

LA INTERPRETACIÓN DEL LÍMITE INFINITO MEDIANTE UNA EXPERIENCIA CON ESPEJOS

María Celeste Bertoia
Escuela Normal Superior N° 6
Buenos Aires (Argentina)
mc_bertoia@yahoo.com.ar

Resumen

El objetivo fundamental de la experiencia que se presenta en este trabajo es lograr mayor interés y participación de los alumnos en el aula, mostrando una aplicación concreta con respecto al tema "Límite".

Se busca lograr estimular a los estudiantes en su comunicación y su creación. A través de esta experiencia que fue probada en el aula, se intenta acercar tanto la noción de límite como la de infinito. Además se trata de fomentar la utilización del lenguaje matemático para hacer referencia a una situación cotidiana.

A pesar de la abstracción que rodea a este tema, es posible lograr la realización de esta secuencia que permite a los alumnos interpretar, utilizando elementos concretos, sus resultados acerca de límite.

INTRODUCCIÓN

Los destinatarios de la secuencia son alumnos de nivel secundario, que ya han adquirido la noción de límite, tanto finito como infinito y que han logrado diferenciar entre el cálculo del límite de una función en un punto y el cálculo de la imagen de una función, pudiendo decidir si ésta existe o no.

Esta secuencia fue experimentada en un curso de 5to año con las características que describimos anteriormente. La noción de límite había sido abordada desde el análisis de las representaciones gráficas de funciones considerando entornos reducidos para el valor al cual tendía x .

DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA SECUENCIA

La secuencia didáctica que se describe en este trabajo, se basa en la interpretación de la realización de un experimento de física, en particular de óptica.

En la puesta en práctica de la secuencia, se partió del cálculo de un límite por parte de los alumnos y posteriormente se interpretó el resultado obtenido por medio de la realización del experimento.

Los materiales necesarios para el experimento son: espejos (con arista en común), transportador y un objeto pequeño.

A continuación se presenta la secuencia didáctica:

- 1- Se propone a los alumnos que calculen:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \text{ y } f(0)$$

siendo: $f(x) = \frac{360}{x} - 1$

- 2- Los alumnos exponen los resultados obtenidos.

Según los cálculos que han realizado:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{360}{x} - 1 \right) = \infty$

b) No existe $f(0)$

- 3- Se induce a los alumnos para que descubran que la función

$$f(x) = \frac{360}{x} - 1$$

(generalmente conocida como $n = \frac{360}{\alpha} - 1$) relaciona el número de imágenes obtenidas (n)

al formar un ángulo (α) entre dos espejos (comunes, planos).

Para ello se les pide que trabajen con los espejos y el transportador, en grupos de 4 ó 5 integrantes, de la siguiente manera:

DESCRIPCIÓN DEL EXPERIMENTO CON LOS ESPEJOS

- a) Formar con los espejos un ángulo de 90 grados.
- b) Colocar un objeto frente a dichos espejos.
- c) Contar el número de imágenes obtenidas. (Se obtienen 3 imágenes).
- d) Calcular n para $\alpha = 90^\circ$ utilizando la fórmula anterior.

El mismo procedimiento puede repetirse formando ángulos de 72 y 60 grados pero, una vez que los alumnos han descubierto las variables que relaciona la fórmula, se les puede hacer notar lo incómodo que sería en la práctica tratar de calcular n con ángulos cada vez menores a los formados anteriormente.

Es por esto que se puede seguir calculando n pero, convenientemente, mediante la fórmula dada. Entonces se dan a cada grupo valores para α que pueden variar desde los 45° (en donde $n=7$) hasta los $0,001^\circ$ ($n=359.999$).

4- Luego de una exposición de los resultados en el pizarrón, están en condiciones de responder:

- a) ¿A qué valor se ha hecho tender al ángulo α ?
- b) ¿Qué sucedió con n, a medida que $\alpha \rightarrow 0$?
- c) Esta situación, ¿en cuál de los cálculos realizados al comienzo se ve simbolizada? o ¿cuál de los dos cálculos se está interpretando?
- d) ¿Qué interpretación podría darse al otro cálculo, en el que se concluyó que no existe $f(0)$?

La respuesta esperada para esta pregunta se logró, en la experiencia relatada, por parte de una alumna del curso y es muy interesante por el juego de palabras que implica:

“Si el ángulo entre los espejos vale 0 grados, no se logra reflejar ningún objeto en estos pues no podemos colocar el objeto entre dichos espejos”.

En síntesis: interpretar que no existe la imagen de la función para $\alpha = 0$ lleva a decir que no existe imagen del objeto en los espejos si el ángulo entre ellos es de 0 grados.

RESULTADOS OBTENIDOS

Podemos evaluar la experiencia llevada a cabo de la siguiente manera:

- En primer lugar, al pedir a los alumnos los materiales necesarios para llevar a cabo la secuencia, mostraron buena predisposición y entusiasmo.
- Durante la clase experimental trabajaron ordenada y cuidadosamente con los espejos y participaron animadamente.
- Demostraron su máxima creatividad al formar un ángulo de 0 grados con los espejos colocándolos en forma paralela pero sin que posean una arista común; en ese caso observaban que existía una imagen del objeto en cada espejo, situación que contradecía el hecho de que no existe imagen si $\alpha = 0$ mientras los espejos comparten la arista.
- Además, fue muy satisfactorio el manejo del vocabulario matemático para describir una situación en la que se empleaban materiales cotidianos.

CONCLUSIONES

Consideramos que la experiencia realizada fue doblemente exitosa.

En un sentido actitudinal, promovió la participación, la opinión crítica, la solidaridad entre compañeros y el compromiso por contar con los materiales requeridos.

En un sentido conceptual, la experiencia permitió a los alumnos que, en clases posteriores, recuerden que si el denominador de una función tiende a cero (así como el ángulo entre los espejos) entonces el límite de esa función es infinito (así como las imágenes en el espejo).

La interpretación de un resultado matemático a través de un experimento llevado a cabo, permitió a los alumnos dotar de significatividad a los conceptos puestos en juego.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alarcón, B.; López, G. (1997). *Matemática 1*. Buenos Aires: A&L Editores.
Guzmán, M. de; Colera, J.; Salvador, A. (1991). *Matemáticas Bachillerato 2*. Madrid: Anaya