENCIA

Uso de graficador Winplot para el tratamiento del tema Límites de funciones

A través de esta experiencia se busco que los alumnos puedan construir el conocimiento en base a la observación de la formas de las diferentes funciones: polinómicas, racionales, exponenciales, logarítmicas y funciones definidas por partes, analizando los valores que va tomando la variable dependiente para distintos valores a los que tiende la variable independiente.

Primero fueron observando la forma de las gráficas para valores de x cada vez mayores ($x \rightarrow +\infty$) y para valores de x cada vez menores ($x \rightarrow -\infty$) y a la vez mediante la opción TABLA, analizando los valores a los que se acercaba la variable dependiente en esos casos.

El trabajo se realizó siguiendo una guía donde aparecían las fórmulas de las diferentes funciones que debían graficar y analizar. Para poder introducir las fórmulas debían pensar el orden de las operaciones, de modo de graficar correctamente la función dada.

La siguiente es la parte de la guía donde figuran las fórmulas de las funciones que debían graficar:

- 1) Graficamos las siguientes funciones y analizamos los valores a los que tiende y cuando x tiende a

$+\infty$ o a $-\infty$, indicando para cada una $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

a) $f(x) = x^3$

b) $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

c) $h(x) = 2^x - 3$

d) $i(x) = \frac{2x - 3}{x - 1}$

e) $j(x) = \frac{-3}{x^2 + 1} + 2$

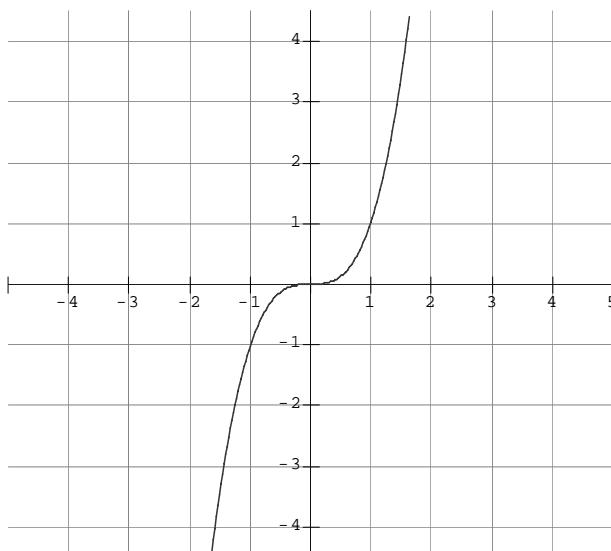
Luego de varias observaciones se les pidió que fueran indicando los resultados de los límites para $x \rightarrow +\infty$ y para $x \rightarrow -\infty$ y luego comprobando con la tabla si las respuestas dadas eran correctas.

El mismo análisis de las gráficas los fue llevando a observar la existencia de asíntotas horizontales en algunas de las funciones y en otras no, y a partir de los límites calculados pudieron deducir la condición necesaria y suficiente para la existencia de dichas asíntotas.

Luego graficaron dichas asíntotas usando la formula general de una recta, que en este graficador permite trazarla en línea de puntos.

Las siguientes son algunas de las gráficas, con sus respectivas tablas que observaron los alumnos:

$$f(x) = x^3$$



| tabla para $y = xxx$ | |
|----------------------|----------|
| Archivo | Editar |
| -2.00000 | -8.00000 |
| -1.80000 | -5.83200 |
| -1.60000 | -4.09600 |
| -1.40000 | -2.74400 |
| -1.20000 | -1.72800 |
| -1.00000 | -1.00000 |
| -0.80000 | -0.51200 |
| -0.60000 | -0.21600 |
| -0.40000 | -0.06400 |
| -0.20000 | -0.00800 |
| 0.00000 | 0.00000 |
| 0.20000 | 0.00800 |
| 0.40000 | 0.06400 |
| 0.60000 | 0.21600 |
| 0.80000 | 0.51200 |
| 1.00000 | 1.00000 |
| 1.20000 | 1.72800 |

$$g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

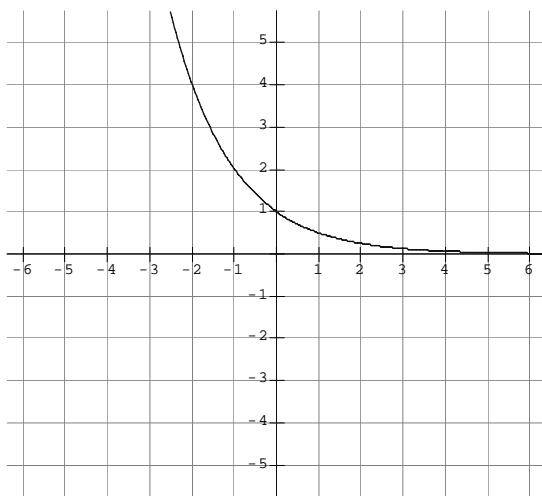


tabla para $y = (1/2)^x$

| Archivo | Editar | Params | Ayuda |
|----------|---------|--------|-------|
| 7.50000 | 0.00552 | | |
| 8.00000 | 0.00391 | | |
| 8.50000 | 0.00276 | | |
| 9.00000 | 0.00195 | | |
| 9.50000 | 0.00138 | | |
| 10.00000 | 0.00098 | | |
| 10.50000 | 0.00069 | | |
| 11.00000 | 0.00049 | | |
| 11.50000 | 0.00035 | | |
| 12.00000 | 0.00024 | | |
| 12.50000 | 0.00017 | | |
| 13.00000 | 0.00012 | | |
| 13.50000 | 0.00009 | | |
| 14.00000 | 0.00006 | | |
| 14.50000 | 0.00004 | | |
| 15.00000 | 0.00003 | | |
| 15.50000 | 0.00002 | | |

$$i(x) = \frac{2x-3}{x-1}$$

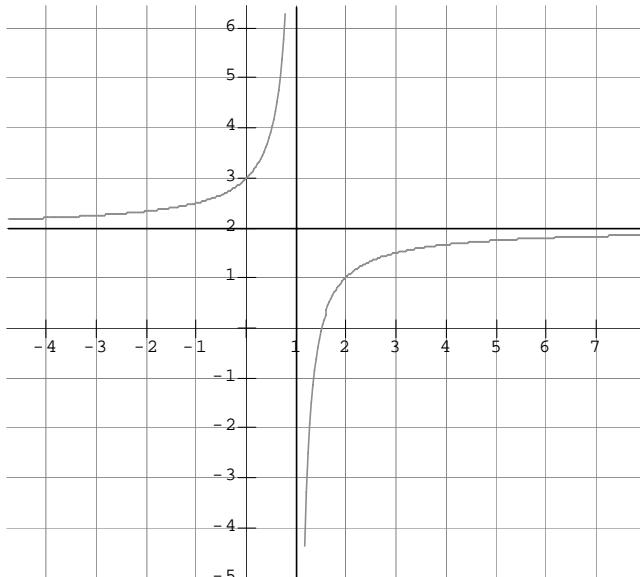


tabla para $y = (2x-3)/(x-1)$

| Archivo | Editar | Params | Ayuda |
|----------|------------|--------|-------|
| x | y | | |
| -5.00000 | 2.16667 | | |
| -4.50000 | 2.18182 | | |
| -4.00000 | 2.20000 | | |
| -3.50000 | 2.22222 | | |
| -3.00000 | 2.25000 | | |
| -2.50000 | 2.28571 | | |
| -2.00000 | 2.33333 | | |
| -1.50000 | 2.40000 | | |
| -1.00000 | 2.50000 | | |
| -0.50000 | 2.66667 | | |
| 0.00000 | 3.00000 | | |
| 0.50000 | 4.00000 | | |
| 1.00000 | indefinido | | |
| 1.50000 | 0.00000 | | |
| 2.00000 | 1.00000 | | |
| 2.50000 | 1.33333 | | |

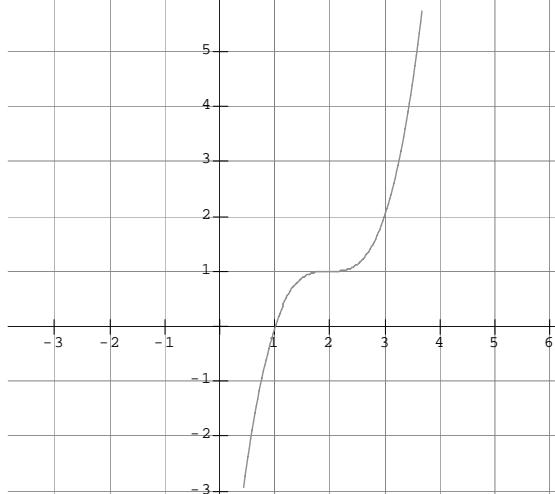
Para analizar los límites de una función en un punto graficaron algunas funciones racionales, logarítmicas y funciones por partes, para lo cual tuvieron que restringir los dominios y graficar los puntos abiertos o cerrados en los extremos donde cambiaba la fórmula.

A partir de la observación de los gráficos fueron hallando los límites para x tendiendo a ciertos valores por derecha e izquierda, siempre apoyándose en la observación de las tablas, si lo creían necesario.

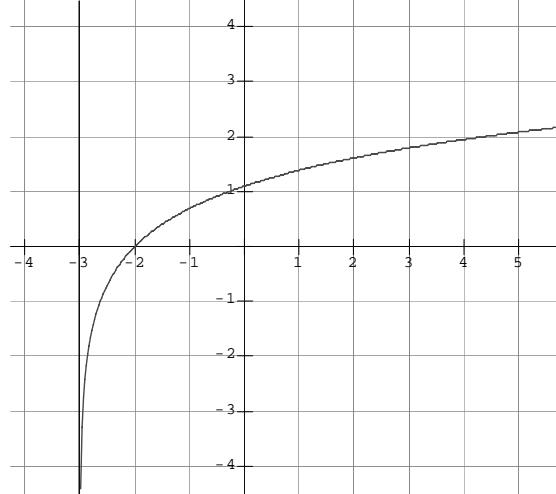
Algunas de estas funciones tenían asíntotas verticales y otras no, con la observación de las mismas llegaron a expresar la condición necesaria y suficiente para la existencia de estas asíntotas.

Algunas de las funciones graficadas con los límites pedidos fueron las siguientes:

$$1) f(x) = (x-2)^3 + 1$$



$$2) g(x) = \ln(x+3)$$

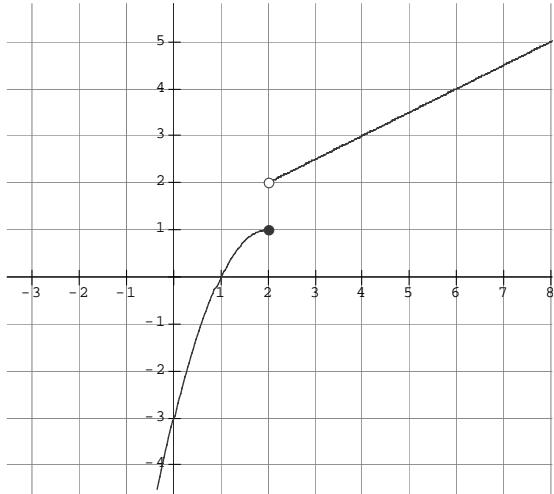


$$\lim_{x \rightarrow 2}^+ f(x) =$$

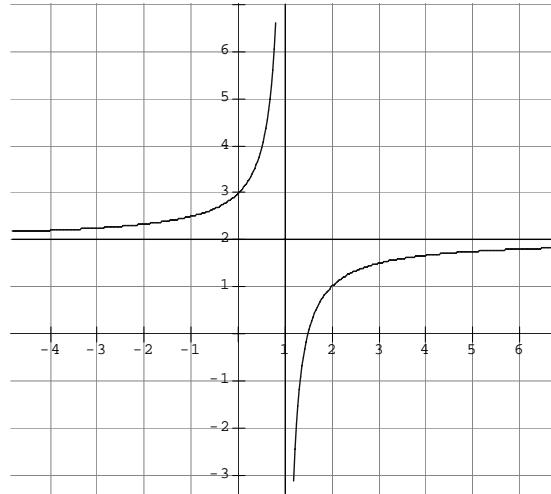
$$\lim_{x \rightarrow 2}^- f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 3}^+ g(x) =$$

$$i(x) = \begin{cases} -(x-2)^2 + 1 & \text{si } x \leq 2 \\ 1/2x + 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$



$$h(x) = \frac{2x-3}{x-1}$$



$$\lim_{x \rightarrow 2^+} i(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} i(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} h(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} h(x) =$$

Finalmente para afianzar los conocimientos se resolvieron ejercicios basados en cálculo de límites de funciones definidas por sus gráficos y luego se les pidió graficar funciones conociendo ciertos datos de las mismas como ser límites para x tendiendo a infinito a determinados puntos.

La ventaja de haber trabajado primero con el graficador fue que los alumnos pudieron experimentar por sí mismos las características de los límites de las funciones y aclarar conceptos que de otra manera resultaba de difícil comprensión.

Se entregará a los profesores que lo deseen fotocopia, el trabajo práctico sobre límites realizado con los alumnos

SEGUNDA EXPERIENCIA

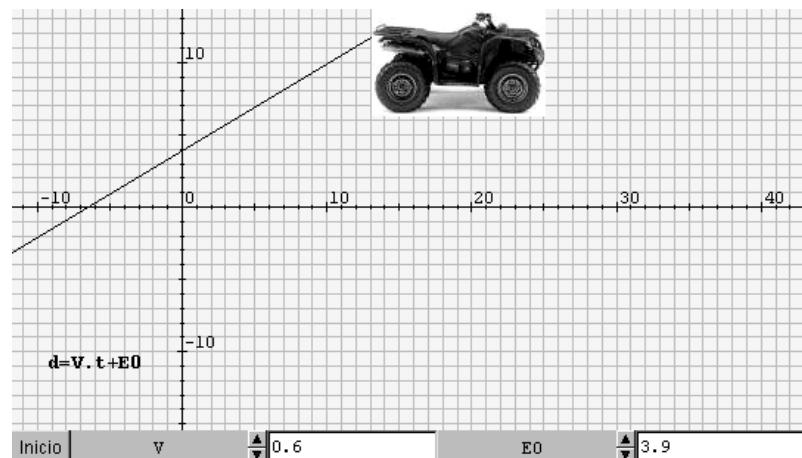
La segunda experiencia que realicé, fue con simuladores, con una base de JAVA, que realicé luego de hacer un curso a distancia de la UTN de Buenos Aires en convenio con Educared, portal educativo de Telefónica.

El trabajo fue realizado con alumnos de 1º año de Polimodal y el tema era Movimiento Rectilíneo Uniforme, como aplicación de funciones lineales.

A través del uso, muy sencillo de estos applets, los alumnos podían experimentar la variación de las rectas que representan la distancia en función del tiempo, al ir variando la velocidad y el espacio inicial, a la vez que observaban el movimiento de un cuatriciclo que avanzaba o retrocedía de acuerdo al signo de la velocidad, cambiaba la rapidez de su movimiento en función del valor asignado a la velocidad y el punto de partida, de acuerdo al dato que los mismos alumnos podían cambiar.

El trabajo, realizado era una guía donde indicaba a los alumnos todos los pasos que debían ir haciendo, pero con la libertad de variar tanto la velocidad, como el punto de partida como quisieran los alumnos.

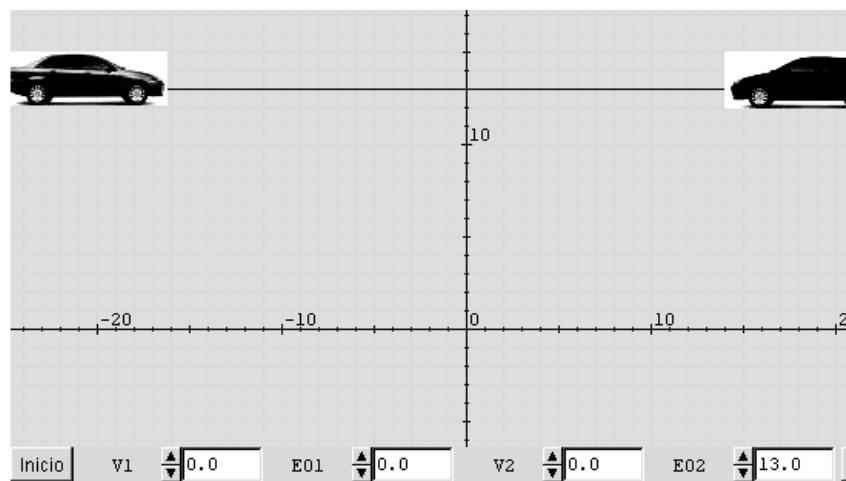
A continuación se muestran algunas de las escenas de dicho trabajo:



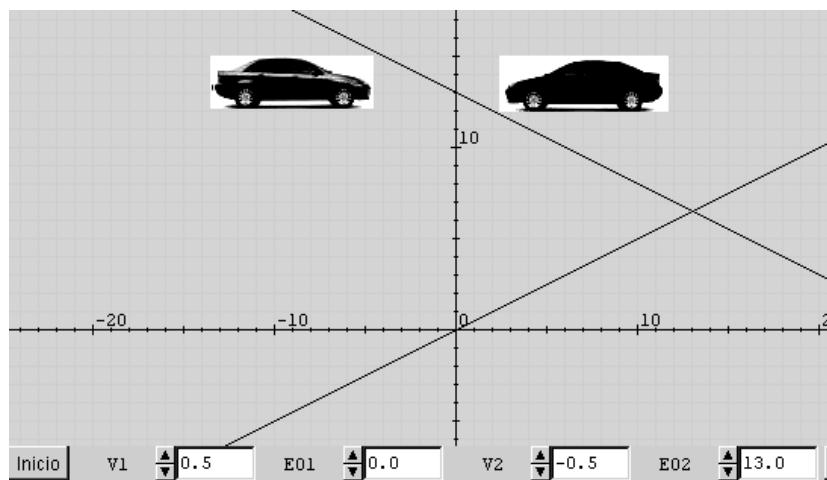
A través de consignas se invitaba a dar diferentes valores a la velocidad, analizando cómo cambiaba la forma de la recta y de allí sacar conclusiones respecto de la relación de la pendiente de la recta con la velocidad.

También fueron probando lo que ocurría con el cuatriciclo en el caso de la velocidad negativa, y su relación con la recta de la gráfica, con esta observación pudieron interpretar el significado del signo de la velocidad. Al dar diferentes valores al punto de partida (E0), observaron la relación entre ordenada al origen y espacio inicial, también pudieron interpretar lo que representa una recta horizontal en el movimiento (al darle valor 0 a la velocidad). Todas las respuestas a las preguntas que se hacían y las conclusiones que sacaban, fueron escritas en sus carpetas de clase.

Luego se les presentó otro applet, donde aparecen dos autos, a los cuales también se les podía variar la velocidad y el punto de partida como se muestra a continuación:



A partir de la variación de las velocidades, pudieron volver a interpretar el sentido de la velocidad negativa y observar lo que ocurre con las gráficas en problemas de encuentros de móviles, como muestra la siguiente imagen:



Este trabajo con simuladores despertó mucho entusiasmo en los alumnos, por lo “divertido” de poder observar los móviles en movimiento, pero además fue muy efectivo para lograr que los alumnos comprendieran la relación entre lo visto en función lineal, y lo que también habían visto en Física.

Este trabajo con simuladores es muy práctico, ya que los alumnos no necesitan clases previas con explicaciones de cómo usar el software, ya que sólo requiere que toque los botones y las gráficas cambian solas. De este modo, la clase resulta muy efectiva, no solo por el hecho de despertar el interés de los alumnos, sino por no distraerse en cómo usar el programa.

En la actualidad, no están realizando este curso a distancia, desde el portal de Educared, pero el curso se puede bajar de la Web, de la página del Ministerio de Educación de España: <http://descartes.cnice.mec.es>

Con estas experiencias quiero animar a otros colegas a utilizar las nuevas Tecnologías para mejorar nuestras clases de Matemática, tratando de encontrar dentro de toda la oferta de software, aquello que realmente nos resulte útil para nuestra clase, ya sea como disparadores, o para construir o afianzar los conocimientos de nuestros alumnos. El uso de la computadora no garantiza de por sí el éxito del aprendizaje de los alumnos, en realidad Matemática se aprende ejercitando, pero estas ayudas que nos ofrecen las nuevas tecnologías, pueden ser un gran apoyo a nuestra tarea, si logramos analizar, donde están las dificultades de nuestros alumnos y a partir de allí buscar nuevos caminos y herramientas que nos puedan servir para superar estos problemas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abdala Carlos y otros. (2001) Carpeta de Matemática 1 y 2. Buenos Aires: Editorial Aique.
Álvarez Fernando y Ruíz Andrés. (1998) Límites. Matemática I. Barcelona: Editorial Vincen Vives.
Guzmán Miguel de. (1993) Matemáticas. Bachillerato 2. Madrid: Editorial Anaya.
Sardella Oscar y otros. (2001) Matemática 1 y 2 Polimodal. Buenos Aires: Editorial Puerto de Palos.
UTN Bs As: (2006) Curso de educación a distancia: Matemática Digital.
www.educared.org.ar/md